

研究種目：若手研究 (B)  
研究期間：2007 ~ 2010  
課題番号：19740084  
研究課題名 (和文) 可積分力学系における極限操作と解の挙動

研究課題名 (英文) Limiting procedure and behavior of solutions  
for integrable dynamical systems

研究代表者

竹縄 知之 (TAKENAWA TOMOYUKI)  
東京海洋大学・海洋工学部・准教授  
研究者番号：70361805

研究代表者の専門分野：大域解析学  
科研費の分科・細目：数学・大域解析学  
キーワード：可積分系, パンルヴェ方程式, トロピカル幾何学

#### 1. 研究計画の概要

本研究の目的は、極限操作により可積分力学系が連続または超離散系に変換される時、方程式の解の振舞及び付随する様々な性質がどのように反映されるのかを明らかにすることである。多くの離散可積分系は適当な極限操作により、代数的な性質を保ったまま常微分方程式系や超離散系に変換される。本研究ではこれらの極限操作により解の代数構造や複雑さ、初期値空間といった性質がどのように反映されるのかということについて知見を得ることを目的とする。

#### 2. 研究の進捗状況

(1) 鈴鹿医療科学大学の井上玲氏と共同で、離散周期戸田格子の超離散化で得られる超離散系について、トロピカル幾何学を用いる解析法を見出した。具体的にはトロピカルスペクトル曲線を用いて相空間からトロピカルヤコビ多様体への写像を構成できることを示した。また可積分箱玉形との関係を明らかにした。さらに Fay の恒等式のトロピカル版を発見し、応用として超離散周期戸田格子の完全解を求めた。その際、超離散双線形恒等式を用いた。

(2) 九州大学の津田照久氏と共同で、高次元のパンルヴェ型離散力学系の初期値空間を構成し、代数幾何的な意味づけをし、一般化を行った。具体的には、射影直線の直積空間をその部分多様体でブローアップしてできる有理多様体の族に対し、その擬同型写像がワイル群を成すことを示した。またタウ関数との関わりを明らかにした。

(3) 東京海洋大学の関口良行氏、東京電気通信大学の協隼人氏と共同で、実代数幾何学の多項式最適化への応用について新たな知見を得た。具体的には、多項式最適化問題に対して緩和法を用いて得られる半正定値計画問題が強双対性を持つための必要十分条件を、実イデアルを用いて定式化した。また、与えられた実多項式環のイデアルに対してその消滅イデアルを計算するアルゴリズムを見出した。

#### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

理由：

超離散系とトロピカル幾何学の関係については当初予想していた以上の成果が得られた。また(3)のような当初予見していなかったような副産物を得た。一方で、連続系との関係、ネヴァンリンナ理論との関係についてはそれほど進んでいない。

#### 4. 今後の研究の推進方策

(1) 線形  $q$  差分方程式のコネクション保存変形について研究を行う。

(2) トロピカル幾何学の超離散系への応用について更なる一般化を行う。

(3) 有理曲面上の力学系の分類について知見を得たので成果を公表する。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① R. Inoue and T. Takenawa, Tropical Spectral Curves and Integrable Cellular Automata, International Mathematics Research Notices 2008 rnn019 1-27 (2008) 有
- ② T. Tsuda, B. Grammaticos, A. Ramani and T. Takenawa, A Class of Integrable and Nonintegrable Mappings and their Dynamics Letters in Mathematical Physics 82 39-49 (2007) 有
- ③ R. Inoue and T. Takenawa, A tropical analogue of Fay's trisecant identity and the ultra-discrete periodic Toda lattice, Communications in Mathematical Physics, 289 995-1021 (2009)
- ④ T. Tsuda and T. Takenawa, Tropical representation of Weyl groups associated with certain rational varieties Advances in Mathematics, 221, 936-954 (2009) 有
- ⑤ R. Inoue and T. Takenawa, Tropical Jacobian and the generic fiber of the ultra-discrete periodic Toda lattice are isomorphic, RIMS Kokyuroku Bessatsu B13 175-190 (2009) 有

〔学会発表〕（計 13 件）

〔図書〕（計 1 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

○取得状況（計 0 件）

〔その他〕 特になし