

令和 6 年 6 月 24 日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K13651

研究課題名（和文）望ましい利益配分を目指して：協力ゲームの解の公理的分析

研究課題名（英文）Toward normatively desirable allocations: axiomatic studies of solutions for TU-games

研究代表者

中田 里志（Nakada, Satoshi）

東京理科大学・経営学部ビジネスエコノミクス学科・講師

研究者番号：90822453

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,800,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題は、協力ゲームにおける規範的に望ましい解に関する公理的な分析を主目的とするものである。協力ゲームの解は複数の主体の間での利益配分方法に対応し、配分ルールの基礎を与える公理分析は企業内での賃金ルールや企業間での共同事業によって得られた利益の配分方法をどのように設計すべきであるかといった現実的な問いに対して理論的な示唆を与えることができる。本件研究課題の成果として、社会構造の定まった協力ゲームにおける新たな解の公理的基礎付けに関する論文を含め5編の国際査読付き雑誌に掲載し、4編のワーキングペーパーを公開している。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題は、協力ゲームの解の公理的な分析を主たる目的とするものである。協力ゲームの解は、例えば企業内での賃金ルールや複数の企業が共同事業を行なった際の利益の配分ルールに対応し、その研究成果は実際にどのような配分ルールを実装すれば良いかについての理論的な根拠と方法を示唆するものとなる。

研究成果の概要（英文）：This research project investigates normatively desirable solutions of cooperative games by axiomatic methods. Solutions of cooperative games correspond to ways of sharing economic benefits among individuals, and therefore, axiomatic studies of the solutions can provide theoretical insight into, for example, how to construct a wage distribution rule in a firm and a revenue-sharing rule among multiple firms for joint projects as real-world applications. As output of the project, I published five papers in refereed journals and made four working papers.

研究分野：ゲーム理論，社会選択理論，ミクロ経済学

キーワード：協力ゲーム 公理化 シャープレー値 オーウェン値 コア ポテンシャル 安定性 単調性

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

### 1. 研究開始当初の背景

複数の主体が協力して得た経済的な利益をどのように配分すべきか、もしくは発生した費用をどのように負担すべきかという問題は経済学において最も重要な問いの一つであり、これまで哲学的な観点を含めて様々な議論がなされてきた。中でも、協力ゲームでは利益配分や費用負担の方法をゲームの解とみなし、どのような解が望ましいものであるかという問題を公理的に分析し理論的な基礎付けを行うことが研究の中心の一つである。とりわけ重要な解にコアとシャープレー値とよばれるものがある。これらは応用上も広く経済学の諸分野で用いられており、コアは例えばマッチング理論の基礎となる安定解に対応し、シャープレー値は昨今ではXAI (Explainable AI)と呼ばれる機械学習モデルの説明可能性を論ずる上での重要なツールとしても注目を集めている。

シャープレー値は、ゲームが凸性という性質を満たす場合にはコア配分となることが知られている。一方、どのような性質のゲームであればシャープレー値がコア配分になるのかについての必要十分条件は、古典的な問いであるにも関わらずこれまでによく知られた研究成果は得られていなかった。

また、シャープレー値はその定義より個人の貢献度に完全に依存した完全成果主義的な解であることが大きな特徴である。これに対して、シャープレー値を修正することでより個人の間の連帯感(solidarity)を反映した解を考案し、その公理的な基礎付けを与えようという流れがある。

### 2. 研究の目的

本研究課題は、主に以下の問題に対しての理論的な考察を行うことを目的としている。

- (1) シャープレー値がコア配分となるための必要十分条件は何か。またそれはすでによく知られた協力ゲームの諸概念とどのような関係があると言えることができるか。
- (2) シャープレー値の公理的な基礎をどのように修正することでより平等的で納得のいく解を得ることができるか。
- (3) 各プレイヤーが個人の利益に従いグループ形成を行う際に、どのような安定構造が生じるか。また、安定構造が存在するための簡便な条件は何か。

### 3. 研究の方法

#### (1)に関して:

まずシャープレー値がコア配分となるゲーム全体の集合は、数学的には凸錐となることを示すことができる。この事実注目すると、どのようなゲームが錐体の「端」となるのかを突き止めることでその全容を解明することができる。しかし、錐体の構造を与える係数行列(H-表現)は比較的簡単に求めることができるものの、そこから具体的に端点を列挙することは容易ではない。そこでまずはコンピューターシミュレーションを行いどのようなものが端点になっているのかを解析し、そこから一般的な特徴を見出すことができた。

#### (2)について:

①シャープレー値が持つ単調性とよばれる公理に着目し、提携構造およびプレイヤー間の階層構造が存在する場合への平等主義型シャープレー値の一般化を行なった。

②シャープレー値はゲームのポテンシャルとよばれる関数と密接に関係し、効率性とポテンシャルを持つ唯一の解として特徴づけられることが知られている。そこで、効率性を仮定せず、ポテンシャルを持つ解全体の構造を解明することで、背後にある公理的な特性がどのようにシャープレー値と関係しているのかを明らかにした。

③加法性とよばれる公理は、公理分析を行う上で技術的に使い勝手がよく、シャープレー値をはじめとする多くの解が有する性質である。一方で、経済学的な解釈に乏しく純粋に技術的な要請であるとしばしば見なされている。加法性に対する批判を受け、その他の標準的な公理の下で加法性は単調性とよばれる規範的に解釈可能である公理代替可能であることが一連の研究の中で判明してきた。そこで、単調性と加法性の関係性をより明らかにするために、意思決定理論の手法を用いて新たな知見を与えた。

#### (3)について:

Hedonic game とよばれる提携形成問題において、安定な提携構造としてのコア提携が唯一存在するための必要十分条件として既存研究では独立であるとされていた二つの条件の同値性を証明した。また、具体的な問題として費用削減技術に関する特許が存在する場合のカルテル形成問題におけるコア提携構造を分析し、特許により安定構造が存在しやすくなることを示した。

#### 4. 研究成果

##### (1) シャープレー値がコア配分となるクラスのゲームについて

ゲームが凸性を満たすことはシャープレー値がコア配分となることの十分条件であるが、必要条件とはならず、一般にシャープレー値がコア配分となるようなゲーム全体は数学的には凸錐となる。そこで、この凸錐の「端」に該当するゲームがどのようなものであるかを特徴づけ、シャープレー値がコア配分となるようなゲームがそれらの錐結合で書けることを示した。特に、そのような凸錐の端点に対応するゲームは最小平衡ベクトルとよばれるものと一対一に対応することを示し、その構成法を与えた。この成果は、Abe and Nakada (2023, *Social Choice and Welfare*, 60, 523-543)として刊行した。

##### (2) 提携構造・階層構造が付随した TU-game での平等主義型シャープレー値の一般化

シャープレー値は強単調性とよばれる公理を満たす、完全成果主義的な性格の解である。これに対し、平等配分との凸結合を取ることでプレイヤー間での再配分を意識した解として平等主義型シャープレー値 (Egalitarian Shapley value) と呼ばれるクラスの解が考案されている。この解は、シャープレー値が満たす強単調性を弱単調性とよばれる公理に置き換えることにより公理化できることが知られている。本研究課題では、提携構造および階層構造が付随したより一般的なゲームにおいて平等主義型シャープレー値を一般化し、新たな単調性公理によってその特徴づけを行なった。提携構造付き TU-game における結果は Abe and Nakada (2023, *Games and Economic Behavior*, 142, 1-16)として刊行した。また、階層構造付き TU-game における結果は Abe, Lowing, and Nakada (2024)としてワーキングペーパーを公開している。

##### (3) ポテンシャルを持つ解について

シャープレー値はゲームのポテンシャルとよばれる概念と密接に関係しており、効率性を満たしポテンシャルを持つ唯一の解であることが知られている。本研究課題では、特にプレイヤー集合が有限で固定されたゲームのみを扱い、ポテンシャルを持つ解の一般的な関数形を特定し、またその公理的な特徴を解明している。その含意として、効率性を満たす場合はなぜシャープレー値のみであるかシャープレー値の公理系と結びつけて説明している。この成果は Abe and Nakada (2023, *International Journal of Game Theory*, 52, 757-774)として刊行した。

##### (4) 単調性と加法性の関係について

加法性とよばれる公理は、公理分析を行う上で技術的に使い勝手がよく、シャープレー値をはじめとする多くの解が有する性質である。しかし、加法性には経済学的な解釈が乏しく、純粋に技術的な要請であるとしばしば見なされ多くの批判がある。このような批判を回避するために、単調性とよばれるより規範的に望ましい公理を用いた解の公理化の方向が模索されており、その他の標準的な公理の下で加法性は単調性と理代替可能であることが知られている。本研究課題の中では、単調性と加法性の関係性をより明らかにするために、意思決定理論の手法を用いて新たな知見を与えた。この結果は Nakada (2024)としてワーキングペーパーを公開している。

##### (5) 安定な提携構造について

各プレイヤーが自発的に提携を形成する際、安定的な提携構造をコア提携とよぶ。コア提携が唯一存在するための十分条件として、Common ranking property, Top-coalition property, Acyclicity とよばれる条件が代表的なものとしてこれまでに提案されている。既存研究では、Top-coalition property と Acyclicity は独立した条件であると考えられていたが、実はこれは誤りであり、acyclicity は Top-coalition property よりも強い Common ranking property と同値であることを証明した。この成果は Nakada and Shirakawa (2023, *Choice and Welfare*, 60, 517-521)として刊行した。また、提携形成ゲームの具体的な応用として費用削減技術に関する特許が存在する場合のカルテル形成問題におけるコア提携構造を分析した。この分析では、企業間に外部性が存在するより、複雑な提携形成ゲームを考えており、主たる結果として特許により安定構造が存在しやすくなることを示した。この問題に関する研究成果として、その一部は Nakada and Shirakawa (2023, *Economics Letters*, 233, 111374)として刊行し、主要部分は

Nakada and Shirakawa (2024) としてワーキングペーパーを公開している.

(6) その他: 投票ルール設計

TU-game の応用として重要なものの一つとして投票ゲームがある. シャープレー値は投票ゲームにおいては各プレイヤーの投票力をスコア化する投票力指数として応用されている. この投票ゲームに関連し, 一般的な二択の投票を考え, 情報頑健性という性質を満たすような投票ルールはどのようなものであるかという考察を行なった. これは, 人々の選好に関する情報に関して一つの確率分布を特定化することができないナイト的不確実性下においてパレート効率性を達成する投票ルールは何かを考察することに対応し, 重み付き多数決ルールのみが頑健であることを示した. この結果は, Nakada, Nitzan, and Ui (2023)としてワーキングペーパーを公開している.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Abe Takaaki, Nakada Satoshi	4. 巻 142
2. 論文標題 The in-group egalitarian Owen values	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Games and Economic Behavior	6. 最初と最後の頁 1~16
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.geb.2023.07.013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakada Satoshi, Shirakawa Ryo	4. 巻 233
2. 論文標題 On the core of a patent licensing game	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Economics Letters	6. 最初と最後の頁 111374~111374
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.econlet.2023.111374	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Abe Takaaki, Lowing David, Nakada Satoshi	4. 巻 -
2. 論文標題 Fair Allocation in Hierarchies: A Compromise between Marginalism and Egalitarianism	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 SSRN Electronic Journal	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2139/ssrn.4628514	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nakada Satoshi	4. 巻 -
2. 論文標題 Shapley Meets Debreu: A Decision-theoretic Foundation for Monotonic Solutions of TU-games	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 SSRN Electronic Journal	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2139/ssrn.4740922	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakada Satoshi、Shirakawa Ryo	4. 巻 60
2. 論文標題 On the unique core partition of coalition formation games: correction to Inal (2015)	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Social Choice and Welfare	6. 最初と最後の頁 517 ~ 521
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00355-022-01423-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Abe Takaaki、Nakada Satoshi	4. 巻 60
2. 論文標題 Core stability of the Shapley value for cooperative games	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Social Choice and Welfare	6. 最初と最後の頁 523 ~ 543
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00355-022-01432-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Abe Takaaki、Nakada Satoshi	4. 巻 52
2. 論文標題 Potentials and solutions of cooperative games with a fixed player set	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 International Journal of Game Theory	6. 最初と最後の頁 757-774
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00182-023-00839-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計19件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Shapley Meets Debreu: A Decision-theoretic Foundation for Monotonic Solutions of TU-games
3. 学会等名 18th European Meeting on Game Theory, SING18 (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Shapley Meets Debreu: A Decision-theoretic Foundation for Monotonic Solutions of TU-games
3. 学会等名 Summer Workshop on Game Theory and Experimental Economics 2023 (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Fair Allocation in Hierarchies: A Compromise between Marginalism and Egalitarianism
3. 学会等名 Keio University (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Fair Allocation in Hierarchies: A Compromise between Marginalism and Egalitarianism
3. 学会等名 Hosei University (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 The Group-wise Egalitarian Owen Values
3. 学会等名 London School of Economics, Distributive Justice Seminar (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 The Group-wise Egalitarian Owen Values
3. 学会等名 2022 Conference on Mechanism and Institution Design ( 国際学会 )
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 The Group-wise Egalitarian Owen Values
3. 学会等名 SING17 ( 国際学会 )
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 The Group-wise Egalitarian Owen Values
3. 学会等名 Summer Workshop on Game Theory and Experimental Economics 2022 ( 国際学会 )
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 The Group-wise Egalitarian Owen Values
3. 学会等名 The 28th Decentralization Conference in Japan
4. 発表年 2022年



1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 The 20th Annual SAET Conference (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 Workshop on Innovation and Licensing (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 the 6th World Congress of the Game Theory Society (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 48th EARIE Annual Conference (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Core Stability of the Shapley Value for Cooperative Games
3. 学会等名 Summer Workshop on Game Theory and Experimental Economics 2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 早稲田 ゲーム理論・実験経済学セミナー（早稲田大学現代政治経済研究所船木部会研究会）（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 中田里志
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 慶應義塾大学経済研究所 ミクロ経済学ワークショップ（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中田里志
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 東京理科大学ゲーム理論セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 Stable Coalition Structures of Patent Licensing Games
3. 学会等名 Summer Workshop on Game Theory 2019 Sendai (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Satoshi Nakada
2. 発表標題 A Unique Core Allocation and Competitive Equilibrium in General Coalition Formation Games
3. 学会等名 SING 15 (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>Satoshi Nakada; research  <a href="https://sites.google.com/site/snakada0911/research">https://sites.google.com/site/snakada0911/research</a></p>
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

## 8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	CentraleSupélec			
イスラエル	Bar-Ilan University			