

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007～2010

課題番号：19740016

研究課題名（和文） 形式的ループ空間・アーク空間の応用

研究課題名（英文） Applications of formal loop spaces and formal arc spaces

研究代表者

高橋 宣能 (TAKAHASHI NOBUYOSHI)

広島大学・大学院理学研究科・助教

研究者番号：60301298

研究代表者の専門分野：代数幾何学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：Gromov-Witten 不変量・モテューフ的ゼータ関数・モテューフ的測度

## 1. 研究計画の概要

(1) 形式的ループ空間・アーク空間を、弦理論的手法の正当化や特異点の研究に応用する。

(2) (1) に関連して、ある多様体に付随する多様体の無限系列や、母函数などを調べる。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 形式的ループ空間・アーク空間について。

Frobenius 写像の類似を見付け、特異点論へ応用することを目標として、形式的ループ空間・アーク空間の様々な変種を模索した。その結果、ある種の無限小版の系列を発見し、予備的な計算を行った。

(2) モテューフ的ゼータ関数について。

① モノイダル圏における有理性の問題を調べ、Schur 有限な対象のモテューフ的ゼータ関数は **determinantly rational** だが **uniformly rational** とは限らないことを示した(筑波大の木村健一郎氏・広島大の木村俊一氏との共同研究、投稿中)。

② 代数的力学系の Grothendieck 環やその局所化について調べ、ごく単純な代数的力学系に対してもそのモテューフ的ゼータ関数が **determinantly rational** でないことを示した(投稿中)。

(3) 弦理論的モテューフ的測度について。

Minimal log discrepancy の昇鎖律の精密化として、弦理論的モテューフ的測度の降鎖

律について調べた。結果として、任意次元トーリックで標準的係数を持つ場合および二次元で係数を降鎖律を満たす集合から取った場合について証明できた(投稿中)。

(4) Gromov-Witten 不変量について

射影平面における非特異三次曲線の補集合の相対 Gromov-Witten 不変量について、四次までの詳しい計算を行った。

これに理論的な解釈を与えるために、相対安定写像のモデュライにおいて可約なものに対応する点の構造を調べ、相対 Gromov-Witten 不変量への可約曲線の寄与を計算した(論文は準備中)。

3. 現在までの達成度

③ やや遅れている。

(理由)

研究目的の中心であるループ空間・アーク空間の応用からいくらか離れた、派生する問題について進展があり、これらについては、発表が遅れた。

その一方で、ループ空間・アーク空間については、いくつかの興味深い方向は発見できたが、明確な進展は得られなかった。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 相対 Gromov-Witten 不変量については、既に得られた結果の公表を急ぐ。また、弦理論的モテューフ的測度の降鎖律については、同じ方向でもう少し進展させられると考えられる。

(2) ループ空間・アーク空間の応用については、様々な特異点などについてループ空間・アーク空間やその変種から得られる不変量を計算する、また nonstandard tight closure などとの類似を考察する、などの方法により進展させたい。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕 (計0件)

〔学会発表〕 (計5件)

① 高橋宣能, Descending chain condition for stringy invariants, 高次元代数幾何の周辺, 2009.12.16, 京都大学 理学部

② 高橋宣能, 三次曲線の補集合上の細かい数え上げ, 射影多様体の幾何とその周辺 2008, 2008.11.2, 高知大学理学部

③ 高橋宣能, Motivic zeta functions in additive monoidal categories, 代数幾何学サマースクール 2008, 2008.8.12, 東京大学 玉原国際セミナーハウス

④ 高橋宣能, Schur-finiteness and rationality of motivic zeta, 第3回代数・解析・幾何学セミナー, 2008.2.20, 鹿児島大学理学部

⑤ 高橋宣能, Rationality and irrationality of certain motivic zeta functions, Algebraic Geometry and Commutative Algebra Tokyo 2007, 2007.12.14, 東京大学大学院数理科学研究科