

令和 4 年 6 月 8 日現在

機関番号：12201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2021

課題番号：19K02805

研究課題名(和文)「未完成的な証明」の生成過程での「ディスコースの拡張」モードの転換の解明と制御

研究課題名(英文) Clarification and control of the transition of the "modes of expansion of the discourse" in generating "incomplete proofs"

研究代表者

牧野 智彦 (MAKINO, Tomohiko)

宇都宮大学・共同教育学部・准教授

研究者番号：10450157

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：未完成的な証明の生成過程では、収集された情報を使って論を立てる際にも、論の全体像を把握できる程度の情報量があれば筋道が分かるので、細部を詳細に示さなくてもよいと考えることで、推論の飛躍が生まれる。また、逆転推論を含む証明の生成について2つのパターンが見出されるとともに、それぞれの生成に影響を与えている命題の認識値とステータスの理解についてそれぞれ様相が明らかになった。最後に、生徒が完成した証明を作るには、推論ステップの飛躍の度合いの認識と証明に使われる命題の繋げ方の認識が鍵である。しかも、生徒の考えは徐々に修正・改善されることから、未完成的な証明を改善・修正する方策が明らかになりつつある。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で「未完成的な証明」の生成過程での「ディスコースの拡張」の転換の「きっかけ」、「ディスコースの拡張」の転換に影響する中学生の認識が解明されることで、「未完成的な証明」の生成過程の理解が進み、数学教育研究上大きな価値がある。これらの知見によって、生徒が「未完成的な証明」を改善・修正する手立ての開発に貢献できる。その結果、未完成的な証明の生成に留まっていた生徒が、自力で証明を完成させることができるようになる。

研究成果の概要(英文)：In the process of generating incomplete proofs, when making an argument using the collected information, if there is enough information to grasp the whole picture of the theory, the reasoning can be understood, and it is not necessary to show the details in detail, so a leap of reasoning is generated.

In addition, two patterns were found for the generation of proofs including inversive inference, and the aspects of understanding the epistemic values and status of the propositions influencing each generation were clarified.

Finally, the key to making a complete proof for a student is to recognize the degree of gap or leap in the step of reasoning and how to organize propositions into the proof. Moreover, since the students' ideas are gradually modified and improved, it is becoming clear how to improve and modify the incomplete proof.

研究分野：数学教育学

キーワード：証明学習 未完成的な証明 命題の認識値 命題のステータス ディスコースの拡張 中学校数学

1. 研究開始当初の背景

学校数学で証明を学習することは、物事の結論を成立させる根拠を明らかにすることや、数学的現象の背景に潜んでいる性質を探究するといった数学的観点と、帰納、類推、演繹という数学的に考える力や、見いだした事柄について、他者やコミュニティーに応じて工夫して論述する力の育成といった教育的観点から重要である。

しかし、全国学力・学習状況調査の結果をみると、我が国の多くの中学生は、証明の学習、特に証明の構成に困難を抱えている。証明の学習状況の改善へ向けて、これまで、証明を構想し構成する過程を成功裡に遂行するための有効な方法が提案されてきている。しかし、今なお証明の学習状況の改善の兆しは見えない。

証明に関する研究及び教育実践が抱える問題の解決へ向けて、生徒による「未完成な証明」に着目して研究を進めている。それは、全国学力・学習状況調査の結果で、途中段階で留まっている解答が多く見られることもあるが、それ以上に、「あと一步」のところまで来ている生徒の努力を結実させたいと考えるからである。一方で、教育現場では、「未完成な証明」の存在を認めているにもかかわらず、改善のための効果的な手立てがないために、個々の教師による経験的、直観的な判断に基づいて、試行錯誤的に教育実践を行っているのが現状である。

これまで「未完成な証明」に関して研究が行われている。それらの研究は「未完成な証明」を生成する生徒の認知的特徴が挙げて、それに対する学習ストラテジーや教授ストラテジーを提案している。しかし、これらの提案は恣意的であると言わざるを得ない。というのも、これらの研究では、各ストラテジーがなぜ、どのように導出されたのか、研究のプロセスが不明確である。

日本はもとより、国際的にも関心事であり、研究が進められているにもかかわらず、今なお、「未完成な証明」を制御する教授方略が科学的に確立されていない。これは、数学教育研究及び教育実践において国際的な問題である。

そこで、本研究では、「未完成な証明」の生成をどうすれば制御できるかを設定し、この問題に取り組む。

2. 研究の目的

本研究は、次の課題を解決することを目的とする。

課題 : 「ディスコースの拡張」モードの転換のパターンを解明する。

課題 : 「ディスコースの拡張」モードの転換を促進及び阻害する「認識値」を解明する。

課題 : 「ディスコースの拡張」モードの転換を促進する方法を理論的に構成する。

3. 研究の方法

課題 : 「ディスコースの拡張」モードの転換のパターンを解明する。

本研究では、中学生のペアによる証明問題の解決過程のトランスクリプトを作成し、「ディスコースの拡張」のモードに関する分析枠組みを用いて、中学生の発話をコード化する。A 中学校の中学 3 年生のペア 6 組の「問題解決過程におけるディスコースの拡張モードの分布」を基に、「ディスコースの拡張」モードの転換点に着目し、そのコードの出現頻度から共通性を見出す。

課題 : 「ディスコースの拡張」モードの転換を促進及び阻害する「認識値」を解明する。

B 中学校の中学 3 年生のペア 7 組による、「証明の構成」、「構成した証明の見直し」、「他者へ向けた証明の再構成」の 3 つの場面を設定し、各場面でのペアのやり取りのトランスクリプトを作成し、～ の 3 つの場面では、各ペアの命題の「認識値」及び「論理値」、証明及び証明行為に関する認識に着目し、「未完成な証明」の生成過程での中学生の認識の特徴を明らかにする。さらに、場面での問題解決における「ディスコースの拡張」モードの分布を作成し、「未完成な証明」の生成過程での命題の「認識値」等々の情報と組み合わせ、その様相を観察して、「ディスコースの拡張」モードの転換を促進及び阻害する認識を見出す。

課題 : 「ディスコースの拡張」モードの転換を促進する方法を理論的に構成する。

証明を完成させた生徒の証明過程の「ディスコースの拡張」モードの転換の様相と、「未完成な証明」の生成過程とを比較して、共通点と相違点を見出す。そして、中学校数学教師を対象に質問紙調査を実施し、「未完成な証明」についての認識をはじめ、それに対する指導の実際について情報を獲得し、それを組み込んだ指導モデルの構成に、現職の数学教師と協働して取り組む。

4. 研究成果

課題 について、ディスコースの拡張の中で、未完成な証明を生成する場合も証明を完成させる場合も、問題解決過程で情報を収集する状況では「蓄積モード」になり、ある程度の情報が収集され、それらを使って論を立てるときに「置換モード」へ転換することがわかった。しかし、命題を省略して推論を飛躍させる未完成な証明の生成過程における生徒の認知機能を調べた結果、この種の未完成な証明の生成過程では、収集された情報を使って論を立てる際に、必要な情報は全てないといけなく、すなわち論に飛躍や穴があってはいけないとは考えず、論の全体像を把握できる程度の情報量があれば筋道が分かるので、むしろ細部を詳細に示さなくてもよい

と考えることがわかった。論の筋道がわかるかどうかを契機に、「置換モード」だったのが、再度「蓄積モード」に転換することがわかった。

課題 について、逆転推論を含む証明の生成過程について、命題の「認識値」と命題の「ステータス」の視点から分析し、その特徴を明らかにした。その結果、第一に、未完成な証明を生成した場合でも、真という命題の論理値を得るには、知覚から得られる認識値では不十分で、推論による必然性が必要であることを理解していることがわかった。第二に、逆転推論を含む未完成な証明は 2 つのパターンで生成されていることが見出されるとともに、それぞれの生成に影響を与えている命題の認識値とステータスの理解についてそれぞれ様相が明らかになった。例えば、ある命題の認識を定められないという不安定な状況が契機となっていることが明らかになった。その一方で、ある命題について必然性という認識値を得ることで、証明に使えることを確信してしまい、その命題が適切であるかどうかを検討しなくなるということも明らかになった。さらに、命題のステータスの理解については、そもそも命題のステータスの意識が低いということ、一つの証明において命題のステータスは「一つ」であることへの理解が欠落していることがわかった。

課題 について、ディスコースの拡張のモードの転換を促進する方法を明らかにするために、未完成な証明を生成した中学生を含む 2 ペアに対する 3 回の教授実験を実施し、データを分析し、考察を行った。その結果、生徒が証明の中の「誤り」を指摘できたとしても、彼らが「完成した証明(complete proof)」を必ずしも生成できるわけではないことがわかった。そして、生徒が完成した証明を作るには、証明の構造に関する理解だけでなく、推論ステップの飛躍の度合いの認識と証明に使われる命題の繋げ方、すなわち「ディスコースの拡張」についての認識が鍵であることが明らかになった。さらに、生徒の考えは徐々に修正・改善されることを目の当たりにし、どうすれば未完成な証明が改善・修正されていくのが明らかになってきた。しかし、生徒の中には、「完成した証明」を自力で生成できるようになった生徒もいる一方で、「完成した証明」に至らず、未完成な証明に留まる生徒もいたことから、手立ての更なる改善が必要であることも見出すことができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 牧野智彦	4. 巻 70
2. 論文標題 未完成的証明を生成する命題の「認識値」の特徴 - 「論理的に誤った命題」に関するグループインタビューの分析を通して	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 宇都宮大学教育学部研究紀要	6. 最初と最後の頁 209-220
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 牧野智彦	4. 巻 -
2. 論文標題 未完成的証明を生成する命題の「認識値」の様相 - 証明の中の「論理的な誤り」に着目して -	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第52回秋期研究大会発表集録	6. 最初と最後の頁 431-434
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Tomohiko Makino	4. 巻 -
2. 論文標題 Cognitive Characteristics Generating Incomplete Proof: Analyzing the Solving Process of a Geometrical Problem by Japanese Ninth Graders	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of The 14th International Congress on Mathematical Education	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 牧野 智彦	4. 巻 45
2. 論文標題 図形の証明問題での逆転推論を含む未完成的証明の生成過程の認知的特徴 演繹的組織化における命題の認識値とステータスの分析を通して	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 科学教育研究	6. 最初と最後の頁 406 ~ 420
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14935/jssej.45.406	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 牧野智彦
2. 発表標題 未完成な証明を生成する命題の「認識値」の様相 - 証明の中の「論理的な誤り」に着目して -
3. 学会等名 日本数学教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tomohiko Makino
2. 発表標題 Cognitive Characteristics Generating Incomplete Proof: Analyzing the Solving Process of a Geometrical Problem by Japanese Ninth Graders
3. 学会等名 The 14th International Congress on Mathematical Education, TSG-16 - Reasoning, argumentation and proof in mathematics education (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------