

令和 6 年 6 月 10 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03818

研究課題名(和文) 行列模型による超弦理論の非摂動的定式化の研究

研究課題名(英文) Nonperturbative formulation of superstring theory based on matrix models

研究代表者

伊敷 吾郎 (Ishiki, Goro)

筑波大学・数理解析系・准教授

研究者番号：50710761

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：重力を含むすべての素粒子の相互作用を矛盾なく記述する理論の候補として超弦理論がある。この理論は現時点では不完全な(摂動的な)定式化しか完成しておらず、より完全な(非摂動的)定式化を構築する必要があった。本研究では超弦理論の非摂動的定式化を与えると予想されている行列模型と呼ばれる理論の研究を行った。特に、幾何学的な観点からの研究を行い、行列模型における非可換幾何学がどのように超弦理論の微分幾何学と関係しているのかを調べた。その結果、超弦理論に現れる様々な幾何構造が行列の自由度を用いて記述できることが示された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

宇宙創成時の物理現象まで記述できるような素粒子の究極理論を構成することは、素粒子理論分野の最も大きな目標の一つである。本研究で得られた結果はそのような理論の候補である超弦理論の定式化を完成させるための大きな足掛かりになると考えられる。

宇宙創成時からこれまで世界がどのように誕生し変化してきたのかを明らかにすることが科学の役割の一つであるが、このような問題の最も基本的な部分である「宇宙創成時のメカニズムの解明」に本研究の結果が関連すると期待される。

研究成果の概要(英文)：Superstring theory is a candidate for a theory that describes the interaction of all elementary particles, including gravity, in a consistent manner. At present, only an incomplete (perturbative) formulation of this theory has been completed, and a more complete (non-perturbative) formulation is needed to be constructed. We studied a theory called the matrix model, which is expected to give a non-perturbative formulation of superstring theory. In particular, we studied the geometrical aspects and investigated how the noncommutative geometry in the matrix model is related to the differential geometry of superstring theory. As a result, it is shown that various geometric structures appearing in superstring theory can be described using matrix degrees of freedom.

研究分野：素粒子理論

キーワード：超弦理論 行列模型

1. 研究開始当初の背景

現在の素粒子理論は「この世界の物質は全て、素粒子というそれ以上分割できない小さな構成要素から成り立っている」という仮説に基づいている。この仮説に基づいて構成された素粒子の「標準模型」は驚くほど精密に実験結果を再現し、大きな成功を収めているが、一方で大きな欠点がある。標準模型には我々の最も身近な相互作用の一つである「重力」が含まれていない。重力は宇宙の創成メカニズムを解明する上で最も重要な力であるが、標準模型ではそのメカニズムに迫ることが出来ないのである。宇宙創成の謎に迫るためには、この欠点を克服し、重力を含んだより完全な理論(量子重力理論)を構成することが求められている。

量子重力理論の候補として考案されたのが本研究のタイトルにもある「超弦理論」である。超弦理論は宇宙創成の謎に迫るための最も有望な理論として期待されているが、超弦理論の現在の定式化にはまだ不十分な点がある。それは、この定式化が「摂動的定式化」であるということである。摂動的定式化とは、相互作用が弱い状況では物理量を計算できるが、相互作用が強い状況には適用できないような定式化の事である。例えば誕生して間もない宇宙では密度が非常に高く、素粒子の間に非常に強い重力相互作用が働くと考えられるが、このような状況下では現在の超弦理論の定式化は機能しないのである。宇宙創成の謎を解くためには、超弦理論の「非摂動的定式化」を構成しなければならない。

2. 研究の目的

本研究のメインテーマである「行列模型」とは、この超弦理論の非摂動的定式化を実現すると予想されている模型のことである。行列模型はその名の通り、行列を自由度とした有限な模型であり、行列のサイズが大きくなる極限で、超弦理論を非摂動的に記述すると予想されている。これまでの先行研究により、この予想を支持する数多くの肯定的証拠が得られている。しかし、この予想の厳密な証明はまだ与えられておらず、そのロードマップすらも示されていないのが現状である。この予想を証明し、量子重力理論の非摂動的定式化を確立することが、本研究の目指す方向性であるが、本研究ではそれに向けて行列模型の解析を行うものである。特に、超弦理論の現在の定式化は微分幾何学に基づくものであるが、行列模型は非可換幾何と呼ばれる新しい幾何学を内包しており、この間の関係を明らかにすることが本研究の目的である。

3. 研究の方法

本研究では「幾何学の量子化」と呼ばれるものに注目し、上述の行列模型と超弦理論の幾何学の対応関係を調べた。「幾何学の量子化」とは、物理学分野で発見された量子力学と古典力学の関係の一般化したもので、主に数学分野で発展させられてきたものである。幾何学の量子化にはいくつかの種類があり、本研究ではその中でも Berezin-Toeplitz 量子化と呼ばれる方法に注目した。この量子化は微分幾何と有限サイズの行列を関係づけるものであり、超弦理論と行列模型の間の関係を調べるのに最も適切なものであると考えられたためである。本研究ではこの量子化法に基づき、超弦理論に現れる様々な自由度が、行列模型において実現されるかどうかを調べた。

また、それと並行して Monte-Carlo 法による数値計算や従来から知られている局所化の方法や行列模型の可積分性に立脚した解析も行い、同様の対応関係に別角度からアプローチした。

4. 研究成果

(1) 数学分野で知られていた Berezin-Toeplitz 量子化を研究し、超弦理論の様々な自由度に適用できるように一般化することに成功した。従来の量子化法は、超弦理論に現れるごく一部の場(スカラー場と呼ばれるもの)にしか適用できないものであったが、本研究で得た一般化により、より広いクラスの自由度(テンソル場や電荷をもった物質場等)にも適用できるようになった。この一般化により、それらの自由度がどのように行列模型の行列によって記述できるのかが初めて明らかになった。特に、微分幾何に基づいた物理の理論で一般に重要となる「ラプラシアン」と呼ばれる演算子の、行列模型における記述法を発見した。本研究により、超弦理論に現れる「物質場」と呼ばれるの自由度(電荷や磁荷などを持ち、互いに相互作用する粒子の自由度)を行列模型が記述できることが示された。超弦理論には大きく分けて物質場とゲージ場という二つの種類の場の自由度が存在するが、本研究ではこのうちの一つの記述法を解明したことになる。

(2) 弦理論にはブレーンと呼ばれる多次元に広がった物体が存在していることが知られていたが、本研究では非臨界弦理論と呼ばれる理論に対して、行列模型でどのように(FZZT)ブレーンが記述されるのかを調べた。その結果、行列模型からブレーンに付随する物理量を計算する

新しい手法が得られた。非臨界弦理論は、上述の超弦理論とは異なり、一種の toy model であると考えられるが、本研究で得られた結果は超弦理論における同様のブレーンの記述についても新しい知見を与えるものである。

(3) 弦理論における NS5 ブレーンと呼ばれる物体が、行列模型に含まれていることを Monte-Carlo 法を用いた数値計算により検証した。この研究では従来の数値計算法では計算コストの観点から計算ができないパラメータ領域を考える必要があったが、従来の数値計算法と局所化と呼ばれる別の方法を併用することでこの困難を回避し、これにより初めて計算に成功した。このブレーンは超弦理論において唯一その記述法が分かっていない物体であったが、本研究の結果により行列模型を用いてこのブレーンが記述できることが明らかになった。この結果は行列模型が確かに超弦理論の定式化を与えていることの非常に強い証拠を与えている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 5件/うちオープンアクセス 4件）

| | |
|---|----------------------|
| 1. 著者名 Adachi Hiroyuki, Ishiki Goro, Kanno Satoshi, Matsumoto Takaki | 4. 巻 2023, no. 1 |
| 2. 論文標題 Matrix regularization for tensor fields | 5. 発行年 2023年 |
| 3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics | 6. 最初と最後の頁 013B06 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptac171 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Adachi Hiroyuki, Ishiki Goro, Kanno Satoshi | 4. 巻 2023, no. 2 |
| 2. 論文標題 Vector bundles on fuzzy Kahler manifolds | 5. 発行年 2023年 |
| 3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics | 6. 最初と最後の頁 023B01 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptad006 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Asano Yuhma, Ishiki Goro, Matsumoto Takaki, Shimasaki Shinji, Watanabe Hiromasa | 4. 巻 2023, no. 4 |
| 2. 論文標題 On the existence of the NS5-brane limit of the plane wave matrix model | 5. 発行年 2023年 |
| 3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics | 6. 最初と最後の頁 043B01 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptad042 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Adachi Hiroyuki, Ishiki Goro, Kanno Satoshi, Matsumoto Takaki | 4. 巻 103 |
| 2. 論文標題 Laplacians on fuzzy Riemann surfaces | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Physical Review D | 6. 最初と最後の頁 126003 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.103.126003 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |

| | |
|--|--------------------|
| 1. 著者名 Adachi Hiroyuki、Ishiki Goro、Matsumoto Takaki、Saito Kaishu | 4. 巻 101 |
| 2. 論文標題 Matrix regularization for Riemann surfaces with magnetic fluxes | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Physical Review D | 6. 最初と最後の頁 1-23 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.101.106009 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |

| | |
|---|------------------------------|
| 1. 著者名 Matsumoto Takaki、Ishiki Goro | 4. 巻 CORFU2019 (2020) 193 |
| 2. 論文標題 Diffeomorphisms and approximate invariants on fuzzy sphere | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Proceedings of Science | 6. 最初と最後の頁 1-14 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22323/1.376.0193 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|--|----------------------|
| 1. 著者名 Ishiki Goro、Muraki Hisayoshi、Rim Chaiho | 4. 巻 2020 |
| 2. 論文標題 The null identities for boundary operators in the $(2, 2p + 1)$ minimal gravity | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics | 6. 最初と最後の頁 023B07 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptz170 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |

〔学会発表〕 計6件(うち招待講演 0件/うち国際学会 0件)

| |
|---------------------------------|
| 1. 発表者名 足立宏幸、伊敷吾郎、菅野聡 |
| 2. 発表標題 ケーラー多様体上のベクトル束の行列正則化 |
| 3. 学会等名 日本物理学会2022年秋季大会 |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|------------------------------------|
| 1. 発表者名 足立宏幸, 伊敷吾郎, 菅野聡 |
| 2. 発表標題 1/N補正を含めたゲージ理論の行列正則化の計算 |
| 3. 学会等名 日本物理学会2023年春季大会 |
| 4. 発表年 2023年 |

| |
|--------------------------------------|
| 1. 発表者名 浅野侑磨, 伊敷吾郎, 松本高興, 渡辺展正 |
| 2. 発表標題 BMN行列模型におけるNS5ブレーン極限の数値解析 |
| 3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会 |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 足立宏幸, 伊敷吾郎, 菅野聡 |
| 2. 発表標題 曲がったFuzzy空間におけるSeiberg-Witten写像 |
| 3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会 |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|-------------------------------------|
| 1. 発表者名 足立宏幸, 伊敷吾郎, 松本高興 |
| 2. 発表標題 ベクトルスピノル場を用いたテンソル場の行列正則化 |
| 3. 学会等名 日本物理学会2020年度秋季大会 |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|----------------------------------|
| 1. 発表者名 足立宏幸, 伊敷吾郎, 菅野聡, 松本高興 |
| 2. 発表標題 ファジー空間上のラプラス演算子 |
| 3. 学会等名 日本物理学会大76回年次大会 |
| 4. 発表年 2021年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

| |
|--|
| 素粒子理論 伊敷研究室 https://www-het.ph.tsukuba.ac.jp/~ishiki/index.html |
|--|

| 6. 研究組織 | | |
|---------------------------|-----------------------|----|
| 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
| | | |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 | | |
|---------|---------------------------------------|--|--|
| アイルランド | Dublin Institute for Advanced Studies | | |
| 韓国 | Sogang大学 | | |