

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007～2010

課題番号：19740005

研究課題名（和文）有限群の部分群複体とそこから導かれる表現と幾何の研究

研究課題名（英文）Subgroup complexes of finite groups,
and their representation and geometry.

研究代表者

澤邊 正人（SAWABE MASATO）

千葉大学・教育学部・准教授

研究者番号：60346624

研究分野：有限群論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：群論

1. 研究計画の概要

本研究の目的は部分群複体 Δ そのものの位相的性質の解明、及び Δ から定義される加群や幾何構造の解明である。さらに部分群複体を用いて群構造を明らかにすることである。

(1) Δ に付随するいわゆるレフシェッツ加群 $L(\Delta)$ の構造を明らかにする。特にその直既約因子に関する頂点の特徴付けを行う。

(2) Δ に付随一般バーンサイド環を考察し Δ の環論的また表現論的な反映を見出す。

(3) ある種の p -部分群複体を用いて記述される表現論の予想の解決に努める。

(4) Quillen 複体あるいは centric p -radical 複体 CR のホモトピー型を計算する。また CR と互いにホモトピー同値であるような複体を Quillen 複体の内部から見付け出す。

2. 研究の進捗状況

(1) non-centric p -radical 部分群の中で最大位数のものを V とすると V は $L(\Delta)$ の直既約因子に関する頂点の重要な候補となる。さらに V が頂点として実現されることは V のワイル群 W に対する Brown 複体 $\Delta(W)$ から定義されるレフシェッツ加群の構造に帰着される。しかし $L(\Delta(W))$ を見ているだけでは情報が非常に少ないため $\Delta(W)$ と同じホモトピー型を持つ様々な部分群複体を見出した。

(2) 一般バーンサイド環 $\Omega(G, \Delta)$ を実現させる部分群族 Δ としてある条件を満足する p -radical 部分群の正規化群 N から構

成されるものを考察した。群に付随する幾何や表現論における p -radical 部分群の重要性は既知の通りである。このとき $\Omega(G, \Delta)$ の積構造を決定する “mark 準同型” が Δ の共役類 C からなる順序集合の結合行列として記述されることを証明した。これにより $\Omega(G, \Delta)$ の環構造が明確に捕らえられる。実際に $\Omega(G, \Delta)$ は C のメビウス環と同型になる。

(3) 一般バーンサイド環 $\Omega(G, \Delta)$ を実現させる部分群族 Δ の具体例の一つとして自己正規化部分群がある。そのような Δ に対して幾何的ないくつかの自然な条件を仮定すると $\Omega(G, \Delta)$ の単位元が Δ に関するレフシェッツ不変量として実現されることを証明した。このように一般バーンサイド環と部分群複体の理論が密接に関係している事を明らかにした。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している

理由：部分群複体そのものも位相的性質の研究は遅れをとっているが、その代わりに一般バーンサイド環を介した複体の研究が当初の計画より進展している。レフシェッツ加群の考察も僅かながら前進している。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 現在進展を見せている一般バーンサイド環 $\Omega(G, \Delta)$ の研究に力点を置く。特に部分群複体 Δ のホモトピー不変量を代数的対象である $\Omega(G, \Delta)$ の中から見出す。それを用いて Δ の位相的・代数的特徴付けを行う。

(2) モジュラー表現論の専門家の助言を受けながら $L(\Delta)$ の構造、特に V が頂点をして実現されるための必要十分条件を明らかにし、 V の特徴付けを完成させる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

① Fumihito Oda and Masato Sawabe
A collection of subgroups for the generalized Burnside ring.
Advances in Mathematics
査読有
222 巻, 2009 年, 307-317 項

② Masato Sawabe
A note on finite simple groups with abelian Sylow p -subgroups.
Tokyo Journal of Mathematics
査読有
30 巻, 2007 年, 293-304 項

[学会発表] (計 7 件)

① 澤邊正人
A collection of subgroups for the generalized Burnside ring
日本数学会秋期総合分科会
2009 年 9 月 27 日、
大阪大学

② 澤邊正人
一般バーンサイド環のための新たな部分群の族
有限群のコホモロジー論とその周辺
2009 年 9 月 2 日、
信州大学

③ 小田文仁、澤邊正人
A collection of subgroups for the generalized Burnside ring
第 26 回代数的組合せ論シンポジウム
2009 年 6 月 25 日、
山形大学