

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 4 日現在

機関番号：32665

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03502

研究課題名(和文) Dehn手術の幾何と代数

研究課題名(英文) Geometric and algebraic aspects of Dehn surgery

研究代表者

茂手木 公彦 (MOTEGI, Kimihiko)

日本大学・文理学部・教授

研究者番号：40219978

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：サテライトL-空間結び目のパターンがブレイド状であることを示し、Baker-Moore、Homの問題を解決した。その応用としてサテライトL-空間結び目が本質的コンウェイ球面をもたないことを示し、Lidman-Mooreの予想を部分的に解決した。また、ねじれ元を含まない群の自由積における共役ねじれ元の所在を解明し、群論における未解決問題を解決した。応用として3次元多様体の素分解、トーラス分解のもとでの共役ねじれ元の振る舞いを明らかにした。また、Dehnフィリングで共役ねじれ元が生じる仕組みを明らかにした。さらに、ある種のサテライト結び目に対してストロングスロープ予想を解決した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

低次元トポロジーで近年注目されているL-空間結び目とねじり操作の関係を明らかにするとともに、接触幾何学の視点からブレイド軸を特徴づけることに成功した。その応用として、L-空間結び目に関するいくつかの未解決問題、予想を肯定的に解決することで当該分野の発展に貢献した。また、群論で重要なねじれ元の一般化である共役ねじれ元に関する未解決問題を解決することで、3次元多様体の素分解やトーラス分解のもとでの共役ねじれ元の振る舞いを明かにし、共役ねじれ元に焦点を当てた3次元トポロジーの研究の基礎を構築することができた。さらに、ストロングスロープ予想の部分的解決により量子トポロジーの発展に寄与した。

研究成果の概要(英文)：We prove that any satellite L-space knot is braided, which answers a question of Baker-Moore and Hom in the positive. As an application we show that a satellite L-space knot cannot admit an essential Conway sphere, which gives a partial answer to a conjecture due to Lidman-Moore. We prove that any generalized torsion element in a free product of torsion-free groups is conjugate to a generalized torsion element in some factor group. This answers a classical problem in group theory and gives a necessary and sufficient condition for the fundamental group of non-prime 3-manifold to have a generalized torsion element. We also demonstrate that the behavior of generalized torsion elements under torus decomposition is quite different from that under prime decomposition. Furthermore, we clarify how generalized torsion element arises via Dehn filling. Besides, we prove the strong slope conjecture for some satellite knots.

研究分野：低次元トポロジー

キーワード：Dehn surgery Dehn filling L-space knot twisting tight fibered knot generalized torsion slope conjecture strong slope conjecture

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

2018年度までの研究で、Heegaard Flore 理論におけるレンズ空間の一般化である L-空間を生み出す L-空間手術、ならびに L-空間手術を許容する L-空間結び目とねじり操作の関係について一定の研究成果が得られていた。そこで培われた接触幾何、ブレイド理論、結び目コンコーダンスの理論を融合させた手法の再検討、およびその時点で得られていた結果の改良と応用を目指して研究を進めていた。L-空間結び目に関する Baker-Moore、Hom の問題や Lidman-Moore の予想の解決が大きな研究動機となっていた。代数的な側面からの研究では、3次元多様体群に対しては両側不変順序をもたないことと共役ねじれ元をもつことが同値であるという予想を提案し、その解決に向けて取り組んでいた。先行研究において、ザイフェルト多様体をはじめ多くの双曲多様体に対してこの予想が正しいことを証明していた。特に、結び目の Dehn 手術で得られる有理ホモロジー 3 球面の基本群は両側不変順序をもたないことがすでに知られているので、このような 3次元多様体の基本群は共役ねじれ元を常にもつことが期待される。結び目の Dehn 手術で得られる有理ホモロジー 3 球面の基本群の共役ねじれ元には、もとの結び目群の共役ねじれ元で Dehn フィリング後も共役ねじれ元として保たれている元と、もとの結び目群では共役ねじれ元ではなかった元で Dehn フィリングによって共役ねじれ元になる元の、2種類の元が考えられる。前者は、もとの結び目群に共役ねじれ元が存在するか、存在したとして、その共役ねじれ元が Dehn フィリング後も非自明な元になっているかという問題と関係し、後者は、結び目群の共役ねじれ元でない元がどのようにして Dehn フィリングを通じて共役ねじれ元になるのか、という現象の解明と深く結びついている。共役ねじれ元をもつ双曲結び目群の最初の例が Naylor-Rolfsen によって 2016 年に見出されたばかりであり、研究開始当初は、そのような例が非常に乏しい状況であった。そこで、共役ねじれ元をもつ結び目群の構成も喫緊の課題であった。また、Dehn フィリングによる結び目群の元の自明化を解明することが、Dehn フィリングの代数的側面を理解する上で極めて本質的な課題であるという認識に至り、その後の研究を方向づけるものとなった。一方、Dehn フィリングによって共役ねじれ元でない元がどのような仕組みで共役ねじれ元になるかという問題は、共役ねじれ元の幾何的意味づけを理解する上でも重要な問題で、2019年度からの共役ねじれ元と特異円板を関連づけた研究の発端となっている。Dehn 手術の研究でしばしば重要な役割を演じる、結び目外部空間の本質的曲面の境界スロープと色付きジョーンズ多項式の最高次の次数との関係を予想する Garoufalidis によるスロープ予想、ならびにその精密化であるストロングスロープ予想 (Kalfagianni-Tran) に関する研究も、2018年度に引き続き進めていた。この研究により、量子不変量に関する知識も吸収し、研究の裾野が広がっていた。

## 2. 研究の目的

Seifert Surgery Network という視点からの Seifert 手術の研究の枠組みを L-空間手術の研究に拡張し、Seifert 手術や L-空間手術の発生の仕組みをネットワークの視点から大域的に解明することが本研究の幾何的側面からの目的であった。特に、ネットワークの視点からの研究では、個々の Seifert 手術や L-空間手術を関連づける上で重要なねじり操作が鍵になっている。そこで、まず初めにねじり操作のもとで L-空間結び目がどのように振る舞うかを解明することが主要なテーマであった。L-空間手術に対しては、Seifert Surgery Network の研究で鍵となっていた seiferter に代わるものがないので、結び目のツイスト族の中でどのように L-空間結び目が現れるかを明らかにすることを目的として研究を進めた。代数的側面からの研究では、双曲結び目群の共役ねじれ元が Naylor-Rolfsen によって発見されたのは 2016 年のことで、共役ねじれ元の例自体が非常に乏しかった。そのため共役ねじれ元をもつ双曲結び目群を構成することも重要な課題であった。また、寺垣内政一氏 (広島大学) との予想によれば、Dehn 手術で得られる有理ホモロジー 3 球面の基本群は共役ねじれ元をもつので、もとの結び目群に共役ねじれ元があるとき、それが Dehn 手術で保存されることを示すことも重要な問題であった。一方、もとの結び目群に共役ねじれ元がない場合に、どのようにして Dehn フィリングを通じて共役ねじれ元が現れるのか、そのような例の構成およびその仕組みの解明が重要なテーマであった。これらの研究を通して、共役ねじれ元の幾何的な意味が解明することが主要目的であった。前者の、共役ねじれ元が Dehn フィリングで保存されるかという問題は、より一般に、結び目群内の与えられた元が Dehn フィリングで自明化されるかどうかという一般的な問題へと発展した。これは共役ねじれ元の研究を超えた Dehn フィリングによる自明化問題につながり、Dehn フィリングと結び目群の関係という、より大きな枠組みでの研究の重要性が明らかになった。Dehn フィリングによる自明化という観点で Property P 予想 (Kronheimer-Mrowka によって解決) を捉えると、メリディアンがすべての非自明な Dehn フィリングで自明化されないという主張と同値であり、Dehn フィリングによる自明化に関する最も基本的な結果になっている。このような元が結び目群の中に豊富にあることが期待されるが、これまでに一般的な結果は得られていなかった。Property P を出発点に位置づけ、Dehn フィリングによる結び目群の元の自明化を総合

的に解明することも本研究の主要目的である。その第一歩として、すべての非自明な Dehn フィリングで自明化されない元がメリディアン以外に豊富に存在することを証明することを目指して研究を進めた。Dehn フィリングによる自明化の総合的な理解を Dehn フィリングの幾何的な問題へ応用していくことも今後の重要な課題である。

### 3. 研究の方法

L-空間手術、L-空間結び目の研究に関しては2018年度までの研究を継続し、接触幾何やブレイド理論に関する結果も積極的に活用して、サテライト L-空間結び目に関する Baker-Moore、Hom の予想の解決に取り組んだ。2020年度からはコロナ禍ということもあり、対面形式でのセミナーは実施できず多少不自由な面もあったが、共同研究者である Baker 氏 (University of Miami) と電子メールをはじめとする電子媒体を積極的に活用して共同研究を進めた。Hanselman-Rasmussen-Watson による Heegaard Floer ホモロジー論に関する最新の結果とともに、従来の古典的な切り貼り技巧も活用した研究を展開した。共役ねじれ元の研究では、研究の目的で述べたように、共役ねじれ元をもつ双曲結び目群自体の例が非常に少なかった。そこで、共役ねじれ元をもつ双曲結び目群の構成と、共役ねじれ元に関する一般的な理論の構築を目指した研究を伊藤哲也氏 (京都大学) と寺垣内政一氏とともに進めた。一般に、群の表示から共役ねじれ元を見つけることは非常に困難なので、一つの共役ねじれ元をもとにして、表示から一旦離れ、ねじり操作という幾何的な操作で共役ねじれ元を無限に構成するという手法を採用した。この方法を適用して任意の結び目を適当な軸 (自明な結び目) に沿ってねじることで、共役ねじれ元をもつ結び目を構成することができる。ただし、この構成で得られた結び目は一般にサテライト結び目で、双曲結び目にはなっていない。そこで本研究では、そのねじる軸を注意深く選ぶことで、ねじり操作を利用して共役ねじれ元をもつ双曲結び目を構成した。この際に、ねじる軸をうまく見つけることが鍵となっている。これにより、種数がいくらかでも大きな双曲結び目で共役ねじれ元をもつものを構成することができた。この構成をさらに進めて、ランクが大きな双曲結び目群で、共役ねじれ元をもつものの構成を考えている。また、共役ねじれ元に関する一般的な理論の構築と関連して、Dehn フィリングによる結び目群の元の自明化という、より大きな枠組みでの共同研究を開始した。ここでは、3次元多様体に関するこれまでの知見、安定交換子長といった幾何群論の手法、双曲 Dehn 手術などを総動員した研究を進め、現在も継続中である。一方、Dehn フィリングで共役ねじれ元が発生する仕組みに関しては、特異円板を利用した幾何的考察を進めた。スロープ予想、ストロングスロープ予想に関しては、色付きジョーンズ多項式の計算、その最高次の次数の決定と、そこから現れるジョーンズスロープを実現する本質的曲面の探索という手法で Baker 氏、高田敏恵氏 (九州大学) と共同研究を進めた。

### 4. 研究成果

(1) 2018年度までの研究で得られた、L-空間結び目とねじり操作の関係をさらに詳しく考察し、ねじり操作とタイトな接触構造をサポートするファイバー結び目の関係をもとにしたブレイド軸の特徴づけを与えることができた。この結果を応用して L-空間サテライト結び目のパターンがブレイド状であることを示し、Hom、Baker-Moore の問題を肯定的に解決した。さらなる応用として、L-空間サテライト結び目が本質的なコンウェイ球面をもたないことを示し、Lidman-Moore の予想を部分的に解決した。これらをまとめた結果を Baker 氏との2本の共著論文として国際誌に発表するとともに、国内外の多くの研究集会で成果を発表した。また、本研究で得られた結果と、研究代表者がこれまでに行ってきた研究を日本数学会企画特別講演で紹介した。

(2) 寺垣内政一氏との共同研究において、ねじり操作を応用して種数がいくらかでも大きな双曲結び目で、その結び目群が共役ねじれ元を含むものを構成し、国際誌に発表した。ねじり操作を施す軸をうまく取ることで、種数ではなくトンネル数が十分大きな双曲結び目で共役ねじれ元をもつものの構成を目指した研究は、現在も継続中である。また伊藤哲也氏、寺垣内政一氏との共同研究で、ねじれ元を含まない群の自由積における共役ねじれ元は因子群の共役ねじれ元に共役であることを証明し、群論における未解決問題を解決した。その応用として、素でない3次元多様体の基本群が共役ねじれ元をもつための必要十分条件を与えた。さらにトラス分解と素分解では、共役ねじれ元の振る舞いに差があることを明らかにし、国際誌に発表するとともに、国内外の研究集会で講演を行った。さらに、Dehn フィリングで共役ねじれ元が生じる仕組みを明らかにし、結び目群の共役ねじれ元ではない元が Dehn フィリングによって共役ねじれ元になる例を構成した。この証明で本質的な役割を担っている特異円板は、共役ねじれ元の幾何学的意味を理解するための鍵になっているものと期待される。また特異円板を利用して、共役ねじれ元を許容する3次元双曲多様体群でランクがいくらかでも大きなものを構成することに成功した。これらの結果についても国際誌、専門誌に出版済みである。一方、結び目群の共役ねじれ元が Dehn フィリングした後も共役ねじれ元として保たれる状況の考察から、一般に Dehn フィリングで結び目群の元の自明化を考察する必要が生じた。これ自体、Dehn フィリングの代数的な側面を理解する重要な問題であり、現在も研究を継続中である。この問題は、視点を変えると Kronheimer と Mrowka によって解決された Property P とも深い関わりをもっている。そこで、

原点である Property P に立ち返り、Dehn フィリングを行った際に足元で起こっている結び目群での現象と捉え直して研究を進めた。スロープ  $r$  に沿った Dehn フィリングで自明化される元は、 $r$  に対応するスロープ元の正規閉包をなしている。Property P は、“スロープ元の正規閉包がメリディアンとの正規閉包と一致するための必要十分条件が、そのスロープ元がメリディアンと一致すること”を主張している。伊藤哲也氏、寺垣内政一氏との共同研究で、Property P の一般化として、“2つのスロープ元のそれぞれの正規閉包が一致するための必要十分条件は、2つのスロープ元が同一のスロープに対応していること”(peripheral Magnus Property) を証明し、国際誌に発表した。この事実は、群論的に重要な性質になっており、バンフ国際研究ステーション主催の国際会議において招待講演を行った。さらに、Property P の別な言い換えである“メリディアンは非自明なスロープに沿った Dehn フィリングでは自明化されない”という結果を改良し、“非自明なスロープに沿った Dehn フィリングでは自明化されない(メリディアンと共役でない)元が、共役を無視して無限に存在する”ことを証明した。この結果を含む一連の研究成果を、オーバーヴォルフアッハ数学研究所で開催された国際会議における招待講演で発表した。この事実を契機に、Dehn フィリングによる元の自明化を、結び目群から有理数全体の集合の冪集合への写像を用いて正確に記述する研究を開始した。この写像を利用することで、結び目群と Dehn フィリングの間の様々な現象、問題を定式化することができるようになり、新たな研究の基盤を整備することができた。Dehn フィリングの代数的な側面からの、伊藤哲也氏、寺垣内政一氏との共同研究は現在も進行中である。

(3) 色付きジョーンズ多項式と結び目外部空間内の本質的曲面の関係に関する Garoufalidis によるスロープ予想、Kalfagianni-Tran によるストロングスロープ予想に関して、Baker 氏、高田敏恵氏と共同研究を行った。結び目外部空間内の本質的曲面は Dehn 手術の研究にも有効であり、しばしば登場していた。これまでの Dehn 手術の研究で得られた技術を活かして、連結和、ケーブリング、Whitehead double、Mazur double に対して、適当な条件のもとでスロープ予想およびストロングスロープ予想が成り立つことを証明した。この成果を Mathematical Congress of the Americas 2021 における招待講演で発表するとともに、3本の論文として国際誌に発表した(内1本は2024年出版予定)。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Baker Kenneth L., Motegi Kimihiko	4. 巻 27
2. 論文標題 Twist families of L-space knots, their genera, and Seifert surgeries	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Analysis and Geometry	6. 最初と最後の頁 743 ~ 790
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/CAG.2019.v27.n4.a1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Ichihara Kazuhiro, Motegi Kimihiko, Teragaito Masakazu	4. 巻 264
2. 論文標題 Vanishing nontrivial elements in a knot group by Dehn fillings	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Topology and its Applications	6. 最初と最後の頁 223 ~ 232
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2019.06.023	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Ito Tetsuya, Motegi Kimihiko, Teragaito Masakazu	4. 巻 147
2. 論文標題 Generalized torsion and decomposition of 3-manifolds	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 4999 ~ 5008
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/14581	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Baker Kenneth L., Motegi Kimihiko	4. 巻 119
2. 論文標題 Seifert vs. slice genera of knots in twist families and a characterization of braid axes	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the London Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 1493 ~ 1530
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/plms.12274	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Baker Kenneth L., Motegi Kimihiko, Takata Toshie	4. 巻 11
2. 論文標題 The Strong Slope Conjecture for twisted generalized Whitehead doubles	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Quantum Topology	6. 最初と最後の頁 545 ~ 608
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/QT/242	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kenneth Baker, Kimihikjo Motegi, Toshie Takata	4. 巻 2163
2. 論文標題 The Strong Slope Conjecture for Whitehead doubles	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Intelligence of Low-dimensional Topology, RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 62-81
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kimihiko Motegi, Edited by Friedl Stefan, Moriah Yoav, Purcell Jessica S., Schleimer Saul	4. 巻 17
2. 論文標題 Dehn fillings on knot groups, Low-dimensional Topology	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Oberwolfach Reports	6. 最初と最後の頁 465 ~ 516
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/OWR/2020/8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kenneth Baker, Kimihikjo Motegi, Toshie Takata	4. 巻 27
2. 論文標題 The Strong Slope Conjecture for cablings and connected sums	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 New York J.Math.	6. 最初と最後の頁 676~704
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ito Tetsuya, Motegi Kimihiko, Teragaito Masakazu	4. 巻 2021
2. 論文標題 Nontrivial Elements in a Knot Group That are Trivialized by Dehn Fillings	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 8297 ~ 8321
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnz069	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ito Tetsuya, Motegi Kimihiko, Teragaito Masakazu	4. 巻 301
2. 論文標題 Generalized torsion and Dehn filling	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Topology and its Applications	6. 最初と最後の頁 107515 ~ 107515
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2020.107515	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Motegi Kimihiko, Teragaito Masakazu	4. 巻 65
2. 論文標題 Generalized torsion for knots with arbitrarily high genus	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Canadian Mathematical Bulletin	6. 最初と最後の頁 867 ~ 881
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4153/S0008439521000977	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Motegi Kimihiko	4. 巻 36
2. 論文標題 Dehn surgery on knots-tracing the evolution of research	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Sugaku Expositions, Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 1 ~ 33
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/suga/473	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ito Tetsuya, Motegi Kimihiko, Teragaito Masakazu	4. 巻 55
2. 論文標題 Generalized torsion for hyperbolic 3 manifold groups with arbitrary large rank	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Bulletin of the London Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 1203 ~ 1209
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/blms.12784	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Himeno Keisuke, Motegi Kimihiko, Teragaito Masakazu	4. 巻 53
2. 論文標題 Generalized torsion, unique root property and Baumslag-Solitar relation for knot groups	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Hiroshima Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 345-358
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.32917/h2022015	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計20件 (うち招待講演 14件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 Generalized torsion in 3-manifold groups and normal closures of slope elements
3. 学会等名 Ordered Groups and Rigidity in Dynamics and Topology, Banff International Research Station for Mathematical Innovation and Discovery (BIRS) of Casa Matematica Oaxaca (CMO) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 Seifert vs. slice genera of knots in twist families and a characterization of braid axes
3. 学会等名 東京大学 トポロジー火曜セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 共役ねじれ元と3次元多様体の分解
3. 学会等名 北陸結び目セミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 Dehn fillings on knot groups
3. 学会等名 Oberwolfach Workshop - Low-dimensional Topology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 The Strong Slope Conjecture for Whitehead doubles
3. 学会等名 Intelligence of Low-dimensional Topology (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 Slope Conjecture and Strong Slope Conjecture for knots
3. 学会等名 拡大K00Kセミナー2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 The Strong Slope Conjecture for Mazur pattern satellite knots
3. 学会等名 Mathematical Congress of the Americas 2021 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 Seifert Surgery Network Revisited,
3. 学会等名 研究集会「結び目理論」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 Generalized torsion and Dehn filling
3. 学会等名 東北結び目セミナー2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 The Strong Slope Conjecture for Mazur pattern satellite knots
3. 学会等名 Low dimensional topology and number theory XIII To the memory of Professor Toshie Takata (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 Dehn surgery on knots
3. 学会等名 微分トポロジー22 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 結び目をねじる, デーン手術をねじる
3. 学会等名 日本数学会年会 企画特別講演 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 Construction of generalized torsion elements in hyperbolic 3-manifold groups with arbitrarily large rank
3. 学会等名 拡大KOOKセミナー 2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 Crossing numbers of Mazur pattern satellite knots
3. 学会等名 北陸結び目セミナー 2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 茂手木公彦
2. 発表標題 結び目交点数の話題から
3. 学会等名 可微分写像の特異点論とその応用 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 What have I been networking?
3. 学会等名 Breadth in low-dimensional topology
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 Winding number, wrapping number and stable unknotting number of knots in a twist family
3. 学会等名 The Iberoamerican and Pan Pacific International Conference on Topology and its Applications, Puebla, Mexico (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 Dehn filling and knot group: the Property P conjecture and beyond
3. 学会等名 MSJ-KMS Joint Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 Dehn filling trivialization on a knot group
3. 学会等名 Knots with special properties: A conference to celebrate Mario Eudave-Munoz's 60th birthday (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kimihiro Motegi
2. 発表標題 Dehn filling and knot group
3. 学会等名 Seminari di Geometria, Universita di Pisa (招待講演)
4. 発表年 2024年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 茂手木公彦	4. 発行年 2022年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 292
3. 書名 デーン手術 3次元トポロジーへのとびら	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	新國 亮  (NIKKUNI Ryo)  (00401878)	東京女子大学・現代教養学部・教授   (32652)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	University of Miami			