

平成 22 年 5 月 31 日現在

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2009

課題番号：19740093

研究課題名 (和文) 反応・拡散・移流系が生成する有限次元力学系と時空間パターン

研究課題名 (英文) Spatio-Temporal Patterns and Finite-Dimensional Dynamical System generated by a Reaction-Diffusion-Chemotaxis System

研究代表者

大崎 浩一 (OSAKI KOICHI)

関西学院大学・理工学部・准教授

研究者番号：40353320

研究成果の概要 (和文)：本研究では、反応拡散系の中でも、走化性による因子の移流を伴う三村・辻川系を扱い、その大域存在と爆発、および解のパターン形成について研究しました。解の大域存在については、空間次元が 2 の場合において、分泌項の増加オーダーを新たに導入することにより、これを示しました。解の爆発については、Jager と Luckhaus の方法 (Jager-Luckhaus, Trans. Amer. Math. Soc. 329(1992)) を活用し、放物・楕円型に近似できる場合にのみこれを示しました。解のパターン形成については、中心多様体理論による縮約の方法を用いて考察し、その結果、六角形パターン解が横断的に定数解から分岐し、その後分岐枝が反転して安定となることならびに、ストライプパターン解が熊手型不安定分岐を起こし得ることなどが示されました。

研究成果の概要 (英文)： We examined the Mimura-Tsujikawa system, associated with advection due to chemotaxis, and global existence, blow-up and the pattern formation of solutions. The global existence of solutions was demonstrated by newly introducing a secretion term in a two-dimensional domain. We proved the blow-up of solutions only for the parabolic-elliptic approximated system by using the method of Jager-Luckhaus (Jager-Luckhaus, Trans. Amer. Math. Soc. 329(1992)). The pattern formation of the solutions was investigated by the reduction employing the center manifold theory. In the resulting solution, a constant solution was transversally bifurcated to an unstable hexagonal pattern solution, after which the bifurcated branches were inverted and become stable and simultaneously the stripe pattern solution caused an unstable pitch fork bifurcation.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,300,000	0	1,300,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,900,000	480,000	3,380,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：非線形微分方程式, 反応拡散方程式, パターン形成

1. 研究開始当初の背景

反応拡散方程式については、1966年の藤田宏先生の研究 (Fujita, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. A Math. 16(1966)) を契機として、反応と拡散の強さの関係による解の大域存在と爆発の問題が取り扱われるようになり、近年までに東京大学・儀我美一教授や東北大学・柳田英二教授といった研究者等により、国内外で様々な研究結果が生み出されてきました (藤田指数を始めとする様々な臨界指数の発見, 自己相似解の役割, 無限次元力学系理論の応用など). 今現在その流れは、連立方程式系である反応拡散系へと研究の対象を広げています (爆発と凝集, 柳田英二編, 東京大学出版会, 2006). 反応拡散方程式(系)に対する解の大域存在が示されたら、次に注目されるのが解の挙動, 特にその時空間パターン形成です. もともと反応拡散方程式が注目を集めたのは、1952年, A. Turing による反応拡散系を用いた生物個体の形態形成に関する論文 (Turing, Phil Trans. Roy. Soc. London B 327(1952)) において、反応と拡散の作用により空間非一様解が存在し得ることが示唆されてからであり、それから計算機能力の急速な進歩に伴って、反応拡散方程式のパターン形成に関する様々な研究が、明治大学・三村昌泰教授 (特異摂動法, 数値計算), 東京大学・俣野博教授 (解のラップナンバー, 領域と解の形状の関係), 北海道大学・西浦廉政教授 (シャドウシステムの導入), 九州大学・栄伸一郎教授 (縮約理論による進行波の解析), 東北大学・高木泉教授 (スパイク解の存在と安定性) 等の研究者によって進められ、現在までに対応する現象の解析と手法の開発が大きく進展しました.

2. 研究の目的

生命現象や自然現象などに現れる非線形現象について、そのモデル方程式の理論的解析を行って、現象のメカニズムを把握するとともに、解析で必要となる普遍的手法を開発し発展させることを目指して研究を行っています. 本研究では、反応拡散系の中でも、因子の移流を含む反応・拡散・移流系の1つである三村・辻川系 (Mimura-Tsujikawa, Physica A 230(1996)) を扱い、その大域存在と爆発、および解のパターン形成について研究します.

3. 研究の方法

大域存在を示すには、局所解の散逸エネルギーを上から評価することで、一様評価式を得る方法を用います. 一方、解の爆発については、Jager と Luckhaus の方法 (Jager-Luckhaus, Trans. AMS 329(1992)) を活用するため、放物型・楕円型系に近似して、これを考えます. パターン形成については、早稲田大学・西田孝明教授等の浮力と重力作用の課された Navier-Stokes 方程式に対する方法 (Nishida-Ikeda-Yoshihara, Lect. Notes Comput. Sci. Eng., Springer 19(2002)) を採用し、Crandall-Rabinowitz の分岐理論 (Crandall-Rabinowitz, J. Funct. Anal. 8(1971)) を用いて考えます. ただし、この分岐理論を使用するためには、長方形パターンとストライプパターンが同時に分岐しないよう $2/3\pi$ 回転不変性を有するモードを成分とする部分関数空間に制限して用います. また、局所分岐の詳細な分岐構造を理論的に示すため、中心多様体理論による縮約の方法も用います.

4. 研究成果

(1) 爆発と大域存在の臨界指数に関する研究.

空間次元が2の場合において、解の大域存在に関する研究を、東京医科歯科大学・中口悦史准教授との共同研究で行いました. 手法は、局所解の散逸エネルギーを上から評価することで、一様評価式を得る方法を用いるのですが、この方法では、通常 of 分泌項 (オーダー1) の場合、2 次の減衰をもつロジスティック項では解を評価することが困難であることが分かりました. そこで、分泌項の増加オーダーもパラメータと考え、減衰と分泌のオーダーについてのある関係式が成り立つとき、一様評価が得られることを示しました. 解の爆発については、Jager と Luckhaus の方法 (Jager-Luckhaus, Trans. AMS 329(1992)) を活用するため、放物型・楕円型系に近似できる場合にのみこれを考えました. この場合は、1 次の減衰と通常 of 分泌項では解の爆発は防げないということが示され、成果を現在投稿中です.

(2) 指数アトラクターの構成と次元評価.

三村・辻川系については、指数アトラクターが構成できることが示されています. 本研究では、M. Efendiev 教授と中口悦史准教授

との共同で、その次元の評価を行い、成果が Glasgow Math. J. に掲載されました。また、反応と拡散の作用について詳しく調べる目的で、八木厚志教授と櫻井建成准教授ならびに、愛媛大学・吉川周二准教授との共同で、スパイラルパターンの形成が知られる興奮反応拡散系であるオレゴネータ方程式ならびに、ネガティブフィードバック作用を導入したオレゴネータ方程式について、指数アトラクターを構成しています。成果は、Discrete and Continuous Dynamical Systems ならびに、Research Reports of Ube National College of Technology に掲載されました。

(3) 正六角形とストライプパターンの形成

これまで走化性増殖系については、これが六角形パターンやストライプパターンを呈することが、大阪大学・八木厚志教授らの研究グループによって数値的に示されており、さらに研究代表者と福岡工業大学・久藤衡介准教授、千葉大学・櫻井建成准教授、宮崎大学・辻川亨教授との共同研究によってその数値結果と分岐理論を用いた理論解析との間に関連性があることが示されていました。これを分岐理論を用いてまとめ直し、盛岡応用数学小研究集会で口頭発表ならびに、報告集に報告しました。局所分岐の詳細な構造を理論的に示すには、中心多様体理論による縮約の方法が有効です。こちらについては、関西学院大学・奥田孝志氏との共同で研究を行い、その結果、六角形パターン解が横断的に定数解から分岐し、その後分岐枝が反転して安定となることや、ストライプパターン解が熊手型不安定分岐を起こし得ることなどが示され、成果を現在投稿中です。

(4) 1次元走化性増殖系における定常パターンの分岐とホップ分岐

空間次元が1であれば、ソフトウェア AUTO によってパターン解を追跡できます。空間2次元で取り扱う長方形領域の縦と横の比である1対ルート3という長さを有するそれぞれの区間に対して、分散関係式を導き、波数1及び2を有する定常解が分岐することを AUTO によって示しました。またホップ分岐も起こり得ることを確認し、これがストライプパターンが揺れ動くようなパターンの発生に関わっている可能性を示唆しました(千葉大学・倉田直子氏と共同)。成果は国際研究集会 International Conference on Free Boundary Problems in Chiba 2007 でポスター発表され、またその査読付きプロシーディングにも成果が報告されています。存在が示唆されたホップ分岐解については、奥田孝志氏との共同で、中心多様体理論を用いてその

存在と安定性を調べており、現在、成果を投稿中です。

(5) 化学反応波のスパイラルパターン形成と制御

反応拡散系では、境界条件が領域内部のパターン形成に影響を与えることが次第に明らかになってきています。反応拡散系に見られるスパイラルパターンについて、キネマティック方程式を利用した研究を、櫻井建成准教授と辻川亨教授との共同で、並行して行っていますが、スパイラルパターンの境界に対応する曲線の端点において、従来とは異なる境界条件を課した場合について成果が得られたので Physica D に報告しました。また、広島大学・末廣百合香氏との共同で、弧状波に対応するキネマティック方程式の厳密解の構成も試み、盛岡応用数学小研究集会において成果の一部の口頭発表ならびに、報告集にて成果を報告しました。加えて、キネマティック方程式を導出から新たに見直すことも、宮崎大学・矢崎成俊准教授との共同で行っています。現在、Mikhailov 等が提案した従来のキネマティック方程式では、自由端を有する曲線の場合、伸びないことが示され、従来から注目されている境界条件に関する問題へと同様に帰着しています。今後も、実現象との対応を含めて、研究を引き続き行っていきます。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計13件)

- ① A. Yagi, K. Osaki and T. Sakurai, Exponential Attractors for Belousov Zhabotinskii Reaction Model, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Supplements 2009, 846-856. 査読有
- ② 末廣百合香・大崎浩一, BZ反応に現れる弧状波に対するキネマティック方程式の厳密解, 盛岡応用数学小研究集会報告集(2009), 60-70. 査読無
- ③ T. Sakurai, K. Osaki and T. Tsujikawa, Kinematic Model of Propagating Arc-like Segments with Feedback, Physica D 237(2008) 3165-3171. 査読有
- ④ N. Kurata, K. Kuto, K. Osaki, T. Tsujikawa and T. Sakurai, Bifurcation Phenomena of Pattern Solution to Mimura-Tsujikawa Model in One Dimension, Gakuto International

- Series, Mathematical Sciences and Applications, vol. 29(2008), 265-278. 査読有
- ⑤ M. Efendief, E. Nakaguchi and K. Osaki, Dimension Estimate of the Exponential Attractor for the Chemotaxis-Growth System, Glasgow Math. J. 50 (2008), 483-497. 査読有
- ⑥ T. Sakurai and K. Osaki, Dynamics of Chemical Wave Segments with Free Ends, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 13 (2008), 1067-1076. 査読有
- ⑦ K. Osaki, T. Sakurai and S. Yoshikawa, Global Well-Posedness and Exponential Attractor for the Oregonator System with Global Feedback, Research Reports of Ube National College of Technology 54 (2008), 35-49. 査読無
- ⑧ K. Osaki, Global Existence of a Reaction-Diffusion-Advection System, Adv. Studies in Pure Math. 47(2007), 729-739. 査読有
- ⑨ Y. Takei, K. Osaki, T. Tsujikawa and A. Yagi, Exponential Attractor for an Adsorbate-Induced Phase Transition Model with Periodic Boundary Conditions, "Differential Equations and Applications, vol. 4", Nova Science Publishers, New York (2007), 113-132. 査読有
- ⑩ 久藤衡介・大崎浩一・櫻井建成・辻川亨, Hexagonal Pattern Formation in a Chemotaxis-Diffusion-Growth Model, 盛岡応用数学小研究集会報告集(2007), 1-11. 査読無
- ⑪ K. Osaki, Asymptotic Behavior of Reaction-Diffusion-Advection Systems, Research Reports of Ube National College of Technology 53 (2007), 29-39. 査読無
- ⑫ 秋丸晃一・大崎浩一, 反応拡散モデルに現れる波の制御とその機構について, Research Reports of Ube National College of Technology 53 (2007), 41-49. 査読無
- ⑬ 熊谷聡美・中川晃子・大崎浩一・吉川周二, 接線方向の成分を有するキネマティック方程式について, Research Reports of Ube National College of Technology 53 (2007), 61-64. 査読無

[学会発表] (計4件)

- ① 大崎浩一, 「反応拡散・走化性系に現れる非線形問題—時間大域存在性とパターン形成—」, 京都駅前セミナー, キャンパスプラザ京都, 2009年6月26日.
- ② 櫻井建成・大崎浩一・辻川亨, フィードバック項付き曲率モデルの提案, 日本化学会 第18回非線形反応と協同現象研究会, 同志社大学, 2009年1月10日.
- ③ 末廣 百合香・大崎浩一, BZ反応に現れる弧状波に対するキネマティック方程式の厳密解, 盛岡応用数学小研究集会, 岩手大学, 2008年12月14日.
- ④ N. Kurata, K. Kuto, K. Osaki, T. Tsujikawa and T. Sakurai, "Pattern Formation in Mimura-Tsujikawa Model", International Conference on Free Boundary Problems in Chiba 2007, 千葉大学, 2007年11月26日.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大崎 浩一 (OSAKI KOICHI)
関西学院大学・理工学部・准教授
研究者番号: 40353320