

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 19 日現在

機関番号：32511

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03145

研究課題名（和文）校種を超えた数学科と理科を総合する教材開発と教師教育の実証的研究

研究課題名（英文）An Empirical Study on the Development of Teaching Materials and Teacher Education Integrating Mathematics and Science Across Schools

研究代表者

金児 正史（KANEKO, Masafumi）

帝京平成大学・人文社会学部・教授

研究者番号：00706963

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は、小・中・高等学校の数学科と理科の教員が、異校種の学習内容を見通し、主体的に両教科を総合する体系的な教材や学習指導案を提案できるようになるための、教師の資質・能力を明らかにしようとして進めた。当初計画していた研究内容のうち、小・中・高等学校の算数・数学科および理科の教科書分析、数学科と理科を総合する題材を参考にした教材開発並びに学習指導案の作成を行うとともに、研究者らが作成した学習指導案をもとに、授業実践を担当する教員と練り上げる段階まで進んだ。単振り子の等時性や化学反応速度等を題材とした学習指導案や教材を完成し、それらを日本科学教育学会等で研究発表や投稿をすることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、主として高等学校の数学科と理科を総合する題材の中に課題を見いだして、教材開発や学習指導案を作成する際に、小・中学校の学習内容も見通した。こうして開発した教材や学習指導案は、数学科と理科を総合する、体系的な教材群や学習指導案になっている。この開発過程に小・中・高等学校の教員がかかわることにより、児童生徒の既習内容を具体的に捉えられるようになるとともに、学習目標を明確にできるようになってきたことがわかってきた。

また現在では、数学科と理科を総合する学習はSTEAM教育の一部として認識されるようになっており、本研究の成果が、我が国のSTEAM教育の深化の一助になる可能性を秘めている。

研究成果の概要（英文）：This study was conducted to clarify the qualities and abilities of teachers of mathematics and science at elementary, junior high, and senior high schools in order for them to be able to look at the content of studies in different schools and to proactively propose systematic teaching materials and study plans that integrate the two subjects. Among the initially planned research contents, we analyzed elementary, junior high, and senior high school textbooks in mathematics and science, developed teaching materials with reference to subjects that integrate mathematics and science, and created study guidance plans. The study and instructional materials were completed, using isochronism of pendulum and chemical reaction rates as subjects, and these were presented and submitted to the Japan Society for Science Education and other conferences.

研究分野：数学教育，理科教育，STEAM教育

キーワード：数学科と理科の総合 教員研修 数学教育 理科教育

1. 研究開始当初の背景

本研究では、数学科と理科の総合的な理解力を持つための、教員の資質・能力向上の方策を探究しようとした。研究者らの教師教育実践と研究から、従来、両教科では用語の共有化や指導内容の調和的な順序構成が積極的に考慮されておらず、児童生徒の総合的な数理的運用能力の育成に限界があったが、校種を超えた両教科の教師を対象とする定期的な勉強会などを通じて、学習内容を相互理解することの重要性が明らかとなってきた。そこで本研究では、教科書分析から小・中・高等学校を通じた体系的な教材開発と学習指導案の作成を行い、授業実践の成果を実証的に検証することで、必要とされる教師の資質・能力を特定し、教師が両教科を総合した知識や技能を有することで、児童生徒の、教科の枠にとどまらない思考を妨げることなく支援できるようになることが期待できると考えた。

2. 研究の目的

本研究の目的は二つある。一つ目は、小・中・高等学校の数学科と理科の教員が、異校種の学習内容を見通し、主体的に両教科を総合する体系的な教材や学習指導案を提案できるようになるための、教師の資質・能力を特定することである。二つ目は、教師が両教科を総合した学習指導を自ら計画し、カリキュラム化も目指すような、教師教育の内容と方法を提案することである。

3. 研究の方法

本研究は、以下の研究項目を実行しようとした。

(1) 教科書分析及び教材開発と学習指導案の作成

研究者らは、平成29年及び平成30年に告示された学習指導要領に準拠した小・中・高等学校の理科と数学の教科書分析を全員で行い、用語の表現や教科内容のずれを精査する。また、ずれが判明した場合は、解消するための教材開発を行う。また、研究者らだけで教材開発にあたるのではなく、小・中・高等学校の研究協力者に素案を提示して議論を通して改善する。さらに、改善した開発教材を活用した、両教科を総合した学習指導を行うための学習指導案も作成する。なお、研究者らと研究協力者との議論の機会は、模擬的な教師教育に位置付け、研究者らはどのような議論を行えば現実的な教師教育となりえるか、事例ごとに協議する。

(2) 実践授業の実施とその検証

研究者らと研究協力者が協議して練り上げた学習指導案に従って、研究協力者が実践授業を行う。研究者らは分担して実践授業を参観する。また、現有設備のビデオカメラや音声録音機を活用して、可能な限り児童生徒の発言や反応を記録する。両教科を総合する教材や授業の評価は、児童生徒に行う事前調査と事後調査を活用するとともに、必要に応じて児童生徒へのインタビュー調査、自由記述のアンケートを行って、児童生徒の思考過程を捉える。また、実践授業後の研究協議で成果と課題を明確にする。研究協議も、模擬的な教師教育と位置付ける。

(3) 教師の資質・能力の特定

研究者らは、(2)で行った実践授業に関する一次資料、および、研究協力者や授業参観者にも行うアンケート等の一次資料を活用して、児童生徒や実践授業参加者の変容を捉える分析を行う。この分析を通して、小・中・高等学校の教員が、両教科を総合する指導に必要な資質・能力を特定する。

(4) 数学科と理科を総合する教師教育の提案

(3)で特定した、数学科と理科を総合する教育を実施する教師の資質・能力は、どのようにすれば教員が身に付けられるようになるか、研究者らは研究協力者も含めた議論を行い、実践事例とともに国内外の学会発表や学会誌への投稿を行う。

4. 研究成果

本研究は、研究の方法(1)および(2)の段階で、研究がとどまっている状況である。それでも、教材開発や学習指導案の作成は予定以上に実施することができた。それらは「5. 主な発表論文等」に示す日本科学教育学会等で発表した。ここでは、単振り子の学習指導に焦点をあてて、研究成果を示す。

単振り子の学習指導

理数探究や理数探究基礎につながる、物理と数学を総合する学習素材として、高校物理の単振り子の等時性の公式を導出する過程に着目した。高等学校物理の教科書では、単振り子の糸の振れの角 θ が微小の場合に、 $\sin \theta \approx \theta$ となることを活用して、単振り子の等時性の公式を導出している。しかしこれでは、振れ幅が目視できないほどの場合にしか成り立たない等時性の公式になっている。しかし実験してみると、 θ が1ラジアン(rad)程度までは等時性は確認できる。また、楕円関数を用いた数学的な考察を加えれば、この実験結果を担保する数学的な解も導出できる。単振り子の等時性について、これまでも理数探究等の学習指導として、 θ が微小の場合とそうでない場合を発表したが、いずれも数学的な考察に重きをおいたものだった。そこでここでは、 θ が微小の場合に限定し、物理の教科書から大きく逸脱せずに、数学的な考察を加える学

習指導について示す。

高等学校物理の教科書に記述されている，等時性の公式の導出の過程とともに，導出の過程で活用する，物理と数学の学習内容を表1に示す。表1に示した数学の学習内容は，数学Ⅰ，数学Ⅲ，数学B，数学Cで学び，広範囲である。高等学校物理と数学を総合した，等時性公式の導出の授業を計画する，主たる指導内容は，変位と速度と加速度の指導， $\sin\theta \approx \theta$ の指導，単振り子の運動を単振動と見なす指導の3点である。

1) 速度と加速度の定義
物理の教科書を利用して，速度と加速度の定義を再確認する。このとき，平均変化率，微分係数，極限，ベクトルの減法などの，理解が不十分な生徒がいる場合は，数学Ⅱの教科書を利用して，生徒の理解を図る指導をする。

2) 等速円運動の変位・速度・加速度
物理の教科書に提示されている図を利用して，等速円運動の変位・速度・加速度を確認する。このとき，速度と加速度は向きを考える必要がある。多くの生徒が，特に加速度の向きが理解できない可能性がある。その場合は，物理の教科書が示しているベクトルの減法の定義や，数学Ⅱの教科書を利用して確認する。そして，等速円運動に図示している動点の近傍で，平均の加速度を考えるベクトルをかきこむように指示する。その上で，ベクトルは向きと大きさを変えずに平行移動しても等しいことを再確認しながら，平均の加速度の向きを考えるように促す。状況によっては，ベクトルの減法についてさらに指導するため，数学Ⅱの教科書を活用した指導を行う。なお，物理の教科書では，円運動する動点の速度と加速度は，瞬間の速度と加速度だけ図示している。そのため，速度と加速度の変化の様子が見えない可能性が高い。そこで，等速円運動の変位の図に示されている，動点の8カ所の異なる位置ごとに，速度と加速度をとらえるように指示し，速度と加速度の変化の様子を捉えられるようにする。

3) 単振動の変位・速度・加速度
等速円運動の動点の速度と加速度のベクトルを，y軸に正射影する作業を行う。そして，単振動の変位，速度及び加速度が，それぞれ正弦曲線になりそうであると，帰納的に確認する。

$\sin\theta \approx \theta$ の指導
高等学校物理では， $\sin\theta \approx \theta$ を公式として活用しているが，特段の指導はされていない。そこで，数学教育の視点から，その根拠を確認する指導を行う。数学Ⅲでは，三角関数の極限を求める学習で， $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$ を扱う。 θ を限りなく0に近づけた極限值である。したがって， θ を単振り子の振幅と考えると，限りなく単振り子の振幅を小さくするとはどういうことなのか，問いかける。その結果，生徒は振幅が目に見えないほど小さくすることであることを理解できるように指導する。そのうえで， $\sin\theta \approx \theta$ の公式を利用するように指導する。しかしそれだけでは，単振り子の運動が目に見えないではないかという疑問を，生徒に持たせたままになる。そこで，

等時性公式の導出の過程	物理	数学
(1)角速度の定義	・等速円運動	・弧度法
(2)等速円運動の物体の加速度とかかる力	・等速円運動の変位と加速度 ・運動方程式	・(差分) ・正弦曲線
(3)等速円運動を正射影した単振動の変位，速度，加速度	・等速円運動と単振動の対比 ・単振動 ・単振動の速度と加速度	・正射影 ・ベクトル ・平均変化率 ・みなす活動
(4)単振動の復元力の理解	・運動方程式 ・復元力と加速度 ・復元力と変位(角速度) ・ $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ の導出 (mは物体の質量，K>0の定数)	
(5)物体にかかる重力	・ $F = -m g \sin\theta$ の導出	・三角比
(6)物体にかかる重力の式変形	・物体の変位 x を糸の長さ l を用いて表示 ・ $F = -mg \sin \frac{x}{l}$ の導出	・三角比
(7)単振り子の正射影を考えること	・単振り子を単振動とみなすこと	・正射影 ・みなす活動
(8) $\sin\theta \approx \theta$ による式変形	・ $\sin \frac{x}{l} \approx \frac{x}{l}$	・ $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$
(9) $F = -mg \sin \frac{x}{l}$ の変形	・ $F = -mg \sin \frac{x}{l} \approx -mg \frac{x}{l}$ への変形	
(10)等時性公式の導出	・ $K = \frac{mg}{l}$ の導出 ・ $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ の導出	

表1 等時性公式と関連する物理と数学の学習内容

振れ幅が 1rad 程度までであれば、単振り子の等時性公式は成り立っていること、だが、大学以降で学ぶ楕円関数を活用すればそれを裏付ける数学的な考察が可能であることを、話題として提供する。

単振り子の運動を単振動と見なす指導

物理では、みなす活動は多くの機会に指導しているが、みなして考える活動は、算数・数学では、「数学的活動」で重視している。そこで物理と数学を総合する単振り子の授業では、単振り子の運動を単振動としてみなして考えてもよいと判断する学習場面を設け、単振動を単振り子の説明モデルとして活用して考えてよいことを認識できるようにする。みなす活動は、瞬間の速度や加速度を再考する場面でも行う。

コロナ禍の影響もあって、研究当初は3年近く、研究者らが対面で議論できず、オンライン会議に頼って研究を進めた。また、開発教材や学習指導案が作成できても、学校現場にお邪魔することもできず、小・中・高等学校の先生方と議論することはほとんどできなかった。本研究は、研究期間を1年間延長して、2023年度にようやく高等学校の先生と教材開発の話ができる状況になった。この研究は、このまま終わらせずに、計画した授業を実践し、児童生徒や研究協力者らから得られる一次資料に基づいて、数学科と理科を総合するための教師教育の礎を築く所存である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 金児正史, 松崎和孝, 松岡隆	4. 巻 61, No.1,2
2. 論文標題 オイラー数の多面体定理を帰納的にとらえる指導の実証的研究 -位相幾何の視点で頂点, 辺, 面を捉える指導-	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 数学教育学会誌	6. 最初と最後の頁 17-31
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 佐伯昭彦, 金児正史	4. 巻 60/No.1・2
2. 論文標題 図書館における和算のワークショップをデザイン・実施するPBL型授業 -大学院生が水から見出した教育実践に関する着眼点-	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数学教育学会誌	6. 最初と最後の頁 61-74
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 川上貴, 佐伯昭彦, 金児正史	4. 巻 60/No.3・4
2. 論文標題 算数・数学教科書の問題から数学的モデリングの問題への再教材化を目指した教員研修の可能性	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数学教育学会誌	6. 最初と最後の頁 35-47
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計10件（うち招待講演 0件/うち国際学会 2件）

1. 発表者名 金児正史
2. 発表標題 空港に着陸する飛行機の高度を求める探究型学習とその意義
3. 学会等名 日本科学教育学会第46回年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐伯昭彦, 矢田耕資, 金児正史
2. 発表標題 算数・数学教科書の問題から数学的モデリング教材への再教材化を中核とした教師教育プログラムの一事例(2): 教師自身による数学的モデリング授業の分析
3. 学会等名 日本科学教育学会第46回年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐伯 昭彦, 金児 正史, 川上 貴
2. 発表標題 数学教育の立場からのSTEM教師教育プログラム構想の提案 算数・数学教科書の教材からSTEM教材への再教材化を中核として
3. 学会等名 日本科学教育学会研究会研究報告
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 金児正史, 早藤幸隆, 後藤顕一, 土田理
2. 発表標題 化学反応速度を数学と化学の視点から探究する指導の提案 - 教科書のデータから化学反応速度を微分方程式としてとらえる学習 - A proposal for teaching students to explore chemical reaction rates from the perspective of mathematics and chemistry
3. 学会等名 日本科学教育学会鹿児島大会第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 佐伯昭彦, 矢田耕資, 金児正史
2. 発表標題 算数・数学教科書の問題から数学的モデリング教材への再教材化を中核とした教師教育プログラムの一事例
3. 学会等名 日本科学教育学会鹿児島大会第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 金児正史
2. 発表標題 単振り子の等時性公式を題材とした理数探究の指導
3. 学会等名 日本科学教育学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 金児正史
2. 発表標題 数学科と理科における誤差や近似値の指導に関する一考察
3. 学会等名 日本科学教育学会第43回年会(宇都宮大学)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 金児正史
2. 発表標題 より高度な数学の考察を加えた物理公式の探究とその指導の提案 - 「理数探究」を意識した単振り子の等時性の公式の探究 -
3. 学会等名 2019年度第4回日本科学教育学会北海道支部大会(北海道教育大学)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Shigekazu Komeda, Takashi Kawakami, Akihiko Saeki, Masafumi Kaneko, Yoshihito Ochiai
2. 発表標題 Task design requirements for developing mathematical concepts of speed through modelling
3. 学会等名 The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications(ICTMA)(ICTMA14 香港大会)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Kawakami, Akihiko Saeki, Masafumi Kaneko
2. 発表標題 In-service teachers' collaborative transformation from textbook problems to modelling problems: first step of professional development on modelling
3. 学会等名 The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA) (ICTMA14 香港大会) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	土田 理 (TSUCHIDA Satoshi) (10217325)	鹿児島大学・法文教育学域教育学系・教授 (17701)	
研究分担者	後藤 顕一 (GOTO Kenichi) (50549368)	東洋大学・食環境科学部・教授 (32663)	
研究分担者	佐伯 昭彦 (SAEKI Akihiko) (60167418)	金沢工業大学・基礎教育部・教授 (33302)	
研究分担者	川上 貴 (KAWAKAMI Takashi) (90709552)	宇都宮大学・共同教育学部・准教授 (12201)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------