

令和 5 年 4 月 27 日現在

機関番号：55301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2022

課題番号：19K02746

研究課題名(和文) 数理・データサイエンス教育のためのデータ分析を訓練する数学教材の開発

研究課題名(英文) Development of mathematics teaching materials for training data analysis for mathematics and data science education

研究代表者

松田 修 (Matsuda, Osamu)

津山工業高等専門学校・総合理工学科・教授

研究者番号：60342549

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究で開発する数学教材は、『無駄を含むデータに対し、自ら推論した式を立て、適切に計算機を使ってその解を出し、その解とデータを数学的に分析する訓練を行なう』ものである。研究から得られた成果物は、数理・データサイエンス教育に関する教材開発研究会というHPを作り、そこに提示した。より具体的には、数学の実験実習教材が14個、統計の教材が15個、線形代数の教材が6個、微分積分の教材が13個、基礎数学&教養数学の教材が10個、合計52個である。また、実際の授業で使用するために、これらの教材をまとめた「数理・データサイエンスへの数学 推測・分析・解釈のセンスを養う 数学問題集」(p185)も印刷した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

私達は、現実世界において、日々、無駄を含む多種多様なデータから価値を見出す作業を繰り返して生活している。そして、日常生活においては、この作業をほとんど直感的に済ませている。しかし、科学技術者教育においては、無駄を含む多種多様なデータから、潜在的に有益な情報を収集し、分析する作業を、数学的に訓練する必要がある。それにも関わらず、これまでそのような教材がなかったことは事実である。我々の研究から提供された新しい数学教材は、今後の数学教育において必要不可欠となるものと考えている。

研究成果の概要(英文)：The mathematics material developed in this study "trains students to formulate their own inferences on wasteful data, to properly use computers to find solutions, and to mathematically analyze solutions and data." It is "to do".

The results of the research were published on the website of the Study Group for the Development of Teaching Materials for Mathematics and Data Science Education. Specifically, 14 teaching materials for experimental mathematics, 15 teaching materials for statistics, 6 teaching materials for linear algebra, 13 teaching materials for calculus, and 10 teaching materials for basic mathematics and liberal arts mathematics. There are 52 teaching materials in all. In addition, I printed "Mathematics for Mathematics and Data Science: Developing a Sense of Reasoning, Analysis, and Interpretation: Math Exercises" (p185) for use in the actual classroom.

研究分野：数学教育

キーワード：数理・データサイエンス データ分析 数学教育 数学的リテラシー

1. 研究開始当初の背景

2016年、文部科学省高等教育局専門教育課から「大学における数理・データサイエンス教育強化の必要性」が提示され、現在、各大学が次々とデータサイエンス教育研究センターを立ち上げ始めてきている。一方、数学教育においては、1990年代頃から数学モデリングを取り入れた数学教育の重要性が叫ばれ、多くの研究と実践活動が報告されてきた。そして、数学モデリング教育の考え方は、人工知能(AI)という概念が登場することで、数理・データサイエンス教育という枠組みに広がり、それは、科学技術者教育への現代社会の要請となり始めている。当然、数理・データサイエンス教育の研究は、数学教育の研究に深く関係する。それは、数学モデリング教育の研究にとどまらず、より広く、数学的知識・技能を活用して現実的な諸問題を解決する教育法の研究に通じる。我々と連携している大阪府立大学の川添を中心とするグループは、大学水準の教育内容とされる数学的知識・技能を活用して現実的な諸問題を解決する認識領域と非認識領域を統合した能力を、高水準の数学的リテラシーの能力と定め、その能力を育成するための授業デザインの研究活動を積極的に行ってきた。ここで、数学的リテラシーとは、PISA2003によれば「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で思慮深い市民としての生活において確実な根拠に基づき判断を行い、数学に携わる能力」である。

一方、2011年から2013年に「実践的工学技術者に適した数学的モデリングの思考パターン習得法に関する研究、科研費(基盤 C:23531232)」において、通常授業でも実践できる数学的モデリングの教材を開発し、それを機にその後も数学的モデリングに関する教材開発を続け、現在、初等関数に関する数学モデリング教材、電卓を利用した初等幾何に関する教材、微分方程式に関する数学モデリング教材などを開発し、授業で実践し、川添らの研究集会や日本数学教育学会等でその成果と教育効果を発表してきた。これらの教材は、「適切なデータを与える 分析させる」といった20分間体験型の「分析」に重点をおいたものであり、従来の数学的モデリングの授業で実践されてきた「実験 データ採取 分析」といったプロセスから多くの時間を使うものとは異なる。つまり、テーマとなる「分析」という高水準の数学的リテラシー能力の育成を、学習者自身にも明確に認識させつつ、通常の授業でも使える有効な教材なのである。

2. 研究の目的

本研究の研究課題の核心をなす基本的な問いは、「数学的知識・技能を活用して現実的な諸問題を解決する教育法とは何か」というもので、高水準の数学的リテラシー教育に関係する。我々はこれを、来るべき人工知能(AI)時代における数理・データサイエンス教育に繋げるために、『計算機に何をやらせるべきか、数学的に何に着目して、どう発想すべきか、ということ、常に学習者に意識させることができる教材とは何か?』というように定め、これを本研究の「問い」とした。本研究の目的は、上に述べた本研究の「問い」の答えとなる数学教材を開発することにある。それは、通常の授業の中で、しかも大掛かりな準備なしに、比較的簡単に扱える教材であり、さらに、数学的な視点からサイエンスやテクノロジーの諸問題にも目を向けられるものでもある。

3. 研究の方法

従来の通常授業で使われる数学教材、例えば練習問題等を、本研究の立場から見ると、そこには、無駄を含む多種多様なデータという要素が抜け落ちていく。通常の数学の練習問題において与えられるデータ(条件など)は、全て答えに直結し、無駄なデータ(条件など)は一つもない。つまり、これまでの通常の授業においては、無駄を含む多種多様なデータから価値を見出し分析するといった数学的な体験をすることはなかったのである。より具体的にいえば、身近な微分方程式のどのテキストや演習書にも「以下の微分方程式を解け」という問題はあっても、「与えられたデータから適切な微分方程式を立てよ」という問題はない。微分方程式が物理現象と関係あることを示すために、いくつかの例題を取り上げて解説している場合はある。しかし、それはすでに完成されたものであって、それを解析的に解く作業はできても、その物理現象を記述する微分方程式の数学的発想やそれを立てるための試行錯誤を体験することはない。本研究でいう「無駄を含む多種多様なデータから価値を見出す」とは、この場合でいえば、データの中からある種の法則を見つけ、そこから微分方程式を立てる試行錯誤を伴った訓練を行うことを指す。そうしてできた微分方程式を電卓やコンピュータなどを使って数値計算し、与えられたデータと比較することで、自ら立てた微分方程式とデータが分析できる。すなわち、自ら立てた微分方程式が与えられたデータの数理モデルとして妥当であるかどうか判断できる。実際、我々はこれまで開発したこのようなタイプの微分方程式に関する教材を授業で使い、体験した学生達から、微分方程式を立てることの意味と、その方法が実感でき、感動したという多くの感想を得てきた。

私達は、現実世界において、日々、無駄を含む多種多様なデータから価値を見出す作業を繰り返して生活している。そして、日常生活においては、この作業をほとんど直感的に済ませている。しかし、科学技術者教育においては、無駄を含む多種多様なデータから、潜在的に有益な情報を

収集し、分析する作業を、数学的に訓練する必要がある。それに関わらず、これまでそのような教材がなかったことは事実である。我々の研究から提供される新しい数学教材は、今後の数学教育において必要不可欠となるものと考えている。

本研究では、以下の議論を丁寧に積み重ねた。データ分析の訓練に必要な核となる数学とは何か、データ分析の訓練に必要な学習者に提示する適切なデータとは何か、数学以外の分野で、十代でも理解でき、データ分析という点からアプローチできる現在の諸問題とは何か。以上の議論から得られた結論を根拠にして、以下の教材の開発を目指した。

(1) 微分積分及び線形代数などで、計算技術を主においたものではなく、データ分析に必要な核となる数学的な考え方を理解できる教材。

(2) 微分積分及び線形代数などにおいて、与えられたデータから、自ら考えた式を立て、適切に計算機を使い、自らの解を出し、分析するという教材。

(3) 数学以外の分野との接点を提示し、現在の諸問題に関係するような具体的なデータから、その解決法を学習者に問いかける教材。

4. 研究成果

研究から得られた成果物は、数理・データサイエンス教育に関する教材開発研究会という HP (<https://www.tsuyama-ct.ac.jp/matsuda/MDataScienceTM2/MDataSciTM2.html>) を作り、そこに提示した。より具体的には、数学の実験実習教材が 14 個、統計の教材が 15 個、線形代数の教材が 6 個、微分積分の教材が 13 個、基礎数学 & 教養数学の教材が 10 個、合計 52 個である。また、実際の授業で使用するために、これらの教材をまとめた「数理・データサイエンスへの数学 推測・分析・解釈のセンスを養う 数学問題集」(p185) も印刷した。

(4-1) 数学の実験実習教材について、その目的はプログラミングによって数学的なデータを集め、データからある種の法則を予測・推測し、それを分析し、解釈するというものである。例えば、マルコフ方程式 $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ について、その無限個のマルコフ解を列挙するプログラムを作成させる。そして、以下のような問題に取り組ませる。

課題 1. マルコフ解 $(1, 1, 2)$ は $1^2 + 1^2 = 2$ を満たし、 $(2, 5, 29)$ は $2^2 + 5^2 = 29$ を満たす。このような 2 乗の性質 ($x^2 + y^2 = z$) をもつマルコフ解を 8 個列挙し、その性質を予想せよ。

課題 2. マルコフ数 $1, 2, 5, 13, 29, 34, 89, \dots$ の法則を予測し、マルコフ数から得られる分数列 $2/1, 5/2, 13/5, 29/13, 34/89, \dots$ はどのような数に収束するか、予測せよ。

課題 3. $x^2 + y^2 + z^2 = xyz$ を偽マルコフ方程式という。偽マルコフ解の家系図を第 6 世代まで作れ。

課題 4. 偽マルコフ解の性質を予想せよ。

その他、エクセルのマクロを用いて、 \sqrt{n} の数値データ解析に関する教材も開発した。その目的は、例えば $\sqrt{2}$ の小数展開 $\sqrt{2} = 1.4142135623730950488016887242096980785696 \dots$ に現れる数 0~9 が、それぞれどの程度あるのかを把握していくことである。

実行結果の表示

「ボタン 1」をクリックすると、以下の表が作成される。これによって、各範囲に、0,1,2, ..., 9 の各数字が何%含まれているかがわかる。

数値	1~1000	1~2000	1~3000	1~4000	1~5000	1~6000	1~7000	1~8000	1~9000	1~10000
0	10.8%	8.9%	9.3%	9.2%	9.2%	9.5%	9.3%	9.5%	9.4%	9.5%
1	9.9%	9.6%	9.8%	9.7%	9.8%	9.8%	10.0%	9.9%	10.0%	10.1%
2	10.8%	10.8%	10.2%	9.7%	9.8%	9.8%	10.0%	10.0%	10.1%	10.0%
3	8.2%	9.2%	9.3%	9.8%	10.0%	9.8%	9.8%	9.9%	9.8%	9.8%
4	10.0%	9.5%	9.1%	9.7%	9.8%	9.9%	9.8%	9.8%	10.0%	10.2%
5	10.4%	10.8%	10.6%	10.3%	10.1%	10.3%	10.1%	10.1%	10.0%	10.0%
6	9.0%	10.4%	10.5%	10.5%	10.4%	10.3%	10.5%	10.5%	10.4%	10.3%
7	10.4%	10.0%	9.7%	9.8%	9.7%	9.5%	9.4%	9.4%	9.6%	9.6%
8	11.3%	11.1%	11.3%	11.0%	10.8%	10.7%	10.6%	10.5%	10.5%	10.3%
9	9.2%	9.9%	10.2%	10.5%	10.4%	10.4%	10.5%	10.4%	10.3%	10.2%

ボタン 1

演習： $\sqrt{2}$ の小数展開には、それぞれ数字がどの程度含まれていると予測できるか考えよ。

課題 1. 「ルート 3 の DATA」のデータにおいて、それぞれ数字がどの程度含まれていると予測できるか検討し、報告せよ。

課題 2. 「ルート 5 の DATA」のデータにおいて、それぞれ数字がどの程度含まれていると予測できるか検討し、報告せよ。

(4-2) 統計の教材について．その目的を，誤差付きデータを分析するための具体的な手法を体験できるものとした．例えば，「伝送遅延 RTT をパレート分布で分析する」という教材を以下に紹介する．

問題 1．以下は，あるネット回線の伝送遅延(Round Trip Time)のデータで，0.5msの間隔で測定したものの一部である．表中の相対遅延度数 f とは，10.0 ~ 10.01 の間の遅延回数を全測定回数で割ったものである．

RTT [ms] の階級値 x	10.0	14.0	18.0	22.0	26.0
相対遅延度数 f	0.093	0.034	0.016	0.009	0.005
$p = f/0.5$					
べき関数 y					
誤差 $ p - y $					

(1) p の欄を埋めて，データ (x, p) のヒストグラムを図 A に描け．

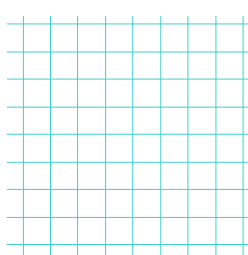


図 A

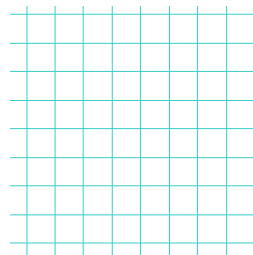


図 B

(2) (x, p) はべき関数 $y = \frac{c}{x^k}$ に従うと考え，誤差 $|f - y| < 0.02$ となるように， c と k を決定し， y の欄と，誤差 $|f - y|$ の欄を埋めよ．

(3) 関数 $y = \frac{c}{x^k}$ に従う分布 (x, p) は，パレート分布 $\text{Par}(a, b)$ であることを確かめ， a, b を小数点第 2 位まで決定せよ．

(4) (3) から得られたパレート分布 $\text{Par}(a, b)$ のグラフの概形を図 B に描け．

(5) 上で得られたパレート分布 $\text{Par}(a, b)$ について，次を小数第 3 位まで計算せよ．

$$P(9.75 \leq X \leq 10.25), \quad P(10.25 \leq X \leq 11.75)$$

(6) パレート分布 $\text{Par}(a, b)$ の平均 μ ，すなわち RTT の平均 μ を求めよ．

(7) パレート分布 $\text{Par}(a, b)$ の平均 μ を用いて，次を小数第 3 位まで計算せよ．

$$\frac{P(b \leq X \leq \mu + 1)}{P(b \leq X \leq 5(\mu + 1 - b))}$$

(4-3) 線形代数の教材について．線形代数においては，線形計画法に関する教材を開発した．例えば，行列の基本変形を用いるシンプレックス法で利益の目的関数を分析する手法を体験させるものを紹介する．

問題 目的関数 $z = x + 2y + 3z$ ，制約条件を $4x + y + z \leq 72$ ， $2x + y + 2z \leq 48$ ， $x + 3y + z \leq 48$ とするとき，目的関数 z の最大値を求めたい．以下の問いに答えよ．

(1) スラック変数 $s > 0, t > 0, u > 0$ を用いて， z, x, y, z, s, t, u に関する連立方程式をたてよ．

(2) 目的関数 $z = x + 2y + 3z$ の最大値を求めよ．

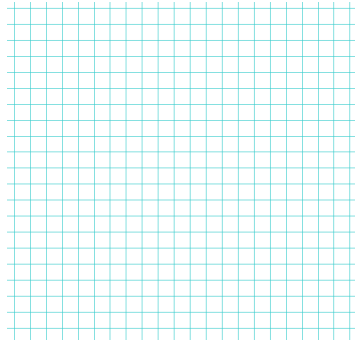
(4-4) 微分積分の教材について．微分積分においては，微分することの意味，積分することの意味，微分方程式の意味を考えること，それらを解釈するというを主眼に教材を開発した．例えば，薬の吸収速度の推定という教材においては，誤差付きデータから，微分方程式を立て，それを解いて，吸収速度が最小になる時間を求めさせる．

問題 1 (レベル 1)．以下の表は，ある薬 P を血清濃度 45.0mg/ml で投与したとき，その後の経過時間後における 1ml 中の血流中の P の濃度 mg に関するデータである．

時間 (t 時間後)	0	1	2	3	4	5	6
P の濃度 x (mg/ml)	45.0	29.3	19.0	12.3	7.9	5.1	3.4
P の濃度変化量 $\delta x = x(t + 1) - x(t)$	0						

δx の近似値 Δx							
$\delta x - \Delta x$							

- (1) Pの濃度変化量 δx の欄を埋めよ。
(2) Pの濃度 x を横軸にとり、Pの濃度変化量 δx を縦軸にとり、点 $(x, \delta x)$ を下の方眼にプロットせよ。



- (3) δx の近似 Δx を、 $\Delta x = kx$ から求め、 $\delta x - \Delta x$ が ± 0.2 以内となるように k を小数第2位まで決定せよ。
(4) $\Delta t = 1$ と考え、 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ から微分方程式 $\frac{dx}{dt} = f(t, x)$ を作れ。
(5) 上の微分方程式を解き、 $x \leq 0.1$ となる最小の t を小数第1位まで求めよ。

(4 - 5) 基礎数学&教養数学の教材について、基礎数学においては、2次関数、三角関数、指数関数、対数関数などを誤差付きデータの近似曲線として扱う教材を開発した。教養数学においてはブル代数やハッセ図のデータサイエンス的な扱いに関する教材を開発した。例えば、基礎数学教材として、バクテリアの増殖の指数関数による分析に関する以下の教材を開発した。

バクテリアの個数 S は、時間 t が進むにつれ、底を e (ネイピア数)とする指数関数 $S = S_0 e^{Bt}$ で増加するといわれている。ここで、 S_0 は $t = 0$ のバクテリアの個数で、 B はバクテリアの種類によって決まる定数である。

問題1 $B = 0.20$ という種類のバクテリアが、最初 $S_0 = 20$ 匹いた。以下の表を埋めよ。

計算式						
時間 t (h)	0	1	2	3	4	5
個体数 S	20					

問題2 以下はあるバクテリアの個数データである。

時間	バクテリア数 (個)	関数値 (個)	誤差	時間	バクテリア数 (個)	関数値 (個)	誤差
0	100			5.5	282		
0.5	106			6	305		
1	120			6.5	339		
1.5	130			7	370		
2	147			7.5	406		
2.5	162			8	449		
3	175			8.5	493		
3.5	195			9	537		
4	210			9.5	591		
4.5	231			10	651		
5	254			10.5	709		

- (1) 方眼紙にデータをプロットし、それをもとに個体数を近似する関数を推測せよ。(次頁)
近似関数式: $S =$ _____
(2) それを使って、表の関数値に記入せよ。
(3) 全ての誤差が ± 5 以内になったら、近似関数式を使って、24時間後の個体数を予想せよ。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Kitamura M, Tanaka H, Horiguchi Y, Manta S, Saito I, Iwaya H, Okamoto H, Nagao N, Yanagihara Y, Taguchi Y, Tezuka R, Maezawa T, Sekii K, Kobayashi K	4. 巻 6
2. 論文標題 Sex-Inducing Activities of the Land Planarian Bipalium nobile Extract Fractions, Obtained Using Bioassay-Guided Fractionation, in the Freshwater Planarian Dugesia ryukyuensis	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Zoolog Sci	6. 最初と最後の頁 544-557
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 齋藤純一, 延原みか子, 堀彩加	4. 巻 16
2. 論文標題 都立産業技術高専荒川キャンパスの学生に対するスマートフォン依存傾向の調査とその結果	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 東京都立産業技術高等専門学校研究紀要	6. 最初と最後の頁 108-115
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 相場大佑, 山田哲也	4. 巻 27
2. 論文標題 STACKを用いたオンラインテストの試み	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本数学教育学会高専・大学部会論文誌	6. 最初と最後の頁 1-12
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 松田 修, 倉田 久靖, 堀畑 佳宏, 古清水 大直, 山中 聡	4. 巻 26
2. 論文標題 高専生による数学研究の紹介 6	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本数学教育学会高専・大学部会論文誌	6. 最初と最後の頁 pp.91-116
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 松田修
2. 発表標題 データサイエンス教育のための数学教材
3. 学会等名 第103回全国算数・数学教育研究（埼玉）大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 齋藤 純一
2. 発表標題 Web学習の誤答データの分析についての試行錯誤
3. 学会等名 第103回全国算数・数学教育研究（埼玉）大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 松田修
2. 発表標題 無限ループの数学
3. 学会等名 科学部合同研究発表会（西はりま天文台）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 松田修
2. 発表標題 高校生に話したいガロア理論を考える
3. 学会等名 岩手県教育委員会中高連携数学学力向上推進事業（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松田修
2. 発表標題 数理・データサイエンス教育のためのデータ分析を訓練する数学教材
3. 学会等名 日本数学教育学会沖縄大会高専大学部会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松田修
2. 発表標題 数理・データサイエンス教育のためのデータ分析を訓練する数学教材の開発2
3. 学会等名 「高水準の数学的リテラシー」概念に基づく大学数学教育の教授法の開発」研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松田修
2. 発表標題 数理・データサイエンス教育のためのデータ分析を訓練する数学教材の開発3
3. 学会等名 「高水準の数学的リテラシー」概念に基づく大学数学教育の教授法の開発」研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 齋藤純一
2. 発表標題 Web上での数学演習履歴データと可視化
3. 学会等名 日本数学教育学会（沖縄）大会高専・大学分科会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

数理・データサイエンス教育に関する教材開発研究会
<https://www.tsuyama-ct.ac.jp/matsuda//MDataScienceTM2/MDataSciTM.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	齋藤 純一 (Saito Junichi) (00469579)	東京都立産業技術高等専門学校・ものづくり工学科・教授 (52605)	
研究分担者	長水 壽寛 (Nagamizu Toshihiro) (10259856)	福井工業高等専門学校・一般科目(自然系)・教授 (53401)	
研究分担者	山中 聡 (Yamanaka Satoshi) (20804066)	津山工業高等専門学校・総合理工学科・講師 (55301)	
研究分担者	相場 大佑 (Aiba Daisuke) (50735123)	福井工業高等専門学校・一般科目(自然系)・准教授 (53401)	
研究分担者	中村 重之 (NAKAMURA Shigeyuki) (80207878)	津山工業高等専門学校・総合理工学科・教授 (55301)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	前澤 孝信 (MAEZAWA Takanobu) (90548398)	津山工業高等専門学校・総合理工学科・准教授 (55301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関