

令和 5 年 6 月 8 日現在

機関番号：10102

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K14196

研究課題名（和文）数学教師の確率指導リソース

研究課題名（英文）Japanese didactic resources for the teaching of probability

研究代表者

大滝 孝治（Otaki, Koji）

北海道教育大学・教育学部・講師

研究者番号：90750422

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、中学校確率単元の授業研究において数学教師が利用できる様々な資料/リソースの特徴を明らかにすることである。明らかになった主な特徴は、確率と統計の関連づけを可能にするようなタイプの確率の学習状況に関するリソースが不足している、ということである。加えて、本研究では、そうした不足を指摘するだけでなく、それを埋めることに貢献するような新しい教材の開発にも着手し、教師教育の文脈での実践を通じて、一定の成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の成果の主な学術的意義は、日本の数学教師コミュニティにおいて共有されている確率知識の偏りを明らかにした点にあり、それは間接的に、日本の確率カリキュラムにおける知識の偏りも示唆している。これより、本研究の成果は、確率カリキュラムや教師教育の改善のため1つの指針になりうる、という社会的意義ももっている。さらに、本研究ではそうした偏りを解消するための教材開発にも取り組んでおり、この開発研究は、確率・統計教育に対する具体的な提案というより直接的な社会的意義をもつ。

研究成果の概要（英文）：This project aims to reveal the properties of resources for designing and reflecting upon the teaching of lower secondary school probability within lesson study in Japan. Here is the main finding: there is the lack of a probability model in the resources which can connect probability with statistics. In addition, a teaching material for compensating this lack has been created, through the teaching experiment in the context of teacher education.

研究分野：数学教育学

キーワード：数学教授学 教授人間学理論 ニースフィア 付随教授システム 統計的確率 ランダムマイザー 授業研究 ブルソーの推測ゲーム

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

本研究は、以下の密接に関連する2つの背景からはじめられた。

(1) 実践的な背景：熟練世代教員の大量退職や教職全般の多忙化によって、授業研究を通して行なわれてきた「授業のための専門知・経験知の継承」が難しくなっている。こうした社会的・時代的な状況の中で、若手の教師はメンターによる指導・監督（スーパーバイズ）なしに、自律的に職能成長を果たさなければならない。幸い日本の授業研究文化は、そうした自己鍛錬を可能にする様々な資料（例えば、書籍や雑誌：以下、一括して「リソース」と呼ぶ）を残しているため、そうしたものを役立てれば、一定程度の個別的な専門性開発は可能であろう。しかし、その一方で、そうした大量のリソースは、アーカイブとしてわかりやすく誰にでも利用できるようにまとめられているわけではなく、そこへのアクセス自体がある種の専門知や経験知である面が多分にある。こうしたことから、授業研究文化が生み出してきた成果を整理する必要性があると筆者は感じていた。

(2) 学術的な背景：国際的な数学教育研究の文脈で、「教師の協働」がここ10年ほどの間に研究対象として注目を集めてきている。本研究主題にもある「リソース」はそうした研究のキーワードの1つである。そこでは算数・数学の授業内で生じる現象ではなく、むしろ教師が授業を計画したり反省したりする際に生じる事柄が研究対象となる。ここに、数学教育研究の問い方・問題系の拡大を指摘できる。しかし、国内に目を移すと、こうした新しいテーマの研究は少数の例外を除いてほとんど行なわれておらず、この領域で国際的に遅れをとっている感はいなめない。ただし、その一方で、授業研究文化を背景に日本には大量のリソースが存在しているわけで、これは多くのデータが研究対象として分析されないままに残されていることを意味する。こうしたデータを分析していくことで、国際的な数学教育研究界に新たな知見を加えることができると筆者は考えた。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、日本の算数・数学授業の設計や分析のため教師が参照することのできるリソースの特徴を、特に中学校の確率単元に焦点をあてて明らかにすることである。日本の授業研究は膨大な量の様々なリソースを生み出し続けているが、それらは計画的・体系的に蓄積・整理されているわけではないため、その特徴を明らかにする取り組みは、かなりの時間と労力を費やす作業となる。一人の研究者が数年で明らかにできる範囲には限りがあると言わざるをえず、むしろ、そうであるからこそ、1つの研究分野としての可能性をもっているともいえる。この研究では、筆者のこれまでの研究の専門性を活かして、中学校の確率単元のリソースに研究対象を絞る。筆者は、博士論文と前回の若手研究で共に、確率教育を対象とした研究をしてきた。

## 3. 研究の方法

本研究の方法は、大きく分けて3つある。

(1) 記述研究：研究方法の1つ目は、公開されている学習指導案に注目し、そこでの確率知識の性格を明らかにすることである。他者の作った学習指導案は、学校教科書と並んで教師が授業を計画・反省する際の重要なリソースの1つであるが、教科書が数学教育研究の主な研究対象となっている一方、学習指導案はこれまでそのような扱いをうけてこなかった。公開済みの学習指導案の情報源/データソースとしては、教師用に出版されている書籍や雑誌に主に頼る。今回は日本のリソースの典型的な側面に注目したいため、こうしたデータの収集方法をとることにする。もちろん、インターネット上にも多くの学習指導案があるが、それらは、査読や編集を経ていないため、特徴のばらつきが大きいと予想される。

(2) 開発研究：研究方法の2つ目は、現状のリソースに不足しているタイプの確率知識を補填するための教材の開発である。方法1の「記述研究」を通して、現在のリソース群の欠点を明らかにできると考える。本研究ではそうした成果を参照しながら、教師教育での試験的運用というやや間接的な方法で、リソースの「開発研究」にも取り組む。無論、こうした開発研究を通して、現在のリソースにおける不足がより明らかになるという面も多分にあり、記述研究と開発研究の相乗効果が期待される。

(3) 基礎研究：研究方法の3つ目は、リソース研究のための理論枠組みの構築である。リソース研究は比較的新しい領域であり、その分、研究のための理論枠組みにも発展の余地が多くある。本研究では「教授人間学理論」（通称ATD：anthropological theory of the didactic）の視点からこうした課題に取り組む(cf. Chevillard, 2019)。ATDでは、授業という「教授システム *didactic system*」と対比的に、授業研究のような教師の営みを「付随教授システム *paradidactic system*」と特徴づけて理論化する。しかし、そうした理論化は、ATD自体の歴史（1970年代～）に比べると比較的最近（2010年代～）に始まったもので(Winslow, 2012)、基礎理論の構築に関してまだ課題が少なくない。「基礎研究」により記述研究と開発研究の両者の質を高めることができると期待される。

#### 4. 研究成果

本研究の主な成果は、方法の分類に従って3つある。

(1) 記述研究の成果：本研究では確率指導リソースにおける確率知識の特徴をあきらかにするための参照モデルとして、「ランダムマイザーと確率の定義の対」に基づく以下の4つのタイプの確率モデルを設定した：[サイコロ型/数学的確率]，[サイコロ型/統計的確率]，[壺型/数学的確率]，[壺型/統計的確率]。サイコロ型ランダムマイザーとは，“投げ/トス”によって操作されるランダムマイザーであり，サイコロやコインがその典型例である。一方，壺型ランダムマイザーは，“引き/ドロウ”によるもので，くじやカードが事例となる。また，定義については，数学的確率は同様な確らしさに基づく割合による確率の定義であり，統計的確率は相対度数の安定値による確率の定義である。調査の結果，[壺型/統計的確率]の確率モデルが極端に少ないことが明らかになった。この確率モデルは，他のモデルと比較して，確率と統計の密接な関係を体現していることから（サイコロ型ランダムマイザーより壺型ランダムマイザーの方がより統計風であり，数学的確率より統計的確率の方がより統計風である），その不足の発見は，確率・統計カリキュラムの改善にむけた指針の1つとして，非常に重要なものであると考える。

(2) 開発研究の成果：記述研究においてその不足が明らかになったタイプの確率モデルを指導するための教材として，本研究ではギ・ブルソーによって提案された「推測ゲーム」に注目した（cf. Brousseau, Brousseau, & Warfield, 2002）。それは次のようなものである。

完全に不透明で中身の見れないボトルの中にビー玉が5つ入っている。ビー玉の色の種類は2色で，各ビー玉はどちらかの色である。ボトルの先には1つのビー玉の色だけを確認できる穴が空いている。この状況で，ボトルのふたを開けることなく，その中身の構成を特定せよ。

この題材はそもそも割合指導の前に確率やランダム性を指導することを目的に提案されたものであるが，[壺型/統計的確率]の確率モデルと相性のよい設定になっていることから，確率と統計をつなぐような様々な活動が生じやすい教材になっている。本研究では，教師教育の文脈において学生にこの問題を探究させることで，母比率の区間推定，仮説検定，ベイズ更新など，様々な確率・統計知識がそこから生じうることが確認された。この成果は，中学校の確率指導のための教材としてだけでなく，高校や教員養成での統計指導のための教材としての可能性もこの題材が備えていることを意味している。

(3) 基礎研究の成果：本研究における基礎研究を通して，ATDにおける鍵概念の1つである「ヌースフィア *noosphere*」の理論を大きく発展させることができた。ヌースフィアは，カリキュラム開発者や教科書執筆者など，「教えるべき知識」の生産や評価に関わる多種多様な人々を一緒くたに名指すためにATDにおいて導入された概念である。本研究では「教職 *teaching profession*」をヌースフィアの一部と考えながらも，そこだけにとどまらない包括的な理論を構築することができた。この成果は，リソース研究への貢献という価値づけだけにとどまらず，ATD全般の発展への寄与としても評価しうるものである。

#### 主な参考文献

- Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2002). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Journal of Mathematical Behavior*, 20(3), 363–411.
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71–114.
- Winsløw, C. (2012). A comparative perspective on teacher collaboration: The cases of lesson study in Japan and of multidisciplinary teaching in Denmark. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. 291–304). Springer.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Koji Otaki
2. 発表標題 The paradidactic: A theory of noospheres
3. 学会等名 The 7th International Conference of the Anthropological Theory of the Didactic (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Koji Otaki & Hiroaki Hamanaka
2. 発表標題 Is this object mathematical, para-, or proto-? A didactic application of the epistemological profile
3. 学会等名 The 7th International Conference of the Anthropological Theory of the Didactic (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Ryoto Hakamata, Koji Otaki, Hiroto Fukuda, & Hiroki Otani
2. 発表標題 Statistical modelling in the Brouseanian guessing game: A case of teacher education in Japan
3. 学会等名 The 4th Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yukiko Asami-Johansson & Koji Otaki
2. 発表標題 A survey project on professional journals for mathematics teachers
3. 学会等名 The 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 大滝孝治・大谷洋貴
2. 発表標題 モンティ・ホール問題における仮説検定と背理法：「同様に確からしくない」ことを論証する
3. 学会等名 全国数学教育学会第53回研究発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大谷洋貴・福田博人・袴田綾斗・大滝孝治
2. 発表標題 中学校数学教科書における標本抽出の特徴
3. 学会等名 全国数学教育学会第53回研究発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Koji Otaki, Yukiko Asami-Johansson, Ryoto Hakamata
2. 発表標題 Theoretical Preparations for Studying Lesson Study: Within the Framework of the Anthropological Theory of the Didactic
3. 学会等名 ICMI Study 25 TEACHERS OF MATHEMATICS WORKING AND LEARNING IN COLLABORATIVE GROUPS (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大滝孝治・袴田綾斗・大谷洋貴・福田博人
2. 発表標題 ブルゾーの推測ゲーム：統計的探究のための教材研究
3. 学会等名 全国数学教育学会第51回研究発表会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 Koji Otaki & Yukiko Asami-Johansson	4. 発行年 2021年
2. 出版社 Birkhauser	5. 総ページ数 227
3. 書名 The ecology of the didactic divide in teacher education (Berta Barquero et al. [Eds.], Extended abstracts Spring 2019: Advances in the anthropological theory of the didactic, pp. 59-66)	

1. 著者名 Koji Otaki & Yukiko Asami-Johansson	4. 発行年 2022年
2. 出版社 Birkhsuser	5. 総ページ数 352
3. 書名 Exploring the paradidactic ecosystem: Conditions and constraints on the teaching profession (Yves Chevallard et al. [Eds.], Advances in the anthropological theory of the didactic, pp. 155-163)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
スウェーデン	イエーヴレ大学			
スペイン	パルセロナ大学			