



研究課題名 発展方程式における系統的形状解析及び漸近解析

東京大学・大学院数理科学研究科・教授 いしげ かずひろ
石毛 和弘

研究課題番号：19H05599 研究者番号：90272020

キーワード：発展方程式、形状解析、漸近解析、冪凹性、爆発問題

【研究の背景・目的】

物理学、化学、生物、天文学等の数理科学上現れる数理モデルの多くは偏微分方程式として記述され、その解の形状解析および漸近解析はその数理モデルの解明に必要不可欠である。特に、拡散現象に関連した数理モデルにおいては、解はある拡散物質の濃度分布の時間の経過によって移ろい行く様を記述し、その解の形状を知りたいと思うのは自然な知的欲求であると考えられる。さらに、爆発や凝集といった非線形特有の特異現象の詳細な解析において解の形状解析と漸近解析は有効な解析手段である。本研究課題では、拡散方程式を中心に発展方程式やその系の解の漸近解析及び形状解析を系統的に行い、様々な発展方程式やその系の解の定性的性質の研究の深化及び未開拓問題の発見・解明を目指す。

【研究の方法】

発展方程式に対する解の形状を研究することは、発展方程式を導入する動機に直結する根源的かつ自然な知的欲求であると共に、爆発や凝集といった非線形現象を詳細に解析するには必要不可欠なものである。本研究課題では、発展方程式およびその系に対して「解の形は？」という素朴かつ根源的問題を問い、解の形のダイナミクスの研究を通して、それに答えようとするものである。本研究は解の形状解析および漸近解析を両輪として進めるものであり、その応用として非線形現象を中心とした様々な未解決問題への挑戦および新たな問題意識の提供を目指す。まず、未だ発展途上にある発展方程式やその系の解の冪凹性の研究について、粘性解理論を用いて系統的に行いつつ、拡散現象における新しい普遍的な凹

性概念の創出や凸性崩壊現象の解明を目指す。また、漸近解析の高次化・精密化を行いつつ汎用を広げ、様々な発展方程式における解に対して、最大点等の解の形状を記述する特徴点等の挙動を解析し、解の形状解析を展開する。さらに、これらの研究の応用・発展として、様々な非線形解析、例えば、楕円型方程式の解の形状や解構造の研究、発展方程式の解の爆発や凝集といった特異現象の解析、結晶成長モデルにおける螺旋構造生成メカニズムの解明等を目指した界面運動解析や高階放物型方程式論の構築、動的境界条件付き発展方程式の解の漸近挙動等の研究を行う。これらの研究には必要に応じて計算機による数値実験からの援用も行っていく。

また、ポスドク研究員やリサーチアシスタントを雇用すると共に、形状解析や爆発問題に関する国際研究集会を開催し、研究成果の発信及び情報収集、さらに国際共同研究を推進する。

【期待される成果と意義】

当該研究組織は形状解析および漸近解析に関する独自の研究視点および研究手法を有しており、それを基に様々な解析手法を合せることにより、独創的な研究成果を得ることが強く期待できる。また、解の形状解析および漸近解析は解析学の根幹に関わる基礎不等式の研究から様々な非線形現象解析にまで関連する幅広いものであるため、当該研究の研究成果は解析学全体の発展に大きく寄与するものであると考える。

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- F. Gazzola, K. Ishige, C. Nitsch, P. Salani 共編著 「Geometric Properties for Parabolic and Elliptic PDE's」 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Vol. 176, Springer International Publishing Switzerland (2016).
- K. Ishige and P. Salani, Parabolic power concavity and parabolic boundary value problems, Math. Ann. 358 (2014), 1091–1117.

【研究期間と研究経費】

令和元年度—令和5年度
107,500 千円

【ホームページ等】

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/teacher/ishige.html>
ishige@ms.u-tokyo.ac.jp

