

平成22年6月2日現在

研究種目：若手研究（B）
 研究期間：2007～2009
 課題番号：19740074
 研究課題名（和文） 非線形常微分方程式の振動理論とその楕円型方程式への応用
 研究課題名（英文） Oscillation Theory for Nonlinear Differential Equations and Its Applications to Elliptic Equations
 研究代表者
 山岡 直人（YAMAOKA NAOTO）
 大阪府立大学・工学研究科・准教授
 研究者番号：90433789

研究成果の概要（和文）：本研究課題の目的は、 p -Laplacian をもつ常微分方程式と楕円型偏微分方程式の振動問題を考察することである。主な研究成果は、次の通り：（1）一次元 p -Laplacian と減衰項をもつ非線形微分方程式に対し、振動条件と非振動条件を与えた。（2）半分線形微分方程式に対して時間遅れを含む非線形摂動項を加え、振動しない解をもつための十分条件を得た。（3）一次元 p -Laplacian をもつ非線形微分方程式に対し、解の振動に対する比較定理を与えた。（4） p -Laplacian をもつ楕円型偏微分方程式の球対称解に着目し、正值解をもつための十分条件を与えた。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this research project is to study oscillation problems for ordinary differential equations and elliptic equations with p -Laplacian. The main results are as follows: (1) Oscillation and non-oscillation criteria are given for all nontrivial solutions of second-order damped nonlinear differential equations with one-dimensional p -Laplacian. (2) A sufficient condition is obtained for half-linear differential equations with delay nonlinear perturbations to have a non-oscillatory solution. (3) We establish a new comparison theorem on the oscillation of solutions of nonlinear differential equations with one-dimensional p -Laplacian. (4) We consider radial solutions of elliptic equations with p -Laplacian, and give sufficient conditions for the equations to have a positive solution.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,100,000	0	1,100,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,500,000	420,000	2,920,000

研究分野：基礎解析学

科研費の分科・細目：関数方程式

キーワード：常微分方程式，楕円型方程式，振動理論，非線形摂動項，比較定理，相平面解析，時間遅れ

1. 研究開始当初の背景

常微分方程式の振動理論は、20世紀中頃まで線形微分方程式が中心に研究されていたが、その後、非線形微分方程式へと移行していった。線形微分方程式に対する代表的な振動・非振動条件としては、Euler型線形微分方程式の入れ子構造を利用した Hille-Kneser型と積分条件を用いた Nehari型が挙げられる。研究開始当初までに得られた結果は、Euler型非線形微分方程式に対する Hille-Kneser型の振動・非振動条件であり、その条件を応用して、自己随伴非線形微分方程式の振動問題や楕円型偏微分方程式の正值解の存在性に関する研究成果を得た。さらに、これら一連の研究を発展させ、 p -Laplacianをもつ常微分方程式の振動問題を考察し、研究成果を部分的に得ることができた。しかし、未解決な問題も多く、特に、Euler型非線形方程式や p -Laplacianをもつ常微分方程式の Nehari型の振動・非振動条件に関する研究は、全く進んでいない状況であった。

2. 研究の目的

本研究課題では、 p -Laplacianをもつ常微分方程式の振動問題を軸とし、線形微分方程式を一般化した半分線形微分方程式や p -Laplacianをもつ楕円型偏微分方程式の解構造を解明することが目的である。

3. 研究の方法

(1) Euler型非線形微分方程式は、Liouville変換によって自励系に同値変換される。自励系の解は、相平面上の解軌跡として扱うことができ、解を視覚的に捉えやすい。また、相平面上において解軌跡の傾きに注目すれば、Riccati型の微分不等式が得られる。そこで、常微分方程式の振動問題は、相平面解析と Riccati technique を併用して研究を進める。

(2) p -Laplacianをもつ楕円型偏微分方程式の球対称解は、 p -Laplacianをもつ常微分方程式の解へ帰着される。常微分方程式の非振動解は、楕円型方程式の正值解に対応するので、常微分方程式の振動・非振動条件を利用することによって、楕円型偏微分方程式の外部領域や原点近傍の領域における正值解について考察できる。

(3) 研究の補助として、微分方程式および方程式系の数値実験を行う。数値実験によって、それらの解構造を推測することができる。

4. 研究成果

(1) 一次元 p -Laplacian と減衰項をもつ非線形微分方程式に対して、振動条件（全ての解が振動するための十分条件）と非振動条件（全ての解が振動しないための十分条件）を与えた。これらの十分条件を証明する過程において、全ての解が零に収束するための条件も得た。

(2) 半分線形微分方程式に対して時間遅れを含む非線形摂動項を加え、非振動条件（振動しない解をもつための十分条件）を与えた。この結果は、既に得られている振動条件（全ての解が振動するための十分条件）と対をなす条件であり、また、振動条件が最善であることを保障するための条件でもある。

(3) 一次元 p -Laplacianをもつ非線形微分方程式に対して、解の振動に対する比較定理を与えた。この比較定理と Euler型半分線形微分方程式の振動判定条件を組み合わせることによって、一次元 p -Laplacianをもつ方程式の Nehari型の振動条件（全ての解が振動するための十分条件）と非振動条件（全ての解が振動しないための十分条件）を導くことができた。

(4) p -Laplacianをもつ楕円型偏微分方程式の球対称解が、非線形常微分方程式の解に対応することに着目し、無限遠と原点近傍それぞれにおいて楕円型方程式の正值解の存在・非存在に関する条件を与えた。この研究によって、無限遠における解構造と原点近傍における解構造の類似性が明確になった。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計5件）

- [1] N. Yamaoka, A comparison theorem and oscillation criteria for second-order nonlinear differential equations, Appl. Math. Lett., 23 (2010), 902-906.

(査読有)

- [2] N. Yamaoka, A nonoscillation theorem for half-linear differential equations with delay nonlinear perturbations, *Diff. Eq. Appl.*, 1 (2009), 209-217. (査読有)
- [3] N. Yamaoka, p -Laplacian をもつ非線形微分方程式の振動に対する比較定理, 関数方程式のダイナミクスと数理解析研究所講究録 1637 (2009), 25-31. (査読無)
- [4] N. Yamaoka, Oscillation constants of nonlinear differential equations with delay, 現象からの関数方程式, 数理解析研究所講究録 1547 (2007), 87-93. (査読無)
- [5] N. Yamaoka, Oscillation criteria for second-order damped nonlinear differential equations with p -Laplacian, *J. Math. Anal. Appl.*, 325 (2007), 932-948. (査読有)

[学会発表] (計 15 件)

- [1] N. Yamaoka, Comparison theorems for oscillation of second-order nonlinear differential equations, *Equadiff 12*, Masaryk University, Brno, Czech Republic, July 20-24, 2009.
- [2] 山岡直人, 1次元 p -Laplacian をもつ非線形微分方程式の振動に対する比較定理, 日本数学会 2009 年度年会, 東京大学, 2009/3/26.
- [3] 山岡直人, 2階準線形楕円型方程式の振動条件について, 研究集会「微分方程式の定性的理論ワークショップ」, 大阪府立大学, 2009/3/3.
- [4] 山岡直人, 2階準線形楕円型方程式の振動条件について, 研究集会「振動理論ワークショップ - 松山 2009」, 愛媛大学, 2009/2/7.
- [5] N. Yamaoka, Oscillation problems for nonlinear differential equations with p -Laplacian and its applications to elliptic equations, *Workshop on Stationary Problems in Nonlinear Partial Differential Equations*, Kobe University, Kobe, Japan, December 9-10, 2008. (invited)

- [6] 山岡直人, p -Laplacian をもつ非線形微分方程式の振動に対する比較定理, 研究集会「関数方程式のダイナミクスと数理解析モデル」, 京都大学数理解析研究所, 2008/11/04.
- [7] 山岡直人, p -Laplacian をもつ非線形微分方程式の振動に対する比較定理, 研究集会「札幌医科大学における微分方程式セミナー (通算第 31 回)」, 札幌医科大学, 2008/9/1.
- [8] N. Yamaoka, Oscillation problems for half-linear differential equations with nonlinear perturbations, *World Congress of Nonlinear Analysts (WCNA 2008)*, Hyatt Grand Cypress Resort in Orlando, Florida, USA, July 2-9, 2008.
- [9] 山岡直人, 非線形摂動を伴う半分線形微分方程式の解の振動について, 日本数学会 2008 年度年会, 近畿大学, 2008/03/23.
- [10] 山岡直人, 周期係数をもつ半分線形微分方程式の解の振動について, 研究集会「微分方程式の定性的理論ワークショップ」, 徳島大学, 2008/03/01.
- [11] 山岡直人, 自己随伴非線形微分方程式の臨界減衰について, 研究集会「微分方程式の総合的研究」, 東京大学, 2007/12/14. (招待講演)
- [12] 山岡直人, 自己随伴非線形微分方程式の減衰解の漸近挙動について, 第 113 回広島数理解析セミナー, 広島大学, 2007/12/07.
- [13] 山岡直人, 非線形摂動項を伴う半分線形微分方程式の振動問題について, 研究集会「関数方程式論におけるモデリングと複素解析」, 京都大学数理解析研究所, 2007/11/08.
- [14] 山岡直人, 非線形摂動項を伴う自励系半分線形微分方程式の振動問題, 研究集会「上越教育大学における微分方程式セミナー (通算第 30 回)」, 上越教育大学, 2007/08/29.
- [15] 山岡直人, 非線形摂動項を伴う自励系半分線形微分方程式の非振動条件, 研究集会「微分方程式湖畔セミナー in 松江 2007」, 島根大学, 2007/08/03.

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山岡 直人 (YAMAOKA NAOTO)
大阪府立大学・工学研究科・准教授
研究者番号：90433789