様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　４ 年　５ 月 ２５ 日現在

機関番号：３２６６５
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2019～2021
課題番号：１９Ｋ０４２７９

研究課題名（和文）数値最適化とゲーム理論に基づく非線形制御系の机上検証手法開発とその応用

研究課題名（英文）Development and application of desktop validation method for nonlinear control systems based on numerical optimization and game theory

研究代表者
堀内　伸一郎（HORIUCHI, Shinichiro）

日本大学・理工学部・特任教授

研究者番号：３０１８１５２２

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,300,000円

研究成果の概要（和文）：非線形制御系の性能を保証できるシステムパラメタ変動と外乱の範囲を解析的に決定できる机上検証手法の開発を目指して研究を実施した．本手法では微分ゲーム理論に基づき，制御器の制御入力をプレイヤ1，システムパラメタ変動と外乱をプレイヤ2と見なし，プレイヤ1はシステムを安定化，プレイヤ2はシステムを不安定化させようとする非協力ゲーム問題として検証問題を定式化した．この問題をmultiple shooting法と呼ばれる数値最適化手法を用いて解き，２人のプレイヤの最悪・最適方策を求めた．この手法を車両の操舵および4輪トルク制御系に適用し，制御性能を保証できる範囲を特定できることを確認した．

研究成果の学術的意義や社会的意義
近年の複雑化した人工物を目的通りに作動させるためには，高度な制御システムが不可欠である．このような制御システムの性能を維持できる制御コマンド，パラメタ変動，外乱などの条件を定量化することは実システムの安全性確保の面から重要である．本研究の成果は特に人命や環境に重大な影響を及ぼすsafety critical systemの安全性向上に寄与するものである．
また学術的には，本研究は非線形微分ゲーム問題の解法に１つの方向を与えるものであると同時に，実際の制御系開発においてはコントローラ設計と同等以上に重要な制御系の性能保証問題に1つのアプローチを提案するものである．

研究成果の概要（英文）：A desk-top verification method that can analytically determine the range of system parameter variations and disturbances that can guarantee the performance of nonlinear control systems is developed in this study. Based on differential game theory, the verification problem is formulated as a non-cooperative game in which player 1 tries to stabilize the system and player 2 tries to destabilize it. Assuming that the control input of the controller is considered as the player 1 and the system parameter variation and disturbance as the player 2, the game problem is solved using a numerical optimization algorithm called a multiple-shooting method to find the worst and optimal strategy for the two players. The method is applied to a vehicle steering and four-wheel torque control system, and it is confirmed that the method can identify the range where the control performance can be guaranteed.

研究分野：車両運動制御

キーワード：制御系検証　微分ゲーム

様　式　C−１９、F−１９−１、Z−１９（共通）

１．研究開始当初の背景

(1) 制御システムの性能保証問題

近年の複雑化した人工物を目的通りに作動させるためには，高度な制御システムが不可欠である．このような制御システムが当初の性能を維持できるような制御コマンド・プラントのパラメタ変動・外乱などの条件を定量化すること，すなわち制御システムの性能保証・性能検証問題は実システムにおける安全性確保という点から非常に重要である．通常，制御システムの検証は制御系開発において後半に位置付けられ，机上検証と実機検証に分けられる．

従来の机上検証方法では，想定される運用条件をグリッドマトリクスとして設定し，その条件において線形近似した制御対象のモデルと制御器のモデルを用いた Software-In-the-Loop Simulation によって行われてきた．この方法は手間がかかる上，ある特定の変動や外乱に対する「特殊解」が得られるのみで，シミュレーション条件から外れた場合の性能は保証されない．そこで各種の条件を確率的に変動させるモンテカルロシミュレーションが行われることがあるが，検証を確実にするためには膨大な計算コストがかかるという問題があった．

このような問題点の認識から航空機制御の分野では clearance of flight control law と称する飛行制御系の解析的検証方法が検討され, 組み込みソフトウエアの分野では formal verification という新たな検証手法が検討されている．また，制御理論家からも制御系の検証問題は関心を集めつつあり，海外では verification in control systems と題したワークショップが開催されているが，日本ではこの種の研究はほとんど見られない．

(2) 研究代表者の開発手法

研究代表者は制御システムの解析的検証問題に早くから関心を持ち，2007 年から 5 回に亘って科学研究費補助金を得て，分岐解析に基づく方法（図 1），最悪入力に基づく方法（図 2），可制御領域に基づく方法（図 3）など，いくつかの解析的検証手法を開発し，車両運動制御系への適用からその有効性を確認してきた．

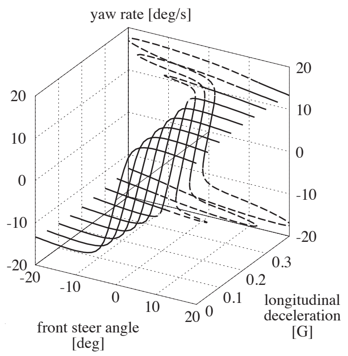

図１　分岐解析による検証

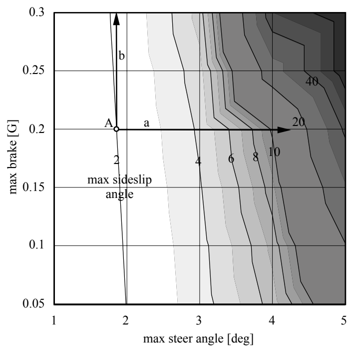

図２　最悪入力による検証

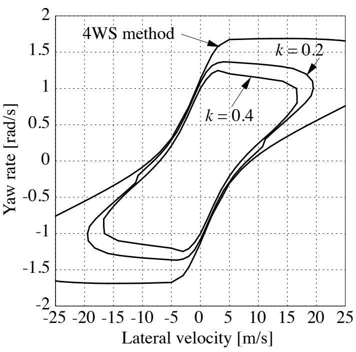

図３　可制御領域による検証

２．研究の目的

以上のような背景の下，本研究の目的は以下の 3 点である．

(1) 非線形制御システムにも適用可能な新しい解析的検証手法の開発

微分ゲーム理論に基づく新しい制御系の解析的検証手法を開発する．この方法は，制御コントローラを制御システムの安定化を目指すプレイヤ 1，パラメタ変動・外乱を制御システムの不安定化を目的とするプレイヤ 2 と見なし，非協力微分ゲーム問題として定式化し，最悪状態における最適制御問題を数値的解法を用いて解くものである．最適制御問題は直接法に属する multiple shooting 法を用いて解くので，システムの線形・非線形に関わらず適用できることが特徴である．

(2) 開発手法の実際的な制御システム検証への適用

開発した検証手法を実際的な制御システムに適用し，その有効性を確認する．ここでは人命に直接関わる制御システムの一例として，車両運動制御系への適用を試みる．車両運動制御系としては前輪舵角のみを制御する FWS(Front Wheel Steering)，前輪舵角と後輪舵角を制御する AWS（All Wheel Steering)，各輪の駆動・制動トルクを制御し，左右輪前後力の差によってヨーモーメントを発生させる DYC(Direct Yaw moment Control) などがあるが，これらの制御方式の性能を評価する．

(3) 車両運動制御系の制御則の有効性検証

上記（2）の評価では，与えられた入力チャンネルを用いて制御系の性能を維持できる最大のパラメタ変動・外乱の範囲 Φ を求めることが目的である．これとは別に，与えられた入力チャンネルに対して設計されたフィードバックコントローラの制御則で性能維持可能なパラメタ変

動・外乱の範囲 Φ' を求めることもできる．これを制御則の性能と呼ぶことにする．この違いを図 4 に示す．本研究の第 3 の目的は制御方式の性能と制御則の性能を区別して評価することである．

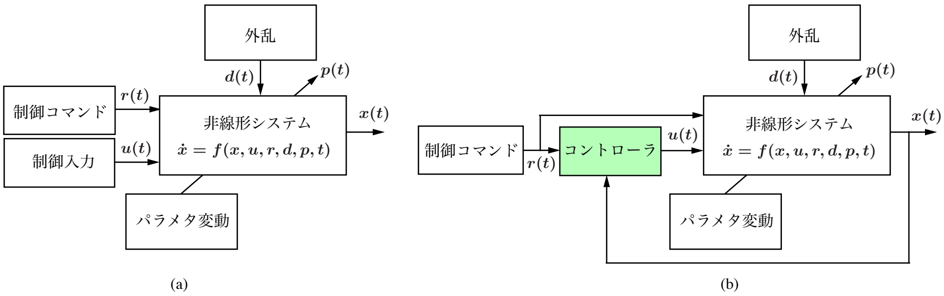

図 4　制御方式の検証 (a) と制御則の検証 (b)

いかなる高性能な制御則でも Φ を超えることはないため，Φ' がどこまで Φ に近づけるかによって制御則の性能を検証できる．車両運動制御系の場合，入力チャンネルとは前輪舵角，後輪舵角，各輪の駆動・制動トルクなどであり，これらの組み合わせによって Φ の大きさは変化する．したがって，各入力の組み合わせに対する $\Phi_i, (i = 1, 2, 3, \cdots)$ を比較することにより，どのような入力を用いて制御するのが最も効果的であるのかを，制御則の優劣とは区別して評価することができる．

3．研究の方法

(1) 制御システム検証問題の微分ゲーム理論に基づく定式化

非線形ゲームを考える前に，基本的な線形 2 次形式 (LQ) ゲームを考える．プレイヤ 1 の戦略（制御入力）を $\boldsymbol{u}_1$，プレイヤ 2 の戦略（プラントのパラメタ変動・外乱）をまとめて $\boldsymbol{u}_2$ とする．制御対象の運動 $\boldsymbol{x}(t)$ は線形の状態方程式で表されると仮定する．プレイヤ 1 は $\boldsymbol{u}_1$ を用いてある評価関数 J_1 を最小化しようとし，プレイヤ 2 は $\boldsymbol{u}_2$ を用いて評価関数 J_2 を最大化しようとする．評価関数は 2 次形式の積分形で

$$J_i = \int_0^\infty \left\{ \boldsymbol{x}^T(t)\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{u}_i^T(t)\boldsymbol{R}_{ii}\boldsymbol{u}_i(t) + \boldsymbol{u}_j^T(t)\boldsymbol{R}_{ij}\boldsymbol{u}_j(t) \right\} dt,\ i = 1, 2,\ j \neq i \tag{1}$$

のように表されるものとする．この問題の最適解 $\boldsymbol{u}_1^*$，$\boldsymbol{u}_2^*$ は次のような性質を満たす必要がある．

$$J_1(\boldsymbol{u}_1^*, \boldsymbol{u}_2^*) \leq J_1(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2^*) \text{ and } J_2(\boldsymbol{u}_1^*, \boldsymbol{u}_2^*) \leq J(\boldsymbol{u}_1^*, \boldsymbol{u}_2) \tag{2}$$

このような解はシステムが線形で，評価関数が式 (1) のような 2 次形式の積分形で表されるときは，連立リッカチ行列方程式の正定解 $\boldsymbol{K}_1$，$\boldsymbol{K}_2$ を用いて解析的に表されることがわかっている．

(2) LQ ゲームの解の存在

LQ ゲームは問題は式 (1) の行列 $\boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{R}_{ii}$，$\boldsymbol{R}_{ij}$ などの取り方によっては解（式 (2) の条件を満足する Nash 解）が存在しないことがある．そこで，線形車両モデルを用いた LQ ゲーム問題で解の存在を確認する．プレイヤ 1 を前輪舵角，プレイヤ 2 を外乱ヨーモーメントとし，理想的な規範ヨーレイトからの 2 乗誤差を評価関数とした．プレイヤ 1，2 がそれぞれ評価関数を最小化，最大化しようとする非協力ゲーム問題として定式化した．

(3) 数値最適化に基づく微分ゲーム解の精度確認

数値最適化に基づく微分ゲーム問題の解法の妥当性を確認するため，解析解が得られている簡単な問題に数値最適化手法を適用する．最適制御問題の数値解法のうち，直接法に分類される multiple shooting 法と呼ばれる数値最適化手法を用いて数値解を求め，解析解と比較することによりその精度を確認する．本研究では multiple shooting 法の計算に非線形最適制御問題を解くためのオープンソースソフトウェア CasADi を用いた．CasADi は非線形最適化問題を解くために必要な評価関数の勾配や Hessian を，数式処理システムと組み合わせることにより自動微分によってマシンイプシロン精度で求めることができる．

(4) 非線形車両モデルに対する微分ゲーム問題

非線形車両モデルに対して multiple shooting 法を適用して微分ゲーム問題の数値解を求め，その妥当性を確認する．制御対象の運動が非線形微分方程式で表されるとき，式 (1) のような 2 次形式評価関数を用いたとしても，一般に解析解は得られず数値解法を用いることが必要である．ここでは (2) で用いた線形車両モデルのタイヤ特性のみを非線形とし，(2) と同じ評価関数を用いて数値解を求め，その解の妥当性について検討する．

(5) より実際的な制御系検証への適用

より実際的な高自由度車両モデルに対する FWS，AWS，FWS+DYC，AWS+DYC など 4 種類の制御方式に対する微分ゲーム問題に対し，数値最適化手法を適用して解を求める．通常

の LQ ゲーム問題では，各プレイヤの制御入力の大きさを式 (1) の評価関数における入力に対する重み $\boldsymbol{R}_{ii}$，$\boldsymbol{R}_{ij}$ によって間接的に拘束することしかできないので，これらを試行錯誤的に変更して入力の大きさを調節することが必要であった．これに対し，multiple shooting 法のような数値最適化手法では制御入力に $\boldsymbol{u}_{\min} \le \boldsymbol{u}(t) \le \boldsymbol{u}_{\max}$ のように直接的に不等式拘束をかけることができるので，重みのチューニングが不要となる．

4．研究成果

(1) 車両モデル

LQ ゲーム問題の計算に使用した線形車両モデルと実際的な制御系検証に用いた非線形車両モデルを図 5 に示す．また，表 1 は線形車両モデルのパラメタを示している．線形車両モデルは前輪舵角 δ をプレイヤ 1，左右輪の前後力差によるヨーモーメント M をプレイヤ 2 とみなした 2 自由度モデルである．非線形車両モデルは前後，左右，ヨー，ロール，4 輪の回転を考慮し，前後・横加速度に伴う各タイヤの鉛直荷重変化，タイヤ力の発生遅れを考慮した高自由度モデルであり，タイヤ特性には前後力と横力の干渉，タイヤ力の荷重依存性などを考慮している．

表 1　車両パラメタ

m	1460 kg
I	2300 kg·m^2
K_f	48000 N/rad
K_r	56000 N/rad
l_f	1.1 m
l_r	1.45 m
V	22.2 m/s

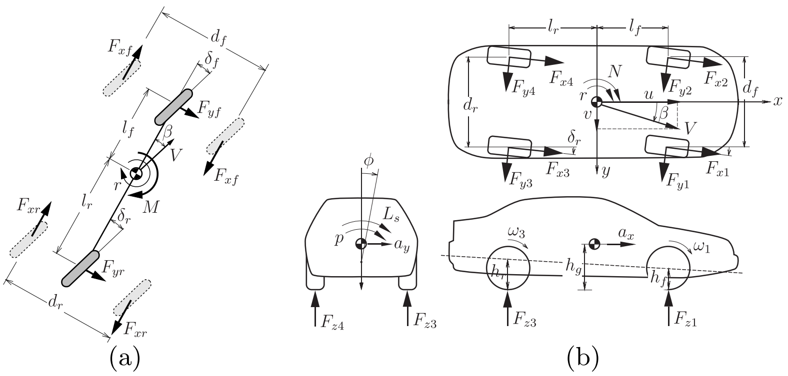

図 5　線形車両モデル (a) と非線形車両モデル (b)

(2) LQ ゲームの解の存在

図 6 は式 (1) において $\boldsymbol{R}_{ij} = \boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{R}_{11}$ 一定として，線形車両モデルを用いた微分ゲームの評価関数 J の変化を，外乱ヨーモーメントに対する重み $\boldsymbol{R}_{22}$ の変化に対して示している．システムが線形であるため，$\boldsymbol{R}_{22}$ に対して J が線形的に変化するという単純な関係になっている．$\boldsymbol{R}_{22}$ を大きくしていくと外乱が小さくなることにより，前輪舵角によって理想的な規範ヨーレイトからの 2 乗誤差 J が小さくなることがわかる．$\boldsymbol{R}_{22}$ は一定間隔で変化させたが，その値によっては連立リッカチ行列方程式の解 $\boldsymbol{K}_1$，$\boldsymbol{K}_2$ が正定とならず，式 (2) を満足する Nash 解が得られない場合がある．すなわち，LQ 微分ゲームの解が重みによっては不連続となることがわかる．

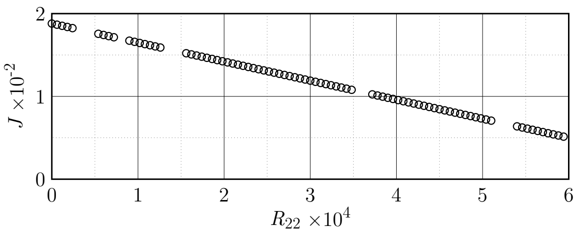

図 6　重みの変化に対する評価関数

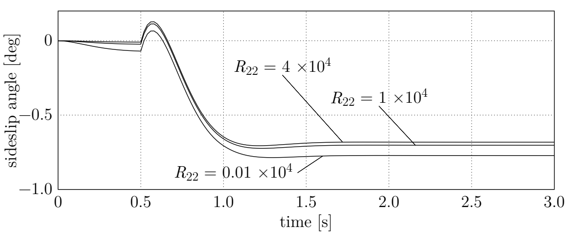

図 7　線形車両モデルの横すべり角応答

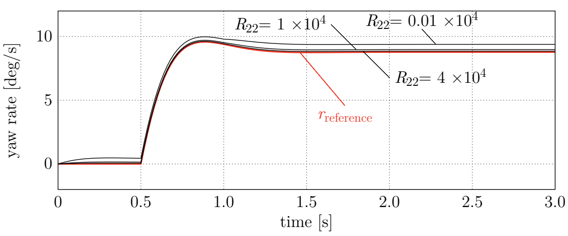

図 8　線形車両モデルのヨーレイト応答

このときの車両横すべり角とヨーレイトの応答を図 7，8 に示す．$\boldsymbol{R}_{22}$ が大きい場合は外乱モーメントが弱くなるので，目標とする規範ヨーレイトへの追従が良くなっていることがわかる．システムが線形であるから，$\boldsymbol{R}_{22}$ を小さくして外乱モーメントが大きくなっても車両が不安定になることはなく，単に目標値への追従性能が悪化するだけである．

(3) 数値最適化に基づく微分ゲーム解の精度確認

以上では連立リッカチ行列方程式を解析的に解いた解を検討したが，次に微分ゲーム問題を数値的に解く方法について検討した．ここでは，解析解がわかっている問題を multiple shooting 法で解き，その精度を確認した．図 9 は簡単なスカラ系

$$\dot{x}(t) = 2x(t) + u_1(t) + u_2(t), \quad x(0) = 1, \quad 0 \le t \le T = 3 \tag{3}$$

において，評価関数を

$$J_1 = \int_0^T \left\{ x^2(t) + {u_1}^2 \right\} dt, \quad J_2 = \int_0^T \left\{ 4x^2(t) + {u_2}^2 \right\} dt + 5x^2(T) \tag{4}$$

とした結果の一例である．解析解と数値解の誤差は 10^{-4} オーダであり，multiple shooting 法を応用することにより，微分ゲーム問題を十分な精度で計算できることが確認された．

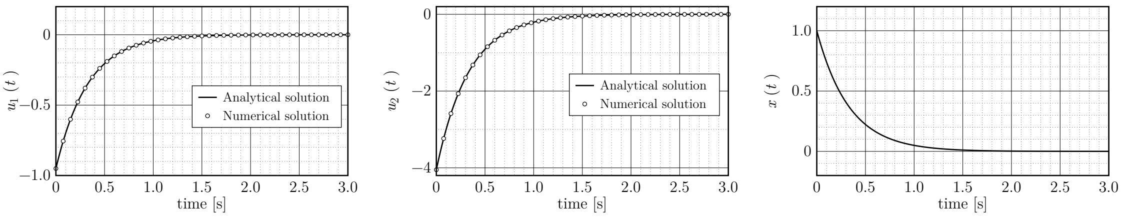

図 9　解析解と数値解の比較

(4) 非線形車両モデルに対する微分ゲーム問題

(2) で検討した線形車両モデルのタイヤのみを MagicFormula タイヤモデルによって非線形とした非線形車両モデルに対し，(3) で計算精度を確認した微分ゲーム問題の数値解法を適用して数値解を得た．その一例を図 10，11 に示す．数値解法では入力の大きさに対して直接的に不等式拘束をかけることができるので，外乱モーメントの最大値 $M_{\max}$ を変化させて計算を行った．$M_{\max} = 500$ Nm では規範ヨーレイトからの偏差が生じるものの安定性を保つことができるが，$M_{\max} = 1000$ Nm では応答が発散していることがわかる．この外乱モーメントは最悪入力であることから，この結果は $M_{\max} = 500$ Nm 以下のいかなる外乱モーメントに対しても，最適操舵入力によって制御系の性能が保証できることを意味している．

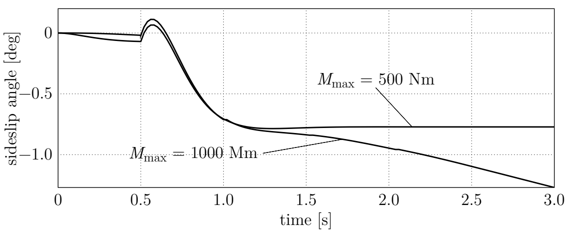

図 10　非線形車両モデルの横すべり角応答

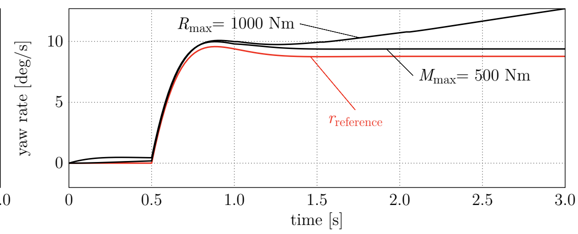

図 11　非線形車両モデルのヨーレイト応答

(5) 高自由度車両モデルを用いた制御方式の検討

図 5 (b) の高自由度車両モデルを用い，制御方式の有効性を検討した．基本的な FWS と FWS に DYC を組み合わせた統合制御の効果を微分ゲーム問題として検証した．結果の一例を図 12，13 に示す．AFS のみでは安定化できない条件でも，AFS と DYC を組み合わせた統合制御を用いることによって制御系の安定性を維持するともに，目標ヨーレイトへの良好な追従を実現できていることがわかる．

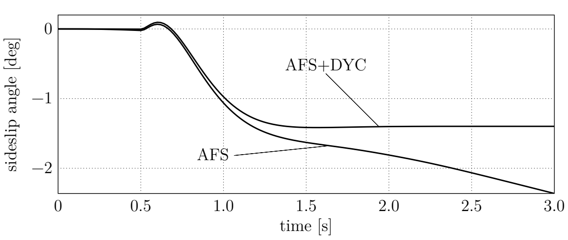

図 12　高自由度車両モデルの横すべり角応答

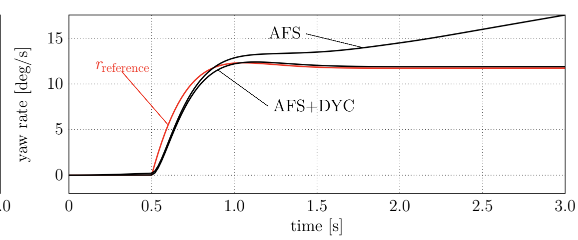

図 13　高自由度車両モデルのヨーレイト応答

(6) 結論

以上の結果は次のようにまとめられる．

① 制御系の検証問題を微分ゲーム問題として定式化し，最適制御の数値解法である multiple shooting 法を用いて解く手法を開発した．この方法はシステムの線形・非線形に関わらず適用可能である．

② 非線形車両モデルを用いた計算から，制御系の性能を保証できる外乱の大きさを定量的に示すことができた．この範囲のいかなる外乱に対しても，制御系の性能を理論的に保証できる．

③ 本手法によって，非線形制御系の制御方式による制御性能の違いを定量的に比較できることを示した．

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計0件

〔学会発表〕　計2件（うち招待講演　0件／うち国際学会　1件）

１．発表者名 R. Yajima, M. Aki, and S. Horiuchi
２．発表標題 Influence of delay time on driving assistance system during tire burst
３．学会等名 15th International Conference on Motion and Vibration Control（国際学会）
４．発表年 2020年

１．発表者名 沢田直哉，堀内伸一郎，安藝雅彦
２．発表標題 電気自動車の消費電力低減のための操舵・駆動入力および コーナリングスティフネスの同時最適化
３．学会等名 日本機械学会第28回 交通・物流部門大会
４．発表年 2019年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計0件

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関