

令和 6 年 6 月 21 日現在

機関番号：32503

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2023

課題番号：19K01757

研究課題名(和文) 投資時間の不確実性を取り入れたポートフォリオ選択問題に関する研究

研究課題名(英文) Research on portfolio selection problems incorporating uncertainty of investment times

研究代表者

徐 春暉 (Xu, Chunhui)

千葉工業大学・社会システム科学部・教授

研究者番号：70279058

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：投資時間非固定のポートフォリオ選択問題を2つの方向から研究した。

1) 投資時間を確率変数とし、投資評価方法とポートフォリオ最適化方法を提案した。具体的に、代表者が近年提唱している区間リスク指標PVaRを時間と市場の二重不確実性による投資リスクの指標とし、二重不確実性の下での収益率の期待値を投資リターンの指標とすることを提案した。これに基づき、ポートフォリオ最適化問題のモデルとモデル解析方法を開発した。

2) 投資終了時間を決定変数とし、投資終了時間と投資配分率の同時最適化方法を提案した。特に、投資リスクをVaRで測定する場合、同時最適化モデルを効率的に解析する方法を提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現代ポートフォリオ選択理論(MPT)は投資時間が確定的なものという前提に成り立っているため、その適応範囲は投資時間確定の状況に限られている。本研究は投資時間非固定状況に適応する投資決定方法を提案したことで、理論的にMPTの適応範囲をより一般的な投資状況に拡大した。特に提案したPVaRは時間と市場の二重不確実性によるリスクが初めて測れるようになった。投資時間非固定の状況はより一般的な投資状況であり、本研究はより一般的な投資状況に適応する投資評価方法と投資決定方法を提案したことで、より多くの投資実践で使える方法を提供した。

研究成果の概要(英文)：The portfolio selection problem with unfixed investment times was studied from two directions.

1) By considering investment times as random variables, we proposed an investment evaluation method and portfolio optimization methods. Specifically, we suggested using the interval risk measure PVaR, recently proposed by the principal investigator, as an indicator to measure investment risk under the uncertainties of time and market, and using the expected return under the dual uncertainties as investment return. Based on this approach, we developed models and solving methods for the portfolio optimization problem.

2) By considering the investment end time as a decision variable, we proposed a simultaneous optimization method for both investment end time and allocation ratios. In particular, when measuring investment risk with VaR, we suggested an efficient method to solve the simultaneous optimization model.

研究分野：金融工学

キーワード：ポートフォリオ選択問題 投資時間の不確実性 市場リスク PVaR VaR

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

(1) MPT (Modern Portfolio Theory) は投資期間確定の分散投資問題を対象に作られている。しかし、実際の投資において投資期間が変動可能な場合や投資期間に柔軟性を持たせている場合は多くあり、このような投資期間非固定状況の分散投資に対応できる理論は投資の現場から求められている。

(2) 投資時間は事前に固定していない場合、投資時間は市場要因や非市場要因から影響を受けることで不確実性のあるものと考えられる。この時間不確実性をどう投資決定モデルに取り入れるかを研究の中心テーマと考え、本研究を企画した。

研究を進めるうちに、投資時間は変動可能な場合、投資資金配分の最適化と投資時間の最適化を同時に行うことは望ましいと感じたので、この方向の研究を加えた。

### 2. 研究の目的

本研究は投資時間を一定範囲内において可変的なものとし、より一般的な状況に対応できる金融投資理論を構築することを目的とする。具体的に、

(1) 投資時間をある区間内に変動する確率変数と見なし、新しい投資評価方法を提案する。

(2) 投資時間の不確実性を取り入れたポートフォリオ選択問題に対して、投資家の要求に答えられる投資決定モデルを構築し、モデルの解析方法を開発する。

(3) 投資時間を決定変数とし、投資資金配分率と同時に最適化を行う問題のモデル化とモデル解析方法を提案する。

### 3. 研究の方法

(1) 数理モデリング方法とコンピュータシミュレーション方法を併用する。投資評価はリスクとリターンの2つの側面から行うという MPT の枠組みを継承し、時間の不確実性と市場の不確実性を反映した投資評価方法を提案する。ポートフォリオ選択問題を単期間意思決定問題と扱い、最適化モデルで定式化する。

(2) 投資決定モデルの解析に関して、有効かつ効率的な方法を開発し、コンピュータシミュレーション実験で解析方法を検証する。

### 4. 研究成果

(1) 投資時間の不確実性の影響を反映した投資リスクと投資リターンの評価指標を提案し、評価指標の推測方法を提案した。

投資リスクの評価について、近年区間リスク指標として代表者が提案している PVaR (Period Value at Risk) を投資時間の不確実性を反映できると考え、以下の通り投資リスクの測定指標に拡張した。

投資開始時間  $t_0$  と終了時間  $t_1$  をそれぞれ区間  $T_0, T_1$  に変動する確率変数とし、それぞれの確率密度関数を  $f_0(\cdot)$  と  $f_1(\cdot)$  とし、投資収益率に影響する市場リスクファクタを  $\xi$  とし、投資配分率  $x$  の損失率をこれらの確率変数と関連することから  $l(x, \xi, t_0, t_1)$  で記す。投資時間の不確実性から生じる最大損失率を以下のように定義し

$$L(x, \xi) = \text{Max} l(x, \xi, t_0, t_1) : t_0 \sim f_0(\cdot), t_0 \in T_0; t_1 \sim f_1(\cdot), t_1 \in T_1$$

以下の式を満たす  $d$  を投資配分率  $x$  の信頼性  $\alpha$  の PVaR とし、投資リスクの評価指標とする。

$$PVaR_{\alpha}(x) = \inf \{ d \in R^1 \mid P(L(x, \xi) \leq d) \geq \alpha \}$$

投資リターンの評価について、投資収益率の期待値という従来の方法を継承する。但し、投資  $x$  の収益率期待値  $r(x)$  は時間の不確実性と市場の不確実性に対して計算する、即ち

$$r(x) = -E_{(\xi, t_0, t_1)} l(x, \xi, t_0, t_1)$$

投資時間が一様分布に従う時、ヒストリカルシミュレーションで PVaR を推測する方法を提案し、雑誌 Applied Economics Letters ( 2 0 2 1 年 ) で公表した。

( 2 ) 投資時間の不確実性を取り入れた分散投資問題を最適化モデルで定式化し、モデルの解析方法を提案した。

投資終了時間を一様分布に従う確率変数とし、投資リスクと投資リターンを提案した指標で評価し、投資配分率を決定変数とするポートフォリオ最適化問題を PVaR 最小化モデルで定式化した。PVaR をヒストリカルシミュレーションで推測する場合において、PVaR 最小化モデルの最適解をある等価混合計画モデルの解析から得られることを証明し、混合計画モデルを解析することで PVaR 最小化モデルを解析するという方法を提案した。また、数値計算シミュレーションを用いてこの方法の実用性を検証し、30銘柄のポートフォリオ最適化モデルをこの方法で現実的な時間内に解析できることが分かった。但し、混合計画モデル解析の効率性はモデルのサイズによることから、大規模な PVaR 最小化モデルを解析するためにより効率的な解析方法の必要性も分かった。

これらの研究結果は雑誌 Quantitative Finance ( 2 0 2 0 年 ) で公表した。

( 3 ) 投資終了時間が変動可能な場合において、投資終了時間と投資配分率の同時最適化問題の定式化を行った。また、投資リスクを VaR で測定するケースに対して、同時最適化モデルを効率的に解析する方法を提案した。

投資終了時間が事前に変動可能な状況において、投資時間と投資配分率の同時最適化が可能になる。この問題において、投資時間には不確実性がないため、投資評価は従来の MPT で利用されている方法で行い、同時最適化問題は2種類の決定変数(投資終了時間と投資配分率)を持つ最適化モデルで定式化する。同時最適化問題のモデル化に関して概念的な困難はないが、モデルを解析するために、有効かつ効率的な方法は欠かせない。

投資終了時間を連続変数と見なす場合は、同時最適化モデルの解析が特例以外に困難で、投資終了時間を離散変数と見なす場合は、一連の非線形計画モデルを解析することで最適解を得られることは分かった。しかし、投資リスクは VaR で図る場合、数多くの VaR を含む非線形計画モデルを解くために計算量が膨大になる。そのため、我々は Gradually Refining Strategy と称する最適解を探す戦略を提案した。この戦略は最適解を見つける理論的な保証はないものの、モデル解析の計算量を大きく減らせる。我々の数値計算実験において、この戦略で最適解を見出した確率は 96.7% となり、モデル解析の計算量は 10% 以下に減らされた。最適解を見つけれなかったケースにおいては、十分良い解(最適解より 1.94%悪い)を見つけた。

以上の研究結果を雑誌 Computational Economics ( 2 0 2 3 年 ) で公表した。

纏め：

本研究は投資時間の不確実性をポートフォリオ選択問題の研究に取り込み、投資時間の不確実性の影響を反映できる投資評価方法を提案し、投資時間の不確実性を取り扱う理論的な基盤を体系的に初めて作りました。この上に、ポートフォリオ最適化問題のモデルを構築し、モデルを解析する1つの方法を開発した。これらの研究成果が時間不確実性を投資決定問題の研究に取り込む土台となり、この方向に研究が進められ、投資実践により使いやすい投資決定方法が得られることを期待される。

投資時間と投資配分の同時最適化問題に関して、概念的な難しさが無いものの、技術的な問題が多く残っている。本研究は1つの解決戦略を提案したが、VaR 以外のリスク指標を利用する場合において、効率的な解析方法が求められている。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Yanli Huo, Chunhui Xu, Takayuki Shiina	4. 巻 -
2. 論文標題 Period value at risk and its estimation by Monte Carlo simulation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Applied Economics Letters	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/13504851.2021.1958136	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Yanli Huo, Chunhui Xu, Takayuki Shiina	4. 巻 20
2. 論文標題 Modeling and solving portfolio selection problems based on PVAR	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Quantitative Finance	6. 最初と最後の頁 1889 ~ 1898
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/14697688.2020.1819552	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Chunhui Xu, Yinyu Ye	4. 巻 -
2. 論文標題 Optimization of Asset Allocation and Liquidation Time in Investment Decisions with VaR as a Risk Measure	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Computational Economics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10614-023-10451-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Chunhui Xu	4. 発行年 2022年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 18
3. 書名 PVAR: A New Risk Measure for Financial Investments, in "Systems Research II"	

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	椎名 孝之  (Shiina Takayuki)  (90371666)	早稲田大学・理工学術院・教授    (32689)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 協力者	Ye Yinyu  (Ye Yinyu)	スタンフォード大学・マネジメントサイエンス学科・教授	
研究 協力者	Huo Yanli  (Huo Yanli)	中国計量大学・金融工学学科・准教授	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	Stanford University			
中国	China Jiliang University			