

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 26 日現在

機関番号：34103

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03609

研究課題名(和文) 関孝和の数学の革新性に関する研究：方程式論を中心として

研究課題名(英文) A study on the innovative nature of Seki Takakazu's mathematics: centering on his theory of equations

研究代表者

小川 東 (Ogawa, Tsukane)

四日市大学・関孝和数学研究所・研究員

研究者番号：90204081

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,700,000円

研究成果の概要(和文)：関孝和の方程式論の一つ『病題明致之法』を含む研究成果を『関孝和全集』(共編著、岩波書店、2023年10月)として刊行した。残存記述が不十分なため未だ解明できない点も残っているが、これは新資料の発見がない限りこれ以上の理解は難しいと思われる。全集の編纂を通じて改めてその著作を詳細に検討すると、特に『括要算法』、『解伏題之法』、『開法翻変之法』、『方陣之法』に関の数学思想、特に統一的方法を目指したところに関の革新性があり、またその本質を受け継いだ数学者は生まれなかった点で関の孤峰性を見る事ができる。また宅間流・岡之只の著作の研究を通じて、関流数学の歴史性を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

2023年度刊行した『関孝和全集』(上野健爾、小川東、小林龍彦、佐藤健一、岩波書店)は新しい関孝和像を提示し、将来の研究への第一歩としての著作類の解説・現代語訳、新資料の発見を含む詳細年表、関係する用語事典、標準的読み下し、膨大な関係資料を収録したものである。関孝和は高等学校の教科書にもその名が出て来るがその実態はほとんど知られていない。本全集によってそれが現段階で得られるかぎりの資料において明らかにされた。また宅間流の研究は関流外の研究を通じて、関流を客観的に理解することを可能にする点で意義がある。

研究成果の概要(英文)：The results of this research, including one of Seki Takakazu's equation theories, Byoudai-meichi, were published in the "Complete Works of Seki Takakazu" (co-edited, Iwanami Shoten, October 2023). The remaining descriptions are inadequate, and some points remain unclarified, which will be challenging to understand further without discovering new materials. A detailed examination of Seki's works through the compilation of the complete works reveals that his mathematical thought was innovative in its aim to create a unified method and that no mathematician inherited its essence. The study of Oka Yukitada's Kijutsu-Kairohou of the Takuma school clarified the historicity of the Seki school of mathematics.

研究分野：東アジア数学史

キーワード：関孝和 宅間流 岡之只

1. 研究開始当初の背景

江戸時代の数学の歴史に関する研究は明治の早い時期から始まり、130 年を超える歴史がある。その中で関孝和 (?-1708) は江戸時代の数学の確立者として早くから注目され、これまでに多数の論文、書籍が著されてきた。高等学校の日本史の教科書にも「和算の関孝和は円周率や円の面積・筆算代数などにすぐれた研究成果をあげた」と述べられている。しかし、その人物、数学についてはわからないことが多い。

今回の研究対象である関の数学に関しては、戦前、戦後を通じて、関の著作を精確に読むことがなされてこなかった。細かい点は無問に付して、概要によって議論していたのである。わたしはそれでは不十分だと考え、1994 年に『関孝和「発微算法」—現代語訳と解説』(四日市大学教育研究叢書 5) を発表し、関孝和の著作『発微算法』の本文、そしてその解説書である建部賢弘らによる『発微算法演段諺解』(1685) を詳細に解説し、これを現代語訳した。原文に即した解説としては加藤平左衛門(1891--1976) による著作があったが、全体にわたって詳細に解説したのものとしては本書が初めてだったと自負している。

その後、上野健爾、長田直樹、小松彦三郎、竹之内脩、真島秀行、森本光生をはじめとする数学者が積極的に研究に参入して、2000 年前後からは江戸時代の数学の研究は新しい時代に入った。たとえば、加速計算による円周率計算、補間法による円弧長計算、終結式による代数方程式論など、関の数学が現代の数学の立場から評価されるようになった。わたしもまた関が得たベルヌーイ数について、ベルヌーイが *Ars Conjectandi* で述べた方法と関の方法を比較した。その詳細は上野健爾・小川東・小林龍彦・佐藤賢一『関孝和論序説』(岩波書店、2008) に述べた。

しかし未だ理解できていない点が多く残されている。たとえば『開方翻変之法』で提示された判別式は『病題明致算法』において無条件に用いられているが、未だ十分に解明されているとは言い難い。また「分術」という方法もこれまで無問に付されてきたものである。

関孝和の数学には独創が散りばめられている。しかし、これまでの研究ではこれらの革新性はバラバラに列挙されているだけであった。わたしたちは現在それを全体として理解すべき段階に来ている。

2. 研究の目的

(1) 「病題」というのは、答えがないもの、答えが複数個あるもの、答えが問題の題意にそぐわないもの(たとえば線分の長さを求めるのに答が負になるもの)などのことである。江戸時代には問題の答えは題意、図意に合致したものが唯一であるべきで、それ以外の問題は「病題」といった。関が考えたのは、これらの病題に対して、数値を変更したり、条件を追加したりして、答えを唯一にする統一的方法である。「病題」は現代数学の問題意識からすると興味に乏しく、また関の得た結果にも曖昧な点もあることから、これまで精力的には研究されてこなかった。しかし、関の研究は代数方程式の処理であり、研究に値する。

(2) 関の取り組んだ問題の中には、方程式の解を唯一にするための係数の変更限界など、現代では見られないものもある。これらは歴史的意義を持つものであるが、なぜこのような問題が取り上げられたかを、関係する著作類を総合的に検討して明らかにすることは、関の方程式論の実像を明らかにするために必要である。

(3) 関の数学は何もないところから生み出されたわけではない。関が取り組んだ問題の中にはすでに中国の数学書に述べられたものや関以前に日本で出題されたものもある。また関の数学の方法の中には『算学啓蒙』、『数書九章』などの中国の数学書にその起源を見いだせるものもある。関の革新性は日本国内に限定せずに東アジアの中で考えることで、一層その革新性、独創性が明らかになる。さらにベルヌーイ数などに関しては西洋数学をも視野に入れなければその評価は下せない。

(4) 本研究は、近年の数学者の参入により進歩している関孝和の数学の研究をさらに推し進めるものであるが、その成果を高等学校や大学において歴史教育、数学教育に携わる教諭、教官・教員に提示することも目標とする。

3. 研究の方法

(1) 『病題明致之法』、『大成算経』における判別式の利用技術、「分術」の概念を明確にする。その成果の一つとして、関係テキストの十分明快な現代語訳または英訳を進める。

(2) 関の著作を比較検討して、方程式論の詳細を分類する。なお、関の著作の大半は建部賢弘、賢明によって依頼された『大成算経』のための原稿であったと考えている。したがって、関の方程式論の研究には独立した著作に加えて、『大成算経』の研究が不可欠である。今回分担を依頼している森本光生は建部賢弘の数学を前面に押し出した科研費研究をされているので、その知見を参考にしたい。『大成算経』は全 20 巻、900 丁におよぶ大著で、難解な計算も含まれており、全部を読んだ研究者はほとんどいないと思われる。これを一人で研究することは難しいので、森本光生とともに解説を進める。特に『病題明致算法』と密接に関連する第 18 巻「病第定擬」を中心に解説を進める。

(3) 関孝和によるベルヌーイ数の発見，加速計算，終結式による代数方程式論などの成果が東アジア数学においてどのように革新的であったかを総合的に記述する．幸い中国の研究者等との交流も長くなり，有益な情報，意見を得ることができるので，それを生かして関の革新性を明確にする．

(4) 高等学校や大学における数学教育のために，関孝和の数学を正確に記述して素材を提供する．

4．研究成果

上野健爾，小林龍彦，佐藤賢一 3 氏とともに『関孝和全集』岩波書店を刊行した．全集という著作，手紙などの資料を中心として，若干の解説が付されるのが普通であるが，関孝和の著作は語句限られており，手紙はなく，関に関係する資料もごく限られている．本全集は 4000 ページを超えるが関の著作は活字にするとその 1 割にも満たない．残りは総解説，現代語訳，関係年表，用語事典（以上第 1 巻），訓読，読み下し（以上第 2 巻），資料（第 3 巻）に当てられる．これらの記述，資料は教育活動においても有用なものである．

『病題明致之法』に関して理解できない部分については上野健爾氏による解釈を得た．しかし原文の記述が不足しており完全には理解できない．新資料の発見によらなければこれ以上の解釈は不可能と思われる．その点では現時点で得られる最前線の結果として現代語訳を行った．

関の当時問題となっていたいくつかの問題に関して，その一般論を志向した点で近世日本数学史において希有の存在である．それは特に方程式論に見られる．たとえば代数方程式の解を求める事に関して抽象的に方程式そのものを研究の対象としたのは関が初めてである．その発端は平面幾何の問題を解くために得た方程式に解が複数個存在する点にある．そして解をすべて求めること，解の分布のことなどから考察し，具体的な問題の解を一意的にするための統一的方法を探ったのが『病題明致之法』である．これは当時の問題意識への一つの解答であったが，その後の推移を見てもこの関の思想は理解されずに終わった．関の高弟であったが建部賢弘でさえ関の数学思想を完全には理解しなかった．本全集を見れば関孝和がいかに時代を超越した存在であったかが理解できる．今回上野健爾，小林龍彦，佐藤賢一 3 氏と協力して全集の形で成果が得られたことは本研究の課題を包含し，当初予期していた以上の成果であった．

コロナ禍により中国の研究者との交流は一旦途絶えたのは残念であった．その中で 2022 年以降は田中紀子氏とともに宅間流の岡之只（1791-?）の『起術解路法』を読む機会を得た．岡による数式の表現方法はいわゆる注目している未知数を表示しない関流の方法とは異なり，未知数を定数，文字と同等に扱っている．そのため式の見通しが良くなり，たとえば因数分解などの利用により式の簡約化がかなり行えるようになった．これらには会田安明などの刊本の影響もあるかもしれない．岡の時代は関からはおよそ 100 年下っており，関の時代にはない数学上の技法がいくつも得られている．しかし関の一般化志向，抽象化志向という数学思想を見ることはできない．岡は利用する数学上の技法を要約して『起術解路法定例』を著したものの，数学はあくまでも具体的な平面幾何の問題とともに進展するものであった．先に述べた関の先進性はここにも明確に見ることができる．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 6件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 小川東	4. 巻 39
2. 論文標題 日本における数学文化	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 数学文化	6. 最初と最後の頁 15-26
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 森本光生・小川東	4. 巻 239
2. 論文標題 和算研究の国際化に向けて	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 数学史研究	6. 最初と最後の頁 105-113
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 小川東	4. 巻 49-8
2. 論文標題 日本数学史研究の可能性	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 現代思想	6. 最初と最後の頁 22-34
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 小川東	4. 巻 B89
2. 論文標題 近世日本数学史における方程式論----宅間流の『遷式術』	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 33-47
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Rosalie J. Hosking, Tsukane Ogawa, and Mitsuo Morimoto	4. 巻 20
2. 論文標題 Volume One of the Taisei Sankei: English Translation and Commentary	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 SCIAMVS	6. 最初と最後の頁 31-118
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 小川東, 小林龍彦	4. 巻 23.07
2. 論文標題 数学の一般論を志向した関孝和の実像 新『関孝和全集』編集を終えて	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 科学	6. 最初と最後の頁 565-569
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 小川東
2. 発表標題 岡之只『妙矩集』における帰納的方法論「譲り越し」
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小川東
2. 発表標題 岡之只『妙矩集』における数学思想の独立性に関する問題
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小川 束
2. 発表標題 近世日本数学史における方程式論
3. 学会等名 京都大学RIMS共同研究(公開型)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小川 束
2. 発表標題 岡之只(1791--?)の数学思想
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tsukane Ogawa
2. 発表標題 Elimination theories in China and Japan
3. 学会等名 9th Conference of the European Society for the History of Science(国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Tsukane Ogawa
2. 発表標題 The Suanfa Tongzong in China and the Jingouk Ki in Japan
3. 学会等名 The 1st Interdisciplinary East Asian Forum on Scientific & Technological Exchanges via the Maritime Silk Road(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Tsukane Ogawa
2. 発表標題 Seki Takakazu's theory on algebraic equations in pre-modern Japan
3. 学会等名 International Forum on Matematics and History of Mathematics --- Dedicated to the 100th Birthday of Wen-tsun WU
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tsukane Ogawa
2. 発表標題 Seki Takakazu's theory on algebraic equations in pre-modern Japan
3. 学会等名 15th International Conference on the History of Science in East Asia
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小川 束
2. 発表標題 新しい『関孝和全集』について
3. 学会等名 日本数学史学会（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小川 束・田中 紀子
2. 発表標題 宅間流岡之只『起術解路法』における整式の処理
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 田中紀子・小川東
2. 発表標題 宅間流岡之只『起術解路法』平面幾何解法の工夫
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小川東・田中紀子
2. 発表標題 宅間流岡之只『起術解路法』における整式の処理
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 田中紀子・小川東
2. 発表標題 宅間流『省約術』と善光寺算額の関係について
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2024年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 上野 健爾, 小川 東, 小林 龍彦, 佐藤 賢一	4. 発行年 2023年
2. 出版社 岩波書店	5. 総ページ数 4064
3. 書名 関孝和全集	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	森本 光生 (Morimoto Mitsuo) (80053677)	四日市大学・関孝和数学研究所・研究員 (34103)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関