

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19740037

研究課題名(和文) 有限群の分類空間の研究

研究課題名(英文) Research on classifying spaces of finite groups

研究代表者

井上 雅照 (INOUE Masateru)

千葉科学大学・危機管理学部・講師

研究者番号：60378544

研究分野：

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：トポロジー

## 1. 研究計画の概要

(1) 基本可換  $p$  群の分類空間  $B(\mathbb{Z}/p)^n$  の安定ホモトピー型分解の成分の研究をする。特にその中でも比較的性質のよい Steinberg 成分  $M(n)$  について調べることを目標とする。

(2) 分類空間  $B\mathbb{Z}/p$  と加法形式群の自己同型群は  $\text{mod } p$  通常ホモロジーの安定ホモロジー余作用素  $H_*H$  の構造で重要な役割を果たす。それ以外のホモロジーの安定ホモロジー余作用素を、分類空間と形式群の自己同型群を使って決定することを目標とする。

## 2. 研究の進捗状況

(1)  $M(n)$  の  $\text{mod } p$  Hurewicz 写像の像を完全に決定することを目標とし研究を行った。Hurewicz 像が各次元で  $\mathbb{Z}/p$  か  $0$  になることは、以前の研究からすぐに得られる。今までの研究でほとんどの次元で  $0$  になることはわかった。この研究で決定できなかった次元では  $n=1$  の場合は Hansen により  $0$  となることが知られている。その結果から予想すると、決定していない部分の Hurewicz 像は  $0$  になると思われる。 $n=1$  の場合の Hansen の結果では、Hurewicz 像が  $0$  にならない  $B\mathbb{Z}/p$  のホモトピー群を具体的に構成している。 $n=2$  の場合に拡張を試みたが、いい構成を見つけることができなかった。

(2) Morava  $K$ -理論の安定ホモロジー余作用素  $K(n)_*(K(n))$  の構造はすでに柳田により知られている。 $p$  が奇素数の場合には  $\text{mod } p$  通常コホモロジーの安定ホモロジー

余作用素  $H_*H$  には Milnor 元がある。それに対応する元が  $K(n)_*(K(n))$  にも出てくる。Milnor 元があるので、 $H_*H$  と同じように通常の  $1$  次形式群の自己同型群を使っただけでは、 $K(n)_*(K(n))$  と同型になる Hopf 代数を構成できない。まず Milnor 元の部分とそれ以外の部分を別々に考える。具体的には Milnor 群に対応する部分は  $2$  次加法形式群、それ以外の部分は通常の  $1$  次形式群を使って構成した。この  $2$  つは重複している部分があるので、最後にこの  $2$  つを合成することで  $(n)_*(K(n))$  と同型になる Hopf 代数を形式群の自己同型群を使うことで構成できた。

## 3. 現在までの達成度

③ やや遅れている。

$M(n)$  の Hurewicz 像はほとんどの部分は決定しているが、それ以外の部分の決定は今のところ有効な方法が見つかっていない。

以前の  $H_*H$  の研究で使ったのと類似の手法で、 $K(n)_*(K(n))$  の構造を決定できる可能性を思いつき、代数的に構成することができた。

## 4. 今後の研究の推進方策

(1) Arone, Lesh は  $M(n)$  の  $bu$  での類似物を構成した。これは最近の結果であり Whitehead 予想などまだわかっていないことも多いので、今後  $M(n)$  の既存の結果と比較しながら研究を進める。

(2)  $K(n)_*(K(n))$  の構造を、分類空間と形式群の自己同型群を使って決定したい。その

中で分類空間  $BS^1$  と  $BZ/p$  が重要な役割を果たすと思われる。これらの空間と  $\text{mod } p$  通常ホモロジーの場合に使用した手法を用いて研究を進める。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 0 件)

[学会発表] (計 2 件)

- ① 井上雅照、Odd primary Steenrod algebra, additive formal group laws, and modular invariant、日本数学会 2009 年度年会、2009 年 3 月 28 日、東京大学駒場キャンパス
- ② 井上雅照、The Steenrod algebra and the automorphism group of additive formal group law、第 54 回トポロジーシンポジウム、2007 年 8 月 7 日、会津大学大講義室

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]