

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2006～2010

課題番号：19740057

研究課題名（和文） グラフの部分構造と連結因子に関する研究

研究課題名（英文） On subgraphs and connected factors of a graph

研究代表者

松田 晴英（MATSUDA HARUIDE）

芝浦工業大学・工学部・准教授

研究者番号：00333237

研究分野：グラフ理論

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：グラフ、因子

1. 研究計画の概要

グラフの因子問題は、与えられたグラフに対して、ある特定の性質をみたす全域部分グラフを見つけるという問題である。全域部分グラフとは、与えられたグラフのすべての点と一部の辺からなるグラフのことである。本研究の目的は次の2点にある。

- (1) グラフ全体でもつ構造がグラフの一部でもあり得るかを研究し、グラフ全体で知られている性質との関連性を追求していく。
- (2) 連結因子の構造を様々な角度から検証し、その存在定理の解決方法を提示する。

2. 研究の進捗状況

上記研究目的の(1)については、指定した点部分集合を端点とする全域木が存在するための次数条件を得ることができた。主定理の概略は以下の通りである。 $(k+1)$ -連結グラフ G において、互いに 辺で結ばれていない 2 点の組すべてに対し、これら 2 点から出る辺の本数が $|G|+1$ 本以上ならば、 G には指定した点を端点とする全域木がある。また、この系として、指定した点を端点として含む全域木がグラフに存在するための次数条件も得られた。

上記研究目的の(2)については、2つの方向性により、連結因子構造の解明に取り組んだ。まずは連結因子の基礎研究として、2部グラフに正則因子が存在するための次数条件を得た。この結果は発表時点では単独研究であったが、この発表をきっかけにして、他の研究者から有益なアイデアを得ることができ、さらに一般的な成果へと拡張することができた。

もう1つの方向性として、グラフの k -tree と

いう連結因子について研究した。グラフの k -tree とは、各点から出る辺の本数が高々 k 本で、任意の2点間の道は1通りであるような全域部分グラフをいう。グラフに k -tree が存在するための次数条件が Sein Win によって得られている。これはグラフ全体に対する連結因子が存在するためのひとつの重要な結果と言える。一方、本研究課題では、Win によるグラフの k -tree が存在するための次数条件を指定した一部の点集合に対しても、自然に適用できることを示すことができた。これは研究目的(1)を部分解決する結果でもあり、今後、本研究課題を続けていく上で重要な位置を占める、大変興味深い結果である。この結果は専門誌に受理され、2009年度に出版された。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

応募時の計画として、1～3年目は研究目的の(1)と(2)それぞれを独立に解決し、4年目にこれらの融合的解決をする予定であった。しかしながら、3年目にして、(1)と(2)の融合的解決が一部実現している。また、これをきっかけに今後の研究の方向性も見えつつある。

4. 今後の研究の推進方策

今後は、上記の研究目的の(1)と(2)の融合的解決を主な目標とする。これまでの因子理論では、グラフ全体に所望の性質をみたす全域部分グラフ（因子）があるかという問題に対して、多くの研究がなされ、多くの結果が得られている。さらに、本研究課題において、

因子に関する既存の結果が、グラフの指定した頂点部分集合に対して自然に適用された結果が徐々に明らかになっていった。一方で、グラフの連結因子も木という構造について、近年、大きく研究が進展している。そこで、本研究課題では、因子理論における既存の結果で取り上げられた様々な条件が部分グラフにも適応し得るかを研究し、この部分グラフにおいて連結因子に相当する構造があるかを追及していく。予想される結果としては、与えられたグラフの指定した部分グラフにおいて、既存の連結因子に対する結果と同様な定理が得られると思われる。したがって、既存の結果に対する充分性を多く調査、検討する必要があり、このためにグラフ理論関係図書を購入したいと考えている。これを物品費の一部として計上している。また、本研究における情報収集、論文作成ならびに成果発表時に必要なコンピュータの周辺機器を物品費の一部で購入予定である。一方、効率的に研究を進めるために、茨城大学の加納幹雄教授とグラフの因子問題についての研究打ち合わせ及び、情報収集を行う予定である。これらのために旅費を計上している。さらに、情報収集と本研究課題で得られた成果の報告を兼ね、この分野の第一線で活躍されている研究者の発表を聴講したいと考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

- ① H. Matsuda, H. Matsumura, Degree conditions and degree bounded trees, *Discrete Mathematics*, 309, 3653--3658 2009, 査読有
- ② Y. Egawa, H. Matsuda, T. Yamashita, K. Yoshimoto, On a spanning tree with specified leaves, *Graphs and Combinatorics*, 24, 13--18, 2008, 査読有

[学会発表] (計2件)

- ① 松田晴英, A degree condition for a bipartite graph to have a regular factor, 純粹数学及び応用数学としての組合せ論・離散数学そしてその周辺ワークショップ, 2008年7月4日, 電気通信大学
- ② H. Matsuda, A degree condition for a bipartite graph to have a regular factor, The Kyoto International Conference on Computational Geometry and Graph Theory (KyotoCGGT2007). 2007年6月15日, 京都大学

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]

<http://www.sic.shibaura-it.ac.jp/~hmatsuda/>