

平成 22 年 5 月 11 日現在

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007 ～ 2009

課題番号：19740011

研究課題名 (和文) 一般線型群のモジュラー表現論

研究課題名 (英文) Modular Representation Theory of General Linear Groups

研究代表者

宮地 兵衛 (MIYACHI HYOHE)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・助教

研究者番号：90362227

研究成果の概要 (和文)：正標数の無限・有限一般線型群およびべき根での一般線型量子群の表現論についてランクを変化させるという標準的な方法、及びやや標準的なことから外れこれらを同時に扱うことと、とりわけ我々の新アプローチである違う"標数"、正確には量子標数(べき根の位数)を変化させたときの表現の圏の比較を行った。ここでは特別な圏を扱い導来圏を通過することにより表現論(表現の圏)を比較するという内容である。

研究成果の概要 (英文)：

We studied representation theory of general linear groups in positive characteristic and quantum groups at roots of unity by a standard method such as treating different ranks, a rather standard method such as treating those groups at the same time and our new method that we change the "quantum characteristics" and we compare their module categories. Here, the speciality of our approach is to start with a very special category and then to pass it in the derived categories so that we are able to compare general module categories.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	1,100,000	0	1,100,000
2008 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	630,000	3,830,000

研究分野：表現論

科研費の分科・細目：数学・群の表現論

キーワード：代数学, 表現論

1. 研究開始当初の背景

研究開始当初は、Lascoux-Leclerc-Thibon / 有木 理論(LLTA 理論)が既に存在し標数 0 の一般線型量子群のシューア代数の直既約射影加群とアフライン(一般)線型量子群のフォ

ック空間の柏原大域的結晶基底の関係が完成していた。

アフライン(一般)線型量子群のフォック空間においてその量子群のランクを変えた際の柏原大域的結晶基底の関係に関する James

と Mathas の結果を発見して、これの圏化ができないか? という疑問を持つことから本研究課題に着手した。

対称群のヘッケ代数の場合に証明が完成して、振り返って見たときに、より自然と思える解釈が上記 LLTA 理論よりずっと前に組成因子のレベルで既にあった。それは、有名なアフィンリー代数の負のレベルの表現の圏とベキ根での量子群の有限次元表現の圏を結ぶ Kazhdan-Lusztig と 柏原・谷崎により解決した Lusztig の三位一体予想に登場する指標公式のベキ根の位数との独立性であった。(これは確固たる表現論における偉業といえる背景であったが、我々は上記のように研究着手当初このルート以外で出発していた)

2. 研究の目的

目的は一言では一般線型群のモジュラー表現論を高めることと言えるが、ここではより具体的にかつ平たく述べる。

表現論では、まずこれ以上小さくできない最小単位、既約加群(表現)の情報を得たいと欲する。これは高等学校化学の"原子"に相当する。次は、高等学校化学の"分子"に相当するものを考える。それは表現論では直既約加群と言ってそれ以上(直和に)分けることが出来ない最小単位である。そして理論が言うところは共に全体は"分子"直既約加群を並べたものだという理解である。

しかし、表現論では"分子"直既約加群をすべて列記できないという不可能性定理が成立する場合がしばしばある。そして、私の研究対象はいつもこの不可能性定理が成立する。だが人々は全く諦めて来なかった。表現論では、高等学校化学の化学反応の起こり得る分子の集まりの種類に関する最小単位に相当する表現の圏(ブロック)が考えられ、これらの比較可能性は十分にある。

こういった比較を一般線型(量子)群の有限次元加群の圏について考えることは、理論として自然である。実際、一般線型(量子)群のランクを変化させた truncation 関手の研究とランクは止め表現に表現をテンソルする translation 関手の研究といった古典は 80 年代には既に誰もが知っていた。

こういった比較を今までに誰もやっていない"量子標数"を変化させたときに行うことを第 1 の目的とした。

3. 研究の方法

[研究方法の主要部分]

共同研究者との議論によりアイデアを煮詰める。具体的には、科研費を使って、中長期出張により共同研究者 J. Chuang 氏と直接議論する。[1] 目標のアイデアを実現できるかどうか例などを見て路線は間違っ

ていないか[答えが正しいとしたときに出てくる系]による弱い結果が正しいかを確認する。[2] どんな道具(実際に論文等に記載されている事柄、セミナー・研究集会での講演内容による最新情報等)が考えられるか議論する。[3] 分担してその道具を揃える。互いがその道具に関する教師となったように教え合い、時には逆に反駁され道具に慣れる。[4] アイディアにのっとり、その道具が実際に使えるか検証する。これは山の山頂をゴールとすると、確実に踏破できる場所を特定する作業を行うことに当たる。[5] ルートが特定されていない部分があるときは、[1]-[4] を局所的に繰り返す。

以上の工程で出来た結果をセミナーや集会などの場で講演し、さまざまな意見を募る。このフィードバックにより、時には、元のアイデア構想そのものを拡張する。

また、我々の主だった道具のキーワードは、LLTA 理論、森田同値、導来圏同値、柏原結晶基底理論、s12-圏化、偏屈同値、truncation 関手、translation 関手、Schur 関手(KZ 関手)、Green 対応等である。

[研究方法の技術的部分]

前述の主要部で記したことを実際に TeX 打ちして投稿を行う。ここでは、我々が時間的に行き着いたルート確保順とは異なり、最速登頂できる順を選ぶように磨く。

審査の結果によりルート確保の若干の不足を指摘された部分を補正し、論文の完成度を上げる。

4. 研究成果

k, e を勝手な非負整数とする。主要な結果は、以下のように非常に簡潔に書ける。

1 の原始 e 乗根をパラメータを持つ一般線型量子群の有限次元加群の圏は、アーベル圏として 1 の原始 $(e+k)$ 乗根のその直和因子である。ここでは、係数は標数 0 の体であるとしているが、正標数の場合にも局所的に同種の定理を得た。 $(e+k)$ と e は、基本領域の相似比をもつ alcoves を各々与えることになり、ウエイトは、alcoves とも思えるので、主張における圏の埋め込み関手によるウエイトの移り変わりは、この全く自然な alcoves 図形の相似図形埋め込みに他ならない。

この結果は、J. Chuang 氏との共同研究である。

他にこの結果を見てから構成したことを述べる:[1] 多項式表現の圏における射影的入射的加群の良い性質を利用した既約スペクトル加群の構成法やワイル加群間の Hom 空間での行外し定理の単射保存性の結果を得て各地で講演した。現状は DeVisscher-Donkin 予想への応用のための準備中である。[2] 段落 1 にある結果は、所謂 e -weight

を保存した対応から来る分解定数や射影加群等の比較を可能にする定理であるが、 e -weight を変化させる場合を考えた。量子標数 e は固定し、水平 e -hook を 1 行目に足し上げる操作が、End-環の同型として実現でき、次数付分解定数を保存する構成に成功した。内容を有木進主催の研究集会で講演した。この[1],[2]は単独研究である。

最終年度は別の世界(双対)で同種のアプローチをとることを目指した。具体的には、ランクを固定して前述の場合と双対となる複素鏡映群に付随する有理的 Cherednik 代数の表現の部分圏 $O(c)$ の族を考える。この族は、多重チャージ c といわれるものでラベルされており $O(c)$ は c に依存する圏であるが $O(c)$ の導来圏は三角圏として同値になると思っている。そこで $O(c)$ のうち特別なものを有限表現型の代数との冠積として実現することに成功し、現在 Chuang, Vasserot 氏と共同で c を変化させたときの導来圏同値を構成すること、つまり、すべての $O(c)$ を特殊なものから導来圏同値で理解することを目指している。他の型の場合として $D4, D5, E6, F4, G2$ 型 1-parameter 岩堀-Hecke 環の quasi-hereditary cover のパラメータに依らない有限次元代数としての実現を与え、その表現の圏は有理的 Cherednik 代数の圏 O と圏同値となることが示せた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

① J. Chuang - 宮地兵衛, Runner Removal Morita Equivalences, Progress in Mathematics Vol. 284 Gyoja, A.; Nakajima, H.; Shinoda, K.-i.; Shoji, T.; Tanisaki, T. (Eds.) 1st Edition., 2010, Approx. 450 p., Hardcover ISBN: 978-0-8176-4696-7 (査読有,受理済)

② 飛田明彦 - 宮地兵衛, Module correspondences in Rouquier blocks of finite general linear groups, Progress in Mathematics Vol. 284 Gyoja, A.; Nakajima, H.; Shinoda, K.-i.; Shoji, T.; Tanisaki, T. (Eds.) 1st Edition., 2010, Approx. 450 p., Hardcover ISBN: 978-0-8176-4696-7 (査読有,受理済)

③ 宮地兵衛, Rouquier blocks in Chevalley groups of type E. *Adv. Math.* 217 (2008), no. 6, 2841—2871, (査読有)

④ 宮地兵衛, Uno's conjecture for the exceptional Iwahori-Hecke algebras. *New trends in combinatorial*

representation theory, 155--177, RIMS Kôkyûroku Bessatsu, B11, Res. Inst. Math. Sci. (RIMS), Kyoto, 2009, (査読有)

[学会発表] (計 10 件)

① 宮地兵衛, "On an equivalence between the category O over a certain rational Cherednik algebra and a module category of a cyclotomic Schur algebra", Workshop on Representation Theory and Complex Analysis, (Tongi University China, 11 -12 Dec 2009)

② 宮地兵衛, Comparing finite dimensional module categories over quantum general linear groups at different roots of unity 代数的三角圏とその周辺, 2009年7月22日, 京都大学

③ 宮地兵衛, "Dipper's hypothesis and selfinjective endomorphism rings", Representations of Finite Groups, March 23 - March 28, 2009 Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Oberwolfach, Germany.

④ 宮地兵衛, "Irreducible Specht modules", Workshop on Representation Theory and Complex Analysis, (Tongi University China, 22 -23 Dec 2008)

⑤ 宮地兵衛, Equating decomposition numbers in different weights, Workshop on Algebras in Lie Theory, 2008年9月7日~9月12日, 有木進主催, 東京大学 玉原国際セミナーハウス

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[その他]

ホームページ等
<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~miyachi/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮地 兵衛 (MIYACHI HYOHE)
名古屋大学・多元数理科学研究科・助教
研究者番号：90362227

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：