

令和 4 年 5 月 8 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2021

課題番号：19K12153

研究課題名(和文) 統計的推定理論による非平衡熱力学の深化

研究課題名(英文) Unveiling non-equilibrium thermodynamics via statistical estimation theory

研究代表者

長谷川 禎彦 (Hasegawa, Yoshihiko)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号：20512354

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：近年、確率熱力学において熱力学不確定性関係と呼ばれる普遍的な不等式が成立することが発見された。この不等式は「cost」と「quality」に対する不等式であり、高いqualityには高いcostが必要であることを示している。このようなトレードオフ関係式は統計的推定理論においても、Cramer-Rao不等式をはじめとして数多く存在する。本研究では、非平衡熱力学と統計的推定における不等式間の類似性に着目し、非平衡系における関係式を統計的推定の観点から解明した。古典・量子推定理論を用いることで、古典・量子系において新しい熱力学不確定性関係が成立することを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究結果によって、任意の開放量子系における熱力学不確定性関係が初めて導出された。熱力学不確定性関係は与えられた熱力学コストで、最も高い精度を与える量子熱機関を理論的に導出することができるため、最も効率的な量子デバイスの設計原理が明らかとなる。また、量子熱力学不確定性関係が明らかになることで、観測データのみからその量子熱機関がどれだけのエネルギーを消費しているかを推定することができるようになる。

研究成果の概要(英文)：Recently, it was discovered that a universal inequality called the thermodynamic uncertainty relation holds in stochastic thermodynamics. This inequality is an inequality between "cost" and "quality," indicating that high cost is necessary for high quality. There are many such trade-off relations in statistical estimation theory, including the Cramer-Rao inequality. In this study, we focus on the similarity between the inequalities in nonequilibrium thermodynamics and statistical estimation, and clarify the equations in nonequilibrium systems from the viewpoint of statistical estimation. By using classical and quantum estimation theory, we derived new thermodynamic uncertainty relations in classical and quantum systems.

研究分野：非平衡熱力学

キーワード：推定理論

1. 研究開始当初の背景

近年、観測技術の発展により、熱力学は細胞などの微小かつ非平衡系に対して適用されつつある。このような系では関わる分子数が非常に少なく、仕事や熱などの熱力学量は確率変数となり確定値をとらない。微小系・非平衡系における熱力学は確率熱力学(stochastic thermodynamics)と呼ばれ、近年盛んに研究されている。確率熱力学の発展により、第二法則より強い「ゆらぎの定理 (fluctuation theorem)」や、相互情報量を含む「一般化第二法則」によって、情報によってエネルギーを取り出せる Maxwell の悪魔や、第二法則の破れを予言する Loschmidt のパラドックスといった従来の熱力学では上手く説明されなかった現象の理解が大幅に進んでいる。

確率熱力学によって発見された関係式の中でも特に重要なものに、2016年に証明された熱力学不確定性関係 (thermodynamic uncertainty relation) が挙げられる。熱力学不確定性関係は、「cost」と「quality」に関する式であり、高い quality のためには高い cost が必要であることを表している。熱力学的には「cost」はエントロピー生成 (エネルギー) に、「quality」はカレントの変動係数 (=分散/平均<sup>2</sup>) に相当するが、より正確には、[カレントの変動係数]の二乗 / [エントロピー生成] という関係式で与えられる。熱力学不確定性関係は任意の系の任意のカレントに対して成立するため、たんぱく質モーターなど、多くの生命現象に対して適用可能である。

前述のように、熱力学不確定性関係は cost と quality の間の不等式であり、高い quality のためには高い cost が必要であることを表しているが、このようなトレードオフ関係式は様々な分野で存在する。例えば、パラメータ推定においては、多くのデータが与えられた場合推定精度は高くなる。この関係を理論的に記述する式が情報不等式である。情報不等式の一つである Cramér-Rao 不等式は、不偏推定量の分散は Fisher 情報量の逆数を下限に持つことを示している。つまり、どのように効率的な推定量を考えても、Cramér-Rao 不等式で与えられる限界を超えることはできない。Cramér-Rao 不等式は、量子力学の不確定性原理を導出できることが知られており、普遍的な関係式であるため、熱力学でも重要な役割を担っていると考えられる。そこで、本研究では、熱力学不確定性関係と、情報不等式の類似性に注目し、確率熱力学に対して統計的推定理論を導入し、新しい視点から非平衡系を解明することを目標としている。

|      | 熱力学  | 確率熱力学   |
|------|--|---|
| 対象   | マクロ  | ミクロからマクロ  |
| 状態   | 平衡状態間の遷移                                   | 非平衡状態を含む状態変化  |
| 熱力学量 | 決定的  | 確率変数  |
| 第二法則 | $\Delta S \geq 0$<br>( $\Delta S$ はエントロピー) | $\Delta s \neq 0, \langle \Delta s \rangle \geq 0$<br>( $\Delta s$ はエントロピー) |

表1:熱力学と確率熱力学の比較

|         | Cramér-Rao不等式                                       | 熱力学不確定性関係   |
|---------|---|---|
| 不等式     | $\text{Var}[\hat{\theta}] \geq \frac{1}{I(\theta)}$ | $\frac{\text{Var}[J]}{J^2} \geq \frac{2}{\Delta S}$ |
| 対象      | 推定量 $\hat{\theta}$                                  | カレント $J$  |
| Quality | 推定量の分散 $\text{Var}[\hat{\theta}]$                   | カレントの変動係数 $\text{CV}[J]$                            |
| Cost    | フィッシャー情報量 $I(\theta)$                               | エントロピー生成 $\Delta S$<br>(エネルギー)                      |

表2:Cramér-Rao不等式と熱力学不確定性関係

2. 研究の目的

本研究課題の大まかな目的を以下に示す。

1. 情報不等式による熱力学不確定性関係の解明
  2. 情報不等式による、新たな熱力学関係式の導出
- 1については、Cramér-Rao 不等式と熱力学不確定性関係について詳細に解析する。さらに、Fisher 情報量は情報幾何学的に重要な意味を持つが、これに対応するエントロピー生成の幾何的な役割を詳細に調べる。1では主に Cramér-Rao 不等式と熱力学不確定性関係について扱うが、2では他の情報不等式が担う役割を解明し、新しい熱力学関係式の導出を目的としている。

3. 研究の方法

本研究課題では、以下の研究方法を以下に示す。

1. 情報不等式によって、熱力学不確定性関係を新たな視点で解明する。特に、Cramér-Rao 不等式との関連では、Fisher 情報量とエントロピー生成が関係しているため、エントロピー生成の情報学的な役割を明らかにする。
2. 1では熱力学不確定性関係と Fisher 情報量の関係について述べたが、量子 Fisher 情報量に着目し、量子系における熱力学不確定性関係を導出する。このために、量子推定理論を用い、量子系における不等式を導出する。
3. 統計的推定理論においては、推定量に対する不等式は数多くあるため、それらを適用することで新たな熱力学関係式の導出する。
4. 熱力学関係式を用いた、エントロピー生成の推定手法を開発する。

#### 4. 研究成果

(1) 2019年度では、情報不等式によって、熱力学不確定性関係を新たな視点で解明する予定であった。2019年度では、Cramer-Rao不等式との関連では、Fisher情報量とエントロピー生成の関係を明らかにし、エントロピー生成の情報学的な役割を明らかにした。この成果はPhysical Review E誌に採択された。また、この方法を応用することで、Underdamped系と呼ばれる場合、情報のやり取りがある場合、入力がある場合の熱力学不確定性関係を導出し、これらをPhysical Review E, Physical Review Researchに発表した。また、熱力学不確定性関係とゆらぎの定理の関係を世界で始めて明らかとし、熱力学不確定性関係をゆらぎの定理から導出することに成功した。この成果はPhysical Review Letters誌で発表している。また、この方法を使うことで遅延のある系での関係式を導出し、Physical Review E誌で発表した。さらに、熱力学不確定性関係に基づくエントロピー生成推定方法を提案し、この方法をPhysical Review Eに発表した。2019年度は、トポロジカルデータ解析においてもいくつかの研究成果を発表している。ネットワーク構造分類をトポロジーで行う方法を提案し、この成果をPhysical Review Eで発表した。この他にも、Fokker-Planck方程式の新しい数値解法を提案し、Physica Aにて発表した。

(2)2020年度は、特に量子系における熱力学不確定性関係に着目した。連続観測に対する任意の観測量に対して熱力学不確定性関係が成立することを明らかにした。アプローチとしては量子推定理論を量子マルコフ連鎖に適用することで示した。また、この方法をさらに発展させ、任意の量子開放系においても熱力学不確定性関係が成立することを示した。これらの成果を査読付き論文誌(Physical Review Letters)に2報発表した。

(3) 2021年度では、量子系における不可逆性と精度の関係に着目した。ロシュミットエコーと呼ばれる不可逆性を表す統計量によって、量子熱機関の精度がバウンドされることを示した。また、量子エントロピー生成に対するバウンドを導出した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 19件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 3件）

|   |                      |
|---|----------------------|
| 1. 著者名<br>Van Vu Tan, Hasegawa Yoshihiko  | 4. 巻<br>3            |
| 2. 論文標題<br>Toward relaxation asymmetry: Heating is faster than cooling                  | 5. 発行年<br>2021年      |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Research  | 6. 最初と最後の頁<br>43160  |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevResearch.3.043160                            | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)  | 国際共著<br>-            |
| 1. 著者名<br>Hasegawa Yoshihiko  | 4. 巻<br>127          |
| 2. 論文標題<br>Irreversibility, Loschmidt Echo, and Thermodynamic Uncertainty Relation      | 5. 発行年<br>2021年      |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Letters   | 6. 最初と最後の頁<br>240602 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevLett.127.240602                              | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-            |
| 1. 著者名<br>Van Vu Tan, Hasegawa Yoshihiko  | 4. 巻<br>127          |
| 2. 論文標題<br>Lower Bound on Irreversibility in Thermal Relaxation of Open Quantum Systems | 5. 発行年<br>2021年      |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Letters   | 6. 最初と最後の頁<br>190601 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevLett.127.190601                              | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-            |
| 1. 著者名<br>Tran Quoc Hoan, Chen Mark, Hasegawa Yoshihiko                                 | 4. 巻<br>103          |
| 2. 論文標題<br>Topological persistence machine of phase transitions                         | 5. 発行年<br>2021年      |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E   | 6. 最初と最後の頁<br>52127  |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.103.052127                                 | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-            |

|   |                     |
|---|---------------------|
| 1. 著者名<br>Itabashi Kazuha, Tran Quoc Hoan, Hasegawa Yoshihiko   | 4. 巻<br>103         |
| 2. 論文標題<br>Evaluating the phase dynamics of coupled oscillators via time-variant topological features | 5. 発行年<br>2021年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E   | 6. 最初と最後の頁<br>32207 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.103.032207   | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-           |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Hasegawa Yoshihiko   | 4. 巻<br>126         |
| 2. 論文標題<br>Thermodynamic Uncertainty Relation for General Open Quantum Systems | 5. 発行年<br>2021年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Letters  | 6. 最初と最後の頁<br>10602 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevLett.126.010602                     | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-           |

|   |                     |
|---|---------------------|
| 1. 著者名<br>Van Vu Tan, Hasegawa Yoshihiko                                  | 4. 巻<br>126         |
| 2. 論文標題<br>Geometrical Bounds of the Irreversibility in Markovian Systems | 5. 発行年<br>2021年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Letters   | 6. 最初と最後の頁<br>10601 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevLett.126.010601                | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                                    | 国際共著<br>-           |

|   |                     |
|---|---------------------|
| 1. 著者名<br>Vo Van Tuan, Van Vu Tan, Hasegawa Yoshihiko                                       | 4. 巻<br>102         |
| 2. 論文標題<br>Unified approach to classical speed limit and thermodynamic uncertainty relation | 5. 発行年<br>2020年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E   | 6. 最初と最後の頁<br>62132 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.102.062132                                     | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-           |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Hasegawa Yoshihiko   | 4. 巻<br>125         |
| 2. 論文標題<br>Quantum Thermodynamic Uncertainty Relation for Continuous Measurement | 5. 発行年<br>2020年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Letters  | 6. 最初と最後の頁<br>50601 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevLett.125.050601                       | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-           |

|   |                     |
|---|---------------------|
| 1. 著者名<br>Van Vu Tan, Vo Van Tuan, Hasegawa Yoshihiko         | 4. 巻<br>101         |
| 2. 論文標題<br>Entropy production estimation with optimal current | 5. 発行年<br>2020年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E                                   | 6. 最初と最後の頁<br>42138 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.101.042138       | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                        | 国際共著<br>-           |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Tan Van Vu, Yoshihiko Hasegawa   | 4. 巻<br>53          |
| 2. 論文標題<br>Uncertainty Relation Under Information Measurement and Feedback Control | 5. 発行年<br>2020年     |
| 3. 雑誌名<br>Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical                       | 6. 最初と最後の頁<br>75001 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1088/1751-8121/ab64a4                               | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-           |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Tan Van Vu, Yoshihiko Hasegawa   | 4. 巻<br>2           |
| 2. 論文標題<br>Thermodynamic Uncertainty Relations Under Arbitrary Control Protocols | 5. 発行年<br>2020年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Research   | 6. 最初と最後の頁<br>13060 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevResearch.2.013060                     | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)   | 国際共著<br>-           |

|  |                      |
|--|----------------------|
| 1. 著者名<br>Hiroshi Kera, Yoshihiko Hasegawa                           | 4. 巻<br>7            |
| 2. 論文標題<br>Spurious Vanishing Problem in Approximate Vanishing Ideal | 5. 発行年<br>2019年      |
| 3. 雑誌名<br>IEEE Access  | 6. 最初と最後の頁<br>178961 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1109/ACCESS.2019.2958648              | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている(また、その予定である)                                | 国際共著<br>-            |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Tan Van Vu, Yoshihiko Hasegawa                           | 4. 巻<br>100         |
| 2. 論文標題<br>Uncertainty Relations for Underdamped Langevin Dynamics | 5. 発行年<br>2019年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E  | 6. 最初と最後の頁<br>32130 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.100.032130            | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                             | 国際共著<br>-           |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Quoc Hoan Tran, Van Tuan Vo, Yoshihiko Hasegawa                            | 4. 巻<br>100         |
| 2. 論文標題<br>Scale-variant Topological Information for Characterizing Complex Networks | 5. 発行年<br>2019年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E  | 6. 最初と最後の頁<br>32308 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.100.032308                              | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-           |

|   |                      |
|---|----------------------|
| 1. 著者名<br>Xingyan Chu, Yoshihiko Hasegawa   | 4. 巻<br>535          |
| 2. 論文標題<br>Augmented Variational Superposed Gaussian Approximation for Fokker-Planck Equations with Rational Polynomial Functions | 5. 発行年<br>2019年      |
| 3. 雑誌名<br>Physica A   | 6. 最初と最後の頁<br>122511 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1016/j.physa.2019.122511   | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-            |

|  |                      |
|--|----------------------|
| 1. 著者名<br>Yoshihiko Hasegawa, Tan Van Vu                   | 4. 巻<br>123          |
| 2. 論文標題<br>Fluctuation Theorem Uncertainty Relation        | 5. 発行年<br>2019年      |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review Letters                          | 6. 最初と最後の頁<br>110602 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevLett.123.110602 | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                     | 国際共著<br>-            |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Tan Van Vu, Yoshihiko Hasegawa                           | 4. 巻<br>100         |
| 2. 論文標題<br>Uncertainty Relations for Time-delayed Langevin Systems | 5. 発行年<br>2019年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E  | 6. 最初と最後の頁<br>12134 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.100.012134            | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                             | 国際共著<br>-           |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>Yoshihiko Hasegawa, Tan Van Vu   | 4. 巻<br>99          |
| 2. 論文標題<br>Uncertainty Relations in Stochastic Processes: An Information Inequality Approach | 5. 発行年<br>2019年     |
| 3. 雑誌名<br>Physical Review E  | 6. 最初と最後の頁<br>62126 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1103/PhysRevE.99.062126                                       | 査読の有無<br>有          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-           |

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 0件／うち国際学会 5件）

|                                       |
|---------------------------------------|
| 1. 発表者名<br>内藤 壮俊, 長谷川 禎彦, 松田 佳希, 田中 宗 |
| 2. 発表標題<br>ISAAQ: イジングマシンを活用した量子コンパイラ |
| 3. 学会等名<br>情報処理学会 第5回量子ソフトウェア研究発表会    |
| 4. 発表年<br>2022年                       |

|   |
|---|
| 1. 発表者名<br>Van Tuan Vo, Tan Van Vu, Yoshihiko Hasegawa                                      |
| 2. 発表標題<br>Unified Approach to Classical Speed Limit and Thermodynamic Uncertainty Relation |
| 3. 学会等名<br>The Workshop on Stochastic Thermodynamics II (国際学会)                              |
| 4. 発表年<br>2021年   |

|                                    |
|------------------------------------|
| 1. 発表者名<br>土井彬史, Van Vu Tan, 長谷川禎彦 |
| 2. 発表標題<br>滞在時間の熱力学不確定性関係          |
| 3. 学会等名<br>電子情報通信学会総合大会            |
| 4. 発表年<br>2021年                    |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>Tan Van Vu, Yoshihiko Hasegawa  |
| 2. 発表標題<br>Generalized Uncertainty Relations for Semi-Markov Processes             |
| 3. 学会等名<br>10th International Conference on Applied Physics and Mathematics (国際学会) |
| 4. 発表年<br>2020年  |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>Hiroshi Kera, Yoshihiko Hasegawa                                |
| 2. 発表標題<br>Gradient Boosts the Approximate Vanishing Ideal                 |
| 3. 学会等名<br>Thirty-Fourth AAAI Conference on Artificial Intelligence (国際学会) |
| 4. 発表年<br>2020年  |

|   |
|---|
| 1. 発表者名<br>Quoc Hoan Tran, Van Tuan Vo, Yoshihiko Hasegawa                              |
| 2. 発表標題<br>Scale-variant Topological Portraits of Complex Networks                      |
| 3. 学会等名<br>NetSci-X 2020: International School and Conference on Network Science (国際学会) |
| 4. 発表年<br>2019年   |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>Quoc Hoan Tran, Yoshihiko Hasegawa                            |
| 2. 発表標題<br>Topological Time-series Analysis with Delay-Variant Embedding |
| 3. 学会等名<br>Conference on Complex Systems 2019 (国際学会)                     |
| 4. 発表年<br>2019年  |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

|   |
|---|
| 長谷川研究室<br><a href="https://www.hasegawa-lab.net/">https://www.hasegawa-lab.net/</a> |
|---|

|                           |                       |    |
|---------------------------|-----------------------|----|
| 6. 研究組織                   |                       |    |
| 氏名<br>(ローマ字氏名)<br>(研究者番号) | 所属研究機関・部局・職<br>(機関番号) | 備考 |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|