

令和 6 年 6 月 13 日現在

機関番号：12101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03648

研究課題名（和文）複雑ネットワーク構造がもたらすロバスト臨界性の解明

研究課題名（英文）Study on Robust Criticality Induced by Complex Network Structures

研究代表者

長谷川 雄央（Hasegawa, Takehisa）

茨城大学・理工学研究科（理学野）・教授

研究者番号：10528425

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、複雑ネットワーク上のパーコレーションモデルが示すロバスト臨界性とネットワーク構造の関係を調べた。特にネットワークの階層性、双曲性、次元性に注目し、階層ネットワークが persistent root なる頂点を持たない場合にロバスト臨界性が現れること、双曲的なネットワークであるツリーにランダムショートカットを追加すると臨界相が消失すること、フラクタルネットワークモデルの次元を有限から無限に動かしたとき、次元が有限である限りロバスト臨界性は現れないことを確認した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は、複雑ネットワーク特有の相転移現象に関する新たな理解を提供するものである。階層性、双曲性、次元性といったネットワークの性質とロバスト臨界性の関係性を論じた点に独自性があり、学術的意義を持つ。ネットワークの頑健性解析や感染症モデルの研究が実ネットワークの設計や感染症対策に応用可能であることから、本研究で得られる理解が、インフラの強化や公衆衛生の向上に貢献することが期待される。

研究成果の概要（英文）：In this study, we investigated the relationship between robust criticality observed in complex networks and their structure. We specifically focused on the hierarchy, hyperbolicity, and dimensionality of networks. Our findings revealed that (i) robust criticality emerges in hierarchical networks when there is no persistent root, (ii) adding random shortcuts to tree networks, which are hyperbolic, leads to the disappearance of the critical phase, and (iii) robust criticality does not emerge as long as the dimension remains finite, even when the dimension of a fractal network model is changed from finite to infinite.

研究分野：統計物理

キーワード：複雑ネットワーク ネットワーク科学 パーコレーション 感染症モデル 相転移 臨界現象

## 1. 研究開始当初の背景

複雑ネットワークとは、WWW や人間関係のように巨大で複雑なつながりを持つネットワークを指し、1990 年代末から幅広い分野で研究されてきた。多くの現実ネットワークに共通するスケールフリー性やスモールワールド性といった特徴が明らかになり、そのような特徴を持つネットワークのモデルがさまざまに提案されてきた。複雑ネットワーク研究において、ネットワーク上の統計物理モデルの相転移は中心課題の一つである。しかし、統計物理理論は従来ユークリッド格子を前提としており、複雑ネットワークはランダムで非一様なつながりを持つため、ユークリッド的ではない。非ユークリッド的なネットワークでは、ユークリッド格子には見られない新奇相転移を示すことがある。

例えば、ネットワーク上のパーコレーションモデルを考えよう。ネットワーク上のサイトパーコレーション(ボンドパーコレーション)とは、ネットワークの各頂点(各辺)を確率  $p$  で残し、そうでなければネットワークから取り除くという確率過程である。ユークリッド格子では、特定の臨界点を境に非パーコレート相からパーコレート相への相転移が起こるが、非ユークリッド的な nonamenable graph (NAG) では、無秩序相と秩序相の間に、有限区間にわたって臨界状態が続く臨界相が現れることが報告されている。このロバストな臨界性は、いくつかのネットワークモデルで解析計算やモンテカルロシミュレーションを通じて確認されているが、どのようなネットワーク構造であればロバスト臨界性が現れるのかは明らかになっていない。また、パーコレーションモデル以外にも、感染症モデルのような格子確率モデルにおいて臨界相が予想されるが、複雑ネットワークにおけるロバスト臨界性の解析は進んでいない。

## 2. 研究の目的

上述の背景を踏まえ、本研究では、ネットワークの構造とネットワーク上の相転移現象の関係を調べ、非ユークリッド的なネットワークに現れる新奇相転移を定性的に理解することを目的とした。特に、ネットワークの構造として階層性、双曲性、次元性に注目し、ロバスト臨界性との関係を探った。

## 3. 研究の方法

本研究では、以下のような設定のパーコレーションモデルを解析した：

- ・階層ネットワーク上のサイトパーコレーション：ネットワークの階層性とロバスト臨界性の関係を論じた。
- ・ランダムショートカット付きのツリー上のボンドパーコレーション：ネットワークの双曲性とロバスト臨界性の関係を論じた。
- ・次元を調整できるフラクタルネットワークモデル上のボンドパーコレーション：ネットワークの次元性とロバスト臨界性の関係を論じた。

また、ネットワークとその上のダイナミクスの関係を理解するため、適宜関連する研究も行った。本研究期間において、臨界状態におけるネットワーク構造の解析、次数相関構造を持つネットワークのパーコレーション転移の解析、補強を施したネットワークの頑健性の解析、ネットワーク上の感染症モデルに関する研究を行った。

## 4. 研究成果

ロバスト臨界性に関して、本研究で得られた成果は以下の通りである。

(1) 階層ネットワーク上のサイトパーコレーション：小さなネットワークパターンを入れ子的に組むことで構成される階層ネットワークでは、サイトパーコレーションは確率  $p$  によらず常に臨界相を示すことが報告されていた。階層ネットワークの構成方法に着目し、“persistent root” と定義される頂点を持たない構成であればロバスト臨界性が現れることを見出した。(能川知昭氏(東邦大学)との共同研究)

(2) ショートカット付きツリーのボンドパーコレーション：ツリーは双曲的なネットワークであり、パーコレーションは臨界相を示す。ツリーにおいて leaf 世代にある頂点ペアの間に適当な確率に従ってショートカットを追加すると、ツリーの双曲性は失われることが報告されている。ショートカットの追加方法に従って、パーコレーションの相図がどう変化するかをモンテカルロシミュレーションで調べた結果、ショートカットの追加方法によって臨界相が消失し臨界

点が現れる場合もあれば、臨界相が維持される場合もあることがわかった。同時に、ネットワークの双曲性と臨界相の有無に直接的な関連がないことも明らかとなった。そこで、ネットワークのコア（有限割合の頂点ペアの最短路に必ず使われるような頂点のグループ）の存在に着目し、コアの有無と臨界相の有無の間により近い関連があることを指摘した。（能川知昭氏（東邦大学）との共同研究）

(3) 正相関ネットワーク上のボンドパーコレーション：exponential random graph (ERG)モデルの手順によって、ランダムグラフに正の次数相関構造を入れたとき、パーコレーションはロバスト臨界性を示すことが報告されていた。一方、別のアルゴリズム（local optimal algorithm; LOA）を使って正相関ネットワークを作った場合、ERG で作ったものとは異なり、かつ平均場のユニバーサリティクラスとも異なる臨界特性が出てくるとも報告されていた。本研究で大規模なモンテカルロシミュレーションを通じて検討した結果、LOA で作られたネットワークは正相関構造の割合にかかわらず、ランダムグラフと同じ平均場のユニバーサリティクラスに属することを明らかにした。一方、ERG で作られたネットワークはロバスト臨界性を示すことを再確認した。（水高将吾氏（北陸先端科学技術大学院大学・当時）との共同研究）

(4) フラクタルネットワーク上のボンドパーコレーション：Song-Havlin-Makse (SHM)モデルは、ネットワークの生成時の辺の繋ぎ換え確率を調整することにより「有限次元のフラクタルスケールフリースツリー」から「無限次元のスモールワールドスケールフリースツリー」まで生成することができる。ネットワークの次元性とロバスト臨界性の関係を探るため、SHMモデル上のボンドパーコレーションにおけるルートクラスターのフラクタル指数を導出した。フラクタル指数から、有限次元のスケールフリースツリーでは  $p$  の全領域が非パーコレート相となり、無限次元のスケールフリースツリーでは  $p$  の全領域が臨界相になることを明らかにした。（研究室学生との共同研究）

その他、ネットワークの構造と相転移に関する研究として以下の成果を得た。

(5) 臨界ランダムネットワークの次数相関構造：ランダムネットワークの臨界点近傍における最大連結成分を記述する式を導出し、負次数相関構造が長距離に及ぶ様子を明らかにした。（水高将吾氏（北陸先端科学技術大学院大学・当時）との共同研究）

(6) 強い負次数相関構造を持つネットワークのユニバーサリティクラス：強い負次数相関構造をいれたネットワーク上のボンドパーコレーションを解析し、強い負次数相関構造がパーコレーション転移の臨界指数を平均場クラスの値と異なるものに変えることを明らかにした。（水高将吾氏（北陸先端科学技術大学院大学・当時）との共同研究）

(7) クラスター性のあるネットワークの巨大連結成分構造：クラスター性のあるネットワーク上のパーコレーション過程で構成される巨大連結成分のネットワーク構造を記述する解析手法を提案し、臨界点において巨大連結成分に負次数相関が現れることを明らかにした。（水高将吾氏（北陸先端科学技術大学院大学・当時）との共同研究）

(8) 補強されたネットワークの頑健性：ネットワークが攻撃に対して頑健になるように、辺を追加してネットワークを補強することを考える。いくつかの方針で補強されたネットワークを母関数を用いて記述し、最小次数頂点間に辺を追加する選択的補強がネットワークの頑健性を向上させるのに非常に効果的であることを示した。また、実ネットワークにおいても選択的補強が頑健性向上に有効であることをモンテカルロシミュレーションによって明らかにした。（研究室学生との共同研究）

(9) ランダムネットワーク上の多状態パーコレーション過程：ネットワーク上の多状態パーコレーション過程を提案し、一般的なランダムネットワーク上の多状態パーコレーション過程が形成する巨大連結成分を母関数で定式化した。（水高将吾氏（北陸先端科学技術大学院大学・当時）との共同研究）

(10) ネットワーク上の感染症モデルにおけるマスク着用者と非着用者の混合パターンの影響：マスク着用者・非着用者を区別したネットワーク上の SIR モデルを扱い、マスク着用・非着用者の混合パターンが感染症の拡大に及ぼす影響を明らかにした。（研究室学生との共同研究）

(11) 相関ネットワーク上の相乗効果付き感染症モデル：ネットワーク上に相乗効果付きの感染症モデル (synergistic SIS モデル) を配置し、ネットワークの次数相関構造が synergistic SIS モデルの相転移に及ぼす影響を調べた。採用したネットワーク (correlated bimodal network) に正の相関構造をいれると、2段階の不連続な相転移が起こることを数値的に示した。その原因は、強い相関を入れることで生じるネットワークのコミュニティ化にあると結論づけた。（研究室学生、水高将吾氏（北陸先端科学技術大学院大学・当時）との共同研究）

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Nishioka Shinji, Hasegawa Takehisa	4. 巻 91
2. 論文標題 Cascading Behavior of an Extended Watts Model on Networks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 124801
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.91.124801	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mizutaka Shogo, Mori Kizashi, Hasegawa Takehisa	4. 巻 106
2. 論文標題 Synergistic epidemic spreading in correlated networks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 34305
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevE.106.034305	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Watanabe Hiromu, Hasegawa Takehisa	4. 巻 603
2. 論文標題 Impact of assortative mixing by mask-wearing on the propagation of epidemics in networks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physica A: Statistical Mechanics and its Applications	6. 最初と最後の頁 127760 ~ 127760
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.physa.2022.127760	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mizutaka Shogo, Hasegawa Takehisa	4. 巻 91
2. 論文標題 Revisiting Finite Size Effect of Percolation in Degree Correlated Networks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 044002-1;5
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.91.044002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hasegawa Takehisa, Mizutaka Shogo	4. 巻 101
2. 論文標題 Structure of percolating clusters in random clustered networks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 062310, 1-12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.101.062310	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mizutaka Shogo, Hasegawa Takehisa	4. 巻 1
2. 論文標題 Emergence of long-range correlations in random networks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics: Complexity	6. 最初と最後の頁 035007, 1-10
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/2632-072X/abb4c5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Mizutaka Shogo, Hasegawa Takehisa	4. 巻 128
2. 論文標題 Percolation on a maximally disassortative network	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 EPL (Europhysics Letters)	6. 最初と最後の頁 46003 ~ 46003
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1209/0295-5075/128/46003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計23件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 綿谷和紀, 長谷川雄央
2. 発表標題 fractal scale-free treeとsmall-world scale-free tree上のパーコレーションについて
3. 学会等名 ネットワーク科学研究会2023
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 長谷川雄央, 能川知昭
2. 発表標題 ネットワークの双曲性とパーコレーションの相図の関係について
3. 学会等名 日本物理学会第78回年次大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 川澄知代, 長谷川雄央
2. 発表標題 選択的に補強されたランダムネットワークの攻撃に対する頑強性
3. 学会等名 ネットワーク科学研究会2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 長谷川雄央
2. 発表標題 ネットワークの双曲性とパーコレーション転移の関係について
3. 学会等名 ネットワーク科学研究会2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 相乗効果付感染症モデルにおける次数揺らぎの影響
3. 学会等名 日本物理学会2022年秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 渡邊大夢, 長谷川雄央
2. 発表標題 ランダムネットワークにおけるマスク着用の混合パターン付き感染症モデルの解析
3. 学会等名 2022年度MIMS現象数理学研究拠点共同研究集会「社会物理学とその周辺」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 ネットワーク上の多状態パーコレーション過程
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 川澄知代, 長谷川雄央
2. 発表標題 選択的に補強されたランダムネットワークの攻撃に対する頑強性
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 渡邊大夢, 長谷川雄央
2. 発表標題 Impact of assortative mixing by mask-wearing on epidemic spreadings in networks
3. 学会等名 ネットワーク科学研究会2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 渡邊大夢、長谷川雄央
2. 発表標題 ネットワーク上の感染症におけるマスク着用の混合パターンの効果
3. 学会等名 日本物理学会2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 水高将吾、長谷川雄央
2. 発表標題 ランダムグラフにおける長距離次数相関
3. 学会等名 日本物理学会2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 増山佑輔、長谷川雄央
2. 発表標題 結合写像で動くエージェントモデルの軌道の統計的性質
3. 学会等名 2021年度日本数理生物学会年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 渡邊大夢、長谷川雄央
2. 発表標題 ネットワーク上の感染症におけるマスク着用の混合パターンの効果
3. 学会等名 2021年度日本数理生物学会年会
4. 発表年 2021年



1. 発表者名 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 隣接次数相関ネットワーク上のパーコレーション問題再訪
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 ランダムグラフにおける長距離次数相関
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 森萌, 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 Double explosive spreadings of synergistic SIS model on correlated bimodal networks
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 増山佑輔, 長谷川雄央
2. 発表標題 長時間シミュレーションからみるcoupled chaos agentモデルの統計的性質
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 巨大連結成分の統計的性質: 次数相関
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 森萌, 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 correlated bimodal network上の相乗効果付SISモデルの振舞い
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takehisa Hasegawa and Tomoaki Nogawa
2. 発表標題 Inevitable Fragility of Hierarchical Networks against Random Node Failures
3. 学会等名 the 27th International Conference on Statistical Physics (StatPhys 27) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shogo Mizutaka and Takehisa Hasegawa
2. 発表標題 Long-range degree correlations of fractal clusters in random networks
3. 学会等名 COMPLEX NETWORKS 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 森萌, 水高将吾, 長谷川雄央
2. 発表標題 Correlated bimodal network上の相乗効果を持つ感染症モデルの振舞い
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 長谷川雄央, 能川知昭
2. 発表標題 Inevitable Fragility of Hierarchical Networks against Random Node Failures
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2019
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------