

研究種目：若手研究（B）
研究期間：2007～2010
課題番号：19740031
研究課題名（和文）
高次元トポロジーと低次元トポロジーの境界領域にある幾何
研究課題名（英文）
Geometry in the interface between high- and low-dimensional Topology
研究代表者
高瀬将道（TAKASE MASAMICHI）
信州大学・理学部・准教授
研究者番号：30447718

研究代表者の専門分野：微分位相幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：低次元トポロジー，微分可能写像，特異点，高次元結び目，埋め込み，はめ込み

1. 研究計画の概要

多様体間の微分可能写像を用いて多様体のトポロジーについて研究することを目的とする。もう少し具体的に言うと、代数的トポロジーに帰着し完成されたとされる埋め込み・はめ込み理論において各次元・各写像に固有の幾何を探ることにより代数的トポロジーの幾何的な意味を明らかにすることや、低次元多様体の高次元多様体への埋め込み・はめ込みを扱うことにより高次元トポロジーと低次元トポロジーを結びつけることなどを目的とする。

2. 研究の進捗状況

$6k$ 次元球面 S^{6k} 内に埋め込まれた $(4k-1)$ 次元球面 S^{4k-1} に、ある種のスパン結び目の構造が入ることを明らかにした。すなわち、Haefligerによって発見された $6k$ 次元球面の中の $(4k-1)$ 次元の滑らかな結び目はすべて、 $(4k-1)$ 次元球面内に標準的に埋め込まれた $S^{4k-1} \times S^{4k-1}$ に沿った「spinning about a submanifold」という操作によって得られることを証明した。 $6k$ 次元球面 S^{6k} 内に埋め込まれた $(4k-1)$ 次元球面 S^{4k-1} に関しては、他にもいくつかの結果を得た。例えば、この状況で定義されるある種の Hopf 不変量の取りうる値の考察などである。

3次元多様体の4次元空間へのはめ込みのコボルディズム類を特異 Seifert 膜の言葉で記述する公式を導いた。すなわち、与えられたはめ込みを拡張する4次元多様体からのジェネリック写像の（4次元多様体の）指数、写像の臍型特異点の個数によって、はめ込みのコボルディズム類が読み取れることを明らか

かにした。特別な場合に Thom 多項式の相対バージョンを得ていると見る観点もある。

具体的に記述されたある3次元球面の4次元空間へのはめ込みの正則ホモトピー類とコボルディズム類を、特異 Seifert 膜を用いて計算した。ある写像芽の versal unfolding を利用した、特異 Seifert 膜の具体的な構成に工夫がある。さらに結果的に、球面の3次の安定ホモトピー群の生成元にはめ込みによる新しい記述を与えることに成功した。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している

(理由)

微分可能写像の幾何学的な様相について、順調な成果を挙げており、成果の口頭発表や論文の出版も着実なペースで行っているからである。

4. 今後の研究の推進方策

具体的に記述されたある3次元球面の4次元空間へのはめ込みの正則ホモトピー類とコボルディズム類を、特異 Seifert 膜を用いて計算した例の高次元化、および divide の理論の高次元化といった新規の観点の研究課題が自然に沸き起こったため、計画を見直し、基盤研究（C）への前年度申請を行った。今後はその見直した計画に沿って研究を行う。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

① High-codimensional knots spun about manifolds (with Dennis Roseman), Algebraic and Geometric Topology 7 (2007) 359-377. (査読有)

② An Ekhholm-Szűcs-type formula for codimension one immersions of 3-manifolds up to bordism, Bulletin of the London Mathematical Society 39 (2007) 39-45. (査読有)

③ The Hopf invariant of a Haefliger knot, Mathematische Zeitschrift 256 (2007) 35-44. (査読有)

[学会発表] (計 6 件)

① 特異ザイフェルト膜の具体的な構成について, 北海道大学幾何学コロキウム, 北海道大学理学部, 2009年11月13日.

② 球面の3次安定ホモトピー群の余次元1はめ込みによる記述, ホモトピー論シンポジウム, 姫路市民会館, 2009年10月31日.

③ ミルナーのはめ込みが表すコボルディズム類について, 近畿大学数学教室講演会, 近畿大学理工学部, 2008年11月13日.

④ 高余次元結び目のスピニング, 同相群とその周辺, 京都産業大学, 2008年2月18日.

⑤ 高余次元結び目のホップ不変量, ホモトピー論シンポジウム, 金沢歌劇座, 2007年11月15日.

⑥ 大域的特異点論の問題 3 題, 大域的特異点論の問題 —— 安藤良文先生還暦記念研究集会, 近畿大学, 2007年10月5日.