

令和 4 年 4 月 26 日現在

機関番号：32639

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2021

課題番号：19K03658

研究課題名（和文）測定の操作的性質に基づく量子古典混合系の数理構造の解明とその応用

研究課題名（英文）Clarification of the mathematical structure of quantum-classical hybrid systems based on operational properties of measurement and its applications

研究代表者

中平 健治（NAKAHIRA, Kenji）

玉川大学・量子情報科学研究所・教授

研究者番号：90804005

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,700,000円

研究成果の概要（和文）：操作的確率論に対して4個の操作的な要請を導入することで量子古典混合系を含む量子論の数理構造を再構築できることを示した。また、量子プロセスの最適な識別法を求めるための手法を開発した。具体的には、広いクラスの量子プロセス識別問題を凸計画問題として定式化する方法を開発し、最適識別が持つ必要十分条件や最適性能の上界・下界などを導出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

複素ヒルベルト空間などの抽象的な数学の概念を前提とせずに量子論の数理構造を特徴付けることは、量子論における長年の課題である。本研究では、操作的・確率的な言葉で述べられた要請のみを用いて、（量子古典混合系を含む）量子論の数理構造を導けることを示した。これにより、できるだけ直観的な概念のみを用いて量子論を特徴付けるための一つの方向性を示した点が、本研究成果の学術的意義や社会的意義である。また、量子プロセスの最適識別を求めるための手法を開発したことで、識別という基本的な操作における物理性能限界を解析することを可能にした。

研究成果の概要（英文）：We showed that the mathematical structure of quantum theory including quantum-classical hybrid systems can be reconstructed from the operational probabilistic theory and four operational postulates. We also developed a method for finding the optimal discrimination of quantum processes. Specifically, we developed a method to formulate a wide class of quantum process discrimination problems as convex programming problems, derived necessary and sufficient conditions for optimality, and obtained upper and lower bounds on the optimal performance.

研究分野：量子情報理論

キーワード：量子論 量子情報理論 操作的確率論 量子プロセス識別

1. 研究開始当初の背景

量子情報理論において古典情報は数多くの場面で登場する。一例を挙げると、量子状態に対して測定を行ったときに得られる情報は古典情報であるし、古典情報に基づいて量子状態の操作方法を制御することも多々ある。量子情報理論では量子系と古典系の両方を扱うことが多いため、量子論の特徴を最大限に活用するためには両系の合成系である量子古典混合系の情報理論的な性質を深く理解することが重要である。

2000年頃より、複素ヒルベルト空間や C^* 代数に基づく要請の代わりに量子情報的な視点に基づく直観的に理解しやすい要請を用いて量子論を再構築する研究が進められ、これらの研究を通して量子系の情報理論的な性質がより深く理解されるようになってきた。操作的確率論と呼ばれる古典論や量子論を包含した一般的な確率論が考え出され、本理論に対して少数個の操作的な要請を導入すれば量子論と古典論の数理構造をそれぞれ導出できることが明らかにされた。しかし、量子系と古典系を特殊な場合として含み量子と古典の両方の性質を併せ持つような量子論(以下、広義量子論)の数理構造については、少数個の直観的な要請のみから導出するには至っていない。このことは、広義量子論の情報理論的な性質についてより深く理解できる余地が十分にあることを示唆している。

2. 研究の目的

本研究では、量子情報的な幾つかの要請から広義量子論の数理構造を導出し、広義量子論の情報理論的な性質に関する理解を深めることを目的とする。この目的を達成するために、量子測定が持つ操作的な性質に着目し、本性質を導出できるような少数個の直観的な要請を明らかにしてこれらの要請から広義量子論の数理構造が一意に特定できることを示す。

また、応用として、量子情報理論における基本的な問題の一つである量子チャネルの最適識別問題において、量子チャネルが量子古典混合系を入力または出力とする場合の問題に取り組む。

3. 研究の方法

本研究では、下記の二つのテーマに取り組んだ。

(1) 広義量子論の数理構造の導出

広義量子論の数理構造を導出するために用いる要請の候補を抽出するとともに、この数理構造を導く際に不可欠と考えられる本質的な構造を探る。また、広義量子論の基本的な性質を調べて操作的確率論が持つ性質との違いを明確にするという作業を通して、広義量子論の数理構造を導出するためのアプローチを模索する。

(2) 量子プロセスの最適識別方法の解明

上記(1)で得られた知見を活用して、有限個の量子プロセスを識別する問題に取り組む。この問題は、量子チャネルを2回以上使って識別するような問題や内部メモリを持つようなプロセスを識別する問題も含まれる(ただし、チャネルの非因果的な識別は含まない)。このような問題では量子もつれ効果を積極的に用いる識別方法やアダプティブな識別も考慮する必要があり、限界識別性能を求めることが非常に困難であることが知られている。平均正解率を規準とする場合には問題を凸計画問題として定式化する方法が知られているが、平均正解率以外の最適化規準を用いた場合の定式化法は知られていなかった。また、平均正解率を規準とする場合であっても、最適識別が持つ性質についてあまり十分な知見は得られていなかった。本研究では、できるだけ広いクラスのプロセス識別問題を表せるような定式化法を見出して最適識別を解析的・数値的に求めるための手法を開発するとともに、最適識別が持つ性質について調べる。

4. 研究成果

主な成果を項目毎に述べる。

(1) 広義量子論の数理構造の導出 [1]

操作的確率論に対してある4個の操作的な要請を導入すると広義量子論の数理構造が導けることを示した。具体的には、広義量子論は「各系の状態空間(正規化されているとは限らない状態をすべて集めた空間)が対称錐であり、エフェクト空間がその双対錐である」と

いう性質（以下，対称錐の性質と呼ぶことにする）と局所等価性という二つの性質を満たすような操作的確率論であることを示した。また，ある 3 個の操作的な要請を満たす操作的確率論が，対称錐の性質を満たすことを示した。これにより，これらの 3 個の要請と局所等価性の計 4 個の要請を満たす操作的確率論が広義量子論になることが示された。

(2)量子プロセスの最適識別方法の解明

a)最適識別性能の上界および下界の算出 [2]

平均正解率を規準とする問題を凸計画問題として定式化する方法を活用して，最適値の上界をシンプルな計算により求める手法を提案した。本手法を用いればプロセスを使える回数を増やしたときの平均正解率の増加率の上界も示すことができ，これにより例えば平均正解率が 1 であるためにはプロセスを最低何回使う必要があるかがわかる。また，ベイズ更新の方法に基づき下界を求める手法を提案した。プロセス識別問題の特別な場合であるチャンネル識別問題においては，上界・下界を求めるための本研究とは異なるアプローチが本研究推進中である 2020 年に提案されたが，少なくとも幾つかのケースにおいては提案法のほうが大幅に良好な性能が得られることを理論解析および数値実験により明らかにした。提案法は平均正解率を規準とするような有限次元系の任意の量子プロセス識別問題に適用できることが特徴的である。

b)識別方法に制約を課した場合の最適識別方法の導出 [3]

平均正解率を規準とするプロセス識別問題において，任意の識別を許容する代わりにある定められた条件を満たすような識別（例えば補助系とのもつれ状態を用いないような識別）に限定して最適化を行う手法を開発した。識別に任意の制約を課したときの最大平均正解率を求める問題を定式化する方法を示し，その双対問題が元の問題と同じ最適値を持つことを明らかにした。双対問題は凸計画問題であるため，問題によっては元の問題よりもはるかに解きやすい。このような例を具体的に示した。また，制約を課したときの最適識別方法が制約を課さなかったときの問題の最適解でもあるための必要十分条件を導出した。

c)広いクラスの最適化規準に適用できる最適識別方法の導出 [4]

平均正解率以外の最適化規準として，ベイズ規準，ネイマン-ピアソン規準，unambiguous 規準などに基づく識別問題が必要になる場面も多い。これらの規準をすべて含むような広いクラスの最適化規準に適用できる定式化法を提案した。提案法は上記 b) で述べた識別方法に制約があるような問題も扱える。このような汎用的な問題を扱った場合にも，多くの場合に双対問題と元の問題が同じ最適値を持つことを示した。また，このことを利用して最適識別が持つ必要十分条件を導いた。さらに，ある種の対称性を持つような問題に対しては，同様の対称性を持つような最適識別が存在することを示した。いくつかの具体的な問題に対して最適識別の解析解を求めた。

引用文献

- [1] K. Nakahira, "Derivation of quantum theory with superselection rules", Phys. Rev. A 101, 022104 (2020).
- [2] K. Nakahira and K. Kato, "Simple upper and lower bounds on the ultimate success probability for discriminating arbitrary finite-dimensional quantum processes", Phys. Rev. Lett. 126, 200502 (2021).
- [3] K. Nakahira, "Quantum process discrimination with restricted strategies", Phys. Rev. A 104, 062609 (2021).
- [4] K. Nakahira and K. Kato, "Generalized quantum process discrimination problems", Phys. Rev. A 103, 062606 (2021).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Nakahira Kenji, Kato Kentaro	4. 巻 126
2. 論文標題 Simple upper and lower bounds on the ultimate success probability for discriminating arbitrary finite-dimensional quantum processes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review Letters	6. 最初と最後の頁 200502
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevLett.126.200502	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Nakahira and K. Kato	4. 巻 103
2. 論文標題 Generalized quantum process discrimination problems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 62606
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.103.062606	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Nakahira	4. 巻 104
2. 論文標題 Quantum process discrimination with restricted strategies	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 62609
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.104.062609	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Nakahira	4. 巻 11
2. 論文標題 Efficient implementation of quantum orthogonal wavelet transforms and their undecimated versions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Tamagawa University Quantum ICT Research Institute Bulletin	6. 最初と最後の頁 7
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kenji Nakahira	4. 巻 10
2. 論文標題 Diagrammatic representation of quantum testers for discriminating between quantum processes	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Tamagawa University Quantum ICT Research Institute Bulletin	6. 最初と最後の頁 23-28
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kenji Nakahira	4. 巻 101
2. 論文標題 Derivation of quantum theory with superselection rules	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 22104
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevA.101.022104	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kenji Nakahira	4. 巻 9
2. 論文標題 Discrimination of symmetric states in operational probabilistic theory	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Tamagawa University Quantum ICT Research Institute Bulletin	6. 最初と最後の頁 15-22
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計5件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 Keisuke Sato, Souichi Takahira, Kenji Nakahira, Tsuyoshi Sasaki Usuda
2. 発表標題 Relation of ' α -order Renyi ' subentropy and mutual information
3. 学会等名 19th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tiancheng Wang, Kenji Nakahira, Tsuyoshi Sasaki Usuda
2. 発表標題 Design criteria for a robust quantum receiver in the presence of phase noise
3. 学会等名 19th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐藤圭介, 高比良宗一, 中平健治, 白田毅
2. 発表標題 群共変的量子情報源のアクセシブルレニー情報量の上界
3. 学会等名 第42回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中平健治
2. 発表標題 操作的な原理を用いた量子古典混合システムを含む量子論の再構築
3. 学会等名 第42回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 王天澄, 中平健治, 白田毅
2. 発表標題 位相雑音耐性の高い量子受信機的设计規準について
3. 学会等名 第42回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------