

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 5 年 6 月 29 日現在

機関番号：12611

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K14538

研究課題名(和文) 擬アノソフ流のL関数と3次元多様体のイデール理論の研究

研究課題名(英文) L-functions of pseudo-Anosov flows and idele theory for 3-manifolds

研究代表者

植木 潤 (Jun, Ueki)

お茶の水女子大学・基幹研究院・講師

研究者番号：90780081

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：3次元多様体上のイデール理論と整合するヒルベルト相互律を定式化した。モジュラー結び目がチェボタレフ絡み目の例であることを指摘し、Ghysの定理のSL<sub>2</sub>Zから三角群への拡張を与えた。結び目のねじれアレクサンダー多項式の副有限剛性について結果を得た。結び目と楕円曲線のZ<sub>p</sub>被覆においてp進トーションを用いてWeber問題の類似を考察しLang-Trotter予想の類似を指摘した。絡み目のZ<sub>p</sub>直積被覆の岩澤類数公式を示した。ツイスト結び目のnon-acyclic SL<sub>2</sub>表現の重複度と普遍変形のL関数の零点の位数を体系的に調べた。また絡み目の族へと枠組みを拡張することにも成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

「数論的位相幾何学」の目的は、素数と結び目、代数体と3次元多様体の類似性を体系化し、色々な予想や手法を次々に見出させるような自然な地平を切り拓くことである。本研究の目的は過去に定式化した3次元多様体の代数的イデール理論の解析的側面にアプローチする中で類似性の適用範囲を大きく広げること、また付随して位相不変量の副有限剛性の問題を考察し、低次元トポロジーへの応用や、数論側へのフィードバックに資することであった。こうした意味で、本研究は多くの成果を得ることができた。モジュラー結び目・p進トーション・絡み目群のnon-acyclic表現といった新たな重要な研究対象を得て、研究の土壌は大きく広がった。

研究成果の概要(英文)：We formulated a Hilbert reciprocity law which is compatible with idelic class field theory over a 3-manifold. We pointed out that the set of modular knots is an example of Chebotarev link and extended Ghys's theorem by replacing SL<sub>2</sub>Z by a general triangle group. We obtained a result on the profinite rigidity of twisted Alexander polynomials. We investigated analogues of Weber's class number problem in Z<sub>p</sub>-covers of knots and elliptic curves and pointed out an analogue of Lang-Trotter conjecture. We established the Iwasawa-type formula for Z<sub>p</sub>-direct product cover of links. We gave a systematic study of the multiplicity of non-acyclic SL<sub>2</sub> representations of twisted knots and twisted links and the order of zeros of the L-functions of universal deformations.

研究分野：数論的位相幾何学

キーワード：イデールの類体論 モジュラー結び目 結び目・絡み目・3次元多様体 岩澤理論・セルマー群 Weberの類数問題 p進トーション non-acyclic表現・普遍変形のL関数 副有限剛性

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

素数と結び目、代数体と3次元多様体は、次の意味で似ている。いずれも1次元の対象を3次元の対象に埋め込んだものであり、補空間の基本群は Galois 理論によって分岐拡大や分岐被覆を統制する。数論側のは副有限であり、Artin-Verdier 双対性がある。トポロジー側のは剰余有限であり、Poincaré 双対性がある。無限巡回拡大・被覆を扱う理論は岩澤理論・Alexander 理論として古典的に知られ、表現で捻ったものや、非可換化などが今でも研究されている。これらを整理・体系化したのが Mazur-Kapranov-Reznikov、および森下であったが、当座の基礎を与えた本 [Morishita2012, Springer] においても基本的な問題が沢山残されていた。

数論において Artin-高木の類体論は、代数体の分岐 Abel 拡大の全体を統制する、近代整数論の金字塔である。そこで Chevalley が導入したイデール理論は、局所理論を束ねて大域理論を記述する道具であり、類体論の進展に重要な役割を果たした。

研究代表者は [NiibuUeki2018, TransAMS] において、分岐条件付き Galois 理論の類似性を発展させ、3次元多様体上に良い性質の可算無限絡み目  $K$  を定義し、局所理論の制限直積の商としてイデール類群を定義し、イデールの類体論における Artin 相互律の類似を証明した。

さて、数論において「代数側と解析側の対応」は最も深い哲学の一つであり、類体論の Artin 相互律も「Hecke  $L$  関数 = Artin  $L$  関数」という解析側への翻訳を持つ。解析数論の類似を3次元多様体上で考察するには、位相多様体の上に計量などの付加構造を併せて考える必要がある。

本研究の核心をなすのは次の「問い」である：豊かな幾何学を持つような「良い性質の無限絡み目  $K$ 」を選び、イデールの類体論と整合する形に、解析数論の類似を3次元多様体上で構成できるか？また、それは低次元トポロジーや数論の問題意識に対して、具体的な利益や応用をもたらすか？

研究代表者は「3次元多様体上の擬 Anosov 流の閉軌道族  $K = \cup_i K_i$  を調べることで、この問いに答えられると考えている。以下の (i)~(iii) がその根拠となる背景である。

(i) 擬 Anosov 流の閉軌道族  $K$  は、長さによって順序付けた時、B. Mazur の意味 [Mazur2012] で「Chebotarev 密度定理」の類似を満たす [McMullen2013]。(現時点で知られる、最も広いクラスである。) Chebotarev 密度定理は、無限個の素数たちが「互いに均等に絡んでいる」ことを意味する古典的大定理であり、多くの基礎的な応用を持つ。閉軌道  $K_i$  たちは長さを持つので、Riemann ゼータ関数の由緒ある類似物である Ruelle ゼータ関数や、その拡張が考察できる。

(ii) 擬 Anosov 流の閉軌道  $K$  は、イデール理論と整合する。三原朋樹は研究代表者らのイデール類体論にコホモロジー的な解釈を与えた。また ray 類群の議論に適合するように対象を改良し、無限絡み目に「安定生成的」という性質を要請した [Mihara2018]。研究代表者は McMullen から指摘を受けて考察を重ね、無限絡み目が Chebotarev 的ならば安定生成的であることを示した [Ueki2018, preprint1]。

(iii) 擬 Anosov 流の閉軌道  $K$  には、興味深い例が豊富である。例えば  $S^1$  上の曲面束について、双曲的モノドロミーの懸垂流が擬 Anosov である。特に8の字結び目(あるいは Whitehead 絡み目や Borromean 環などのファイバー双曲絡み目)から得られる  $K$  などは、驚くべきことに、全ての絡み目を部分絡み目として含む(組紐群と馬蹄写像を用いて示される [Ghrist1996])。また擬 Anosov 流のうち、とくに Anosov 流と呼ばれるものは、接触構造などとも絡んで研究が大きく発展している。

次に、本研究の波及効果にあたる「3次元多様体群の副有限剛性の問題」について背景を述べる。2つの結び目を区別する際には、その有限次被覆のホモロジーーションが、しばしば有用である。ここから、結び目群の副有限完備化  $\widehat{\pi}$  が如何なる幾何学を知っているか、という興味深い問に至る。これは言い換えると、結び目群の有限商の全体(がなす逆系)は何を知っているか、という問である。

一般に3次元多様体の基本群はその副有限完備化  $\widehat{\pi}$  に自然に包含される([Hempel1987] + Perelman による幾何化予想の解決)。このような有限生成群は副有限完備化が同型ならば同型であろうと予想されていたが [Grothendieck1970]、近年になって反例が与えられた [BridsonGrunewald2004]。どのような幾何学的性質が  $\widehat{\pi}$  によって決定されるかという問題は、非常に微妙な問題であり、また応用上も重要であるため、「幾何化予想の次の潮流」と考えられ、近年注目され始めている。

なお数論側の基本群は元々副有限であるが、その同型類から対象を復元する研究は「遠アーベル幾何」の枠組みにおいて近年注目されている。例えば「Neukirch 内田の定理」が礎石である。トポロジー側での副有限剛性の活発化は、この点からも示唆的であり、創発的研究が期待される。

研究代表者は「結び目群の副有限完備化がその Alexander 多項式を決定すること」を証明し

た[Ueki2018, AGT] . これは[BridsonReid2015]と[BoileauFriedl2015]の結果の完全な一般化である . 方法としては, 巡回終結式を係数にもつ Artin--Mazur の力学系ゼータ関数を用い, また完備群環  $\widehat{\mathbb{Z}}[[t^{\wedge} \mathbb{Z}]]$  の構造を調べ, イデールを比較した . 後日 F. Calegari からの指摘を受け, 代数体の  $S$  整数環上の表現に付随する捻れ Alexander 多項式の副有限剛性についても複数の成果を得た[Ueki2018, preprint2] .

## 2 . 研究の目的

本研究の目的は, 「3次元多様体上の擬 Anosov 流の閉軌道族  $K = \{K_i\}$ 」を「素数全体の集合」の良い類似物と捉え, 解析数論の類似を構成し, 上述の「問い」に正面から答えることである . 具体的な目標としては, 以下の課題を掲げる .

擬 Anosov 流の閉軌道族  $K$  の Ruelle ゼータや Artin 型  $L$  関数を定義して調べる .

$K$  のイデール上の Hecke 指標, また Hecke 型  $L$  関数を定義して調べる .

イデールの類体論の Artin 相互律を「Artin 型  $L$  関数 = Hecke 型  $L$  関数」の形に再定式化する .

Stark 予想に係る Chinburg 不変量の類似を構成する .

3次元多様体群の副有限完備化  $\widehat{\pi}$  の同型類から如何なる位相不変量が復元できるかを総合的に研究し, 数論やトポロジーにおける問題意識に応用する .

このうち は特別な場合が既に深く研究されており, その一般化が目標となる . 一方で, 3次元多様体のイデールは研究代表者(と共著者)が独自に構成した全く新しい対象であるから, はまだ影も形もなく, 腕の見せどころと言える . 数論側における「代数側と解析側の対応」という深い哲学の類似がトポロジーの側で実現されている例としては, 分岐成分を有限個に制限した状況での 2 種類のトーシヨンの対応が挙げられる . しかし, 無限個の分岐成分それぞれに付随する理論を「全て」束ねて大域理論を記述するような例は未だ存在せず, 本研究の主目標である が成功すれば, 初の事例となる . これほど広汎な数論の基礎理論の枠組に対して, 同時に精密に整合する類似理論をトポロジー側で記述できれば, 応用の可能性は大きく広がる . はその射程を見極める応用例であり,  $L$  関数の他に単数群のコホモロジーや類体公理などの繊細かつ根本的な問題にも絡む, 挑戦的課題である .

本研究の波及効果に当たる は, いわば全ての位相不変量に数論の光を当てるものであり, また本研究の数論側へのフィードバックを補助するものでもある . 近年注目される重要な課題であり, 応用例としては[FriedlVidussi2013]の「捻れ Alexander 不変量によるファイバー性の決定」が有名であるが, 国内ではまだ研究代表者しか結果を持っておらず, またこの問題を数論との類似という文脈上に位置づけたのも研究代表者が初めてである .  $L$  関数に近い不変量である **捻れ Alexander 多項式**の副有限剛性の新しい応用の可能性について, 一例を挙げる . 2 つの結び目の群の間に全射準同型があったとき, 結び目の種数の大小関係が決まるか? という Kirby の有名な未解決問題がある . この設定を副有限完備化上の全射に取り替えることで, より繊細な情報を扱う問題となる . [FriedlNagel2015]の大定理から, 種数は有限体上の表現に付随する捻れ Alexander 多項式で決まるので, 共通の表現を取れるかが鍵であり, 1 次コホモロジー上の Thurston ノルム球の  $p$ -adic 版が役立つと考えられる .

このように, 擬 Anosov 流の  $L$  関数の独創的な研究を通じて, 数論的位相幾何学の適用範囲は非常に広汎なものとなり, また応用を多数獲得することができると考える .

## 3 . 研究の方法

初年次 課題 の「Artin 型  $L$  関数の研究」に取り組む . 測地流や Anosov 流の場合を参照しながら, 詳しい予想を一通り立て, 適宜証明する . なお既存の対象に限っても十分興味深いため, 「一通りの調査」ができれば良い . 一方で Hecke 型  $L$  関数の定義 はクリアしないと次に進めないの で, 並行して予備調査を進めておく .

2年目 課題 の「Hecke 型  $L$  関数の研究」に取り組む . まずイデール上の Hecke 指標を定義する必要があるが, ray 類群と整合する形に整備された[Mihara2018]の理論を活用する . また具体的方策としては, 局所理論(結び目の環状近傍の境界の群)を副有限完備化に取り替えると, イデール類群がコンパクトアーベル群となる . その上のフーリエ変換によって Tate's thesis の類似を記述する . 数論と比べて局所理論が簡単であるため, 枠組み自体は比較的容易に構成できると見込まれるが, もしも困難が生じるとすれば, そこに数論的・幾何的な本質が見出され, より興味深い .

3年目 本研究の主目標である課題 「 $L$  関数による Artin 相互律の再定式化」に取り組む . 数論側の古典的議論とその歴史的変遷を追い, 必要に応じて を修正する . なお数論の側では, これを アデール群上の  $GL_1$  の理論と見た上で,  $GL_n$  の理論を考察するのが Langlands の問題である .

結び目の側にアデールはまだ無い．遠アーベル幾何には局所体の乗法群の同型類から局所体を復元する議論がある．これを用いて結び目のアデール理論を構成できたら，さらに射程が伸びる．

4 年目 挑戦的課題 「Chinburg 不変量の構成」を試みる．Chinburg の不変量の構成には， $L$  関数・類体公理・単数群が登場する．研究代表者のイデール理論は類体公理を満たさず，また単数の類似には非圧縮曲面や 2 輪体など諸説ある．(2 輪体群の Tate コホモロジーが位相不変量であることから，岩澤 不変量に関する木田の公式の証明の類似が与えられる [Ueki2014, 2017] .) [Mihara2018] によれば，類体公理は本質的でなく，また単数群の類似として複数の対象が現れることの正当性が層理論の言葉で説明される．既存の「辞書」に如何なる修正や読み替えが要求されるのかを見極める．

課題 「位相不変量の副有限剛性の研究」は波及効果にあたるので，状況に即して臨機応変に研究を進める．特に興味深いのは漸近挙動との関連である．例えば，Lück の  $L^2$ -torsion に関する「楽観的予想」から双曲結び目の体積の副有限剛性が従うが，これは Bergeron-Venkatesh の漸近予想 (Le の定理) と同種である．Anosov 流の軌道族においても，各種の漸近挙動は力学系の主要な研究対象である． $L^2$ -torsion の  $p$  進類似の研究・非可換岩澤理論の  $p$  進力学系的解釈 ([Ueki2018, ETDS] の非可換化)・数論的 Chern-Simons 理論や Casson 不変量の関係・Reznikov が予言した  $3+1/2$  次元の理論・3 次元多様体群の副有限剛性の遠アーベル幾何的諸相などにも，総合的にアプローチしたい．

#### 4. 研究成果

##### 1 年目

I) チェボタレフ絡み目に対し記号力学系の Artin  $L$  関数が正しい対象であることを確認した．  
II) 捻じれ Alexander 多項式の副有限剛性と  $Z$  被覆における捻じれホモロジーの  $p$  進漸近挙動に関する研究を完成させた．  
III) ツイスト結び目の非 acyclic な  $SL_2$  表現の普遍変形に付随する非自明な代数的  $L$  不変量を全て具体的に決定した (丹下稜斗氏・Anh T. Tran 氏と共同研究)．非 acyclic 表現は例外 Dehn 手術を経由するため，サーストンの双曲変形理論と肥田 Mazur 理論の類似性に新たな光が当たる．

(A) 主要な研究の土台となる Chebotarev 絡み目について出版や講演を行うことができた．1 年目の計画の主要な対象であった Artin  $L$  関数については，Parry-Pollicott の記号力学系の Artin  $L$  関数が正しい対象であることが確認できたが，2 年目の対象である Hecke  $L$  関数に関する予備調査はあまり進んでいない．

(B) 一方で，研究の波及効果 として，捻じれ Alexander 不変量の副有限剛性に関する論文を完成させ，投稿し受理された．そこには  $Z$  被覆における捻じれホモロジー群の  $p$  進漸近挙動に関する結果も込められている．

(C) 加えて，ツイスト結び目の non-acyclic な  $SL_2$  表現の普遍変形に付随する代数的  $L$  不変量の研究に大きな進展があった．non-acyclic 表現が例外 Dehn 手術を経由することに留意すれば，これはサーストンの双曲構造の変形理論と肥田 Mazur の Galois 変形理論の類似性に新たな光を当てるものである．

これら (B), (C) は予備調査の進捗状況 (A) を補って余りあるものであり，研究は概ね順調に進展したと考えられる．

##### 2 年目

I) モジュラー結び目と Rademacher 記号に関する Ghys の結果を，調和 Maass 形式を援用して三角群へと拡張した．  
II) 惑星絡み目に対する McMullen の議論を精密化することで，モジュラー結び目たちのチェボタレフ性を示した．  
III) ツイスト結び目の non-acyclic 表現の普遍変形に付随する  $L$  関数の計算を完遂した．ホワイットヘッド絡み目による統一的視座による新展開を得た．  
IV) 結び目群の表現に付随する岩澤不変量を導入し，不変量と種数・ファイバー性の副有限剛性に関する結果，またツイスト結び目の  $SL_2$  表現に対する  $\mu=0$  定理を示した．  
V) トーラス上の交叉形式をヒルベルト記号の類似と見ることによって相互律を定式化し，イデールの類体論と葉層力学系を繋ぐ手がかりを得た．(以上は松坂俊樹・丹下稜斗・Anh T. Tran・Leo Benard・森下昌紀・新甫洋史の各氏らとの共同研究を含む．)

(A) Hecke  $L$  関数の予備調査として重要な「対象を豊かにすること」に属する研究が大きく進展した； I), II), V) .

(B) 波及効果にあたる副有限剛性に関連して複数の結果が得られた； III) .

(C) 結び目群の non-acyclic 表現に関する研究が沢山の方向に花開いた； IV) .

Hecke  $L$  関数の構成はしなかったが，保型形式や葉層力学系など複数の深い文脈に研究を接続

することができたため、よりよい理論を作れる蓋然性が大きく高まった。これは3,4年目の計画の先取りにあたる。また波及効果にあたる結果や将来の研究への種が多く得られた。オンラインツールを用いた研究会などの技術開発や実践を通じ、社会貢献をすると同時に、本研究の可能性も大きく広げることができた。研究は当初の計画以上に進展していると考えられる。

### 3年目

- I) モジュラー結び目と Rademacher 記号に関する Ghys の結果を三角群へと拡張する研究において、Sarnak-Mozzochi の定理の拡張を得た。
- II) Weber の類数問題の結び目類似に関連して、 $\mathbb{Z}_p$  被覆におけるトーシヨンの  $p$  進極限の明示公式を、トラス結び目とツイスト結び目に対して得た。
- III)  $\mathbb{Z}_p^d$  (直積) 拡大に対する岩澤類数公式の類似を絡み目に対し定式化・証明し、捻じれホワイトヘッド絡み目(無限族)およびソロモンの絡み目の岩澤不変量を明示的に計算した。
- IV) 昨年度に出版された捻じれ Alexander 不変量の副有限剛性に関する論文について、先行文献の記述の曖昧さを排する改善を施した。
- V) 数論的 Dijkgraaf-Witten 不変量の研究について予備調査を行い、進捗を得た。
- VI) モジュラー結び目と数論的基本群の関係について予備調査を行い、進捗を得た。
- VII) 昨年度に得られた幾つかの結果を論文にまとめて雑誌に投稿した。以上は幾つかの共同研究を含む。

- (A) Hecke  $L$  関数の予備調査に属する研究が更に進展した；I), VI)。
- (B) 波及効果にあたる様々な進展が得られた；II), III), IV), V), VII)。
- (C) 昨年度までに得られた幾つかの結果を論文や講演などを通じて形にして発信し、情報網を広げることができた。

よって、研究は概ね順調に進展したと考えられる。

### 4年目

- I) Weber の類数問題の結び目に対する類似を Kionke の  $p$  進トーシヨンに関連付けて定式化し、楕円曲線の場合と比較することで Lang-Trotter 予想の類似に関する新たな研究の方向性を指摘した。
- II)  $\mathbb{Z}_p$  直積拡大の岩澤理論の絡み目類似について研究を徹底させ理論の主要部分を完成させた。また  $\mathbb{Z}_p$  直積拡大における  $p$  進トーシヨンの計算例を新たに得た。
- III) Reznikov の提案していた円単数と  $3+1/2$  次元の辞書について精査を行い、査読付き概説記事を著し、解析的な理論に関する情報収集を進めた。
- IV) ねじれホワイトヘッド絡み目の non-acyclic  $SL_2$  表現の重複度について、理論的な枠組みを整備して定理を精密化し、BSD 予想の観点から興味深い代数的  $L$  関数の零点の位数を調べ、共著論文を arXiv で公開した。
- V) ファイバー結び目のセルマー群の局所条件の適切な類似についての指摘を与えた。
- VI) 副有限剛性の問題について遠アーベル幾何学の観点から比較検討を行った。

周知のように COVID19 の世界的な感染拡大によって未曾有の事態が続いたが、オンライン会議ツールなどの発達による新たな機会にも恵まれた。Hecke  $L$  関数の構成には至らなかったが、課題を通じて、当初期待されたように多くの成果が得られた。個別の研究の達成状況については、発表論文のリストに加えて、以下の preprint があり、いずれも何らかの形で公表済みである。

- Jun Ueki, *Modular knots obey the Chebotarev law*
- Ryoto Tange and Jun Ueki, *twisted Iwasawa invariants of knots*
- Jun Ueki Hyuga Yoshizaki, *The  $p$ -adic limits of class numbers in  $\mathbb{Z}_p$ -towers*
- Leo Benard, Ryoto Tange, Anh T. Tran, and Jun Ueki, *The multiplicities of non-acyclic  $SL_2$ -representations and the  $L$ -functions of the twisted Whitehead links*
- Sohei Tateno and Jun Ueki, *Iwasawa invariants of  $\mathbb{Z}_p^d$ -covers of links*
- Jun Ueki and Akane Yasuda, *A note on units and surfaces (a survey)*, 査読付き proceedings に投稿)

Hecke  $L$  関数の良さの判定に Stalk 予想を用いる計画であった。代数体の単数の類似物については Reznikov の研究に重要な手がかりが遺されている可能性があるため、圧縮不可能曲面や Freedman 曲面, virtual Haken 予想に関連する情報収集を、引き続き丁寧に進めていく。また Weber の類数問題の類似について Livingston の結果があるが、その一般化を目指す中でも単数の類似に関する新たな側面が見出される可能性がある。Hecke  $L$  関数の構成は依然重要な課題なので、引き続きトライアルを行っていく。

興味を共有できる研究者たちとの国際的な関係性が発達してきた。他の研究者や学生たちを巻き込んでコミュニティとして情報収集を行う方法についても、引き続き探していきたい。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Toshiki Matsusaka and Jun Ueki	4. 巻 10, no.1 paper No.4
2. 論文標題 Modular knots, automorphic forms, and the Rademacher symbols for triangle groups	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Research in the Mathematical Sciences	6. 最初と最後の頁 1-35
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40687-022-00366-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hirofumi Niibo and Jun Ueki	4. 巻 10, no.1, paper No.3
2. 論文標題 Hilbert symbols on a 3-manifold with a Chebotarev link	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Research in the Mathematical Sciences	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40687-022-00364-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jun Ueki	4. 巻 783
2. 論文標題 Erratum to: Profinite rigidity for twisted Alexander polynomials	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal)	6. 最初と最後の頁 275-278
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/crelle-2021-0079	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hirofumi Niibo and Jun Ueki	4. 巻 -
2. 論文標題 Idelic class field theory for 3-manifolds and Chebotarev links, a survey	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 RIMS Kokyu-roku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tange Ryoto, Tran Anh T, and Ueki Jun	4. 巻 15(2022)
2. 論文標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations of Twist Knots, $-3$ -Dehn Surgeries, and L-functions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 11690-11731
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnab034	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ueki Jun	4. 巻 13
2. 論文標題 Olympic links in a Chebotarev link	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the International Geometry Center	6. 最初と最後の頁 40-49
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15673/tmgc.v13i4.1751	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ueki Jun	4. 巻 53
2. 論文標題 Chebotarev links are stably generic	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Bulletin of the London Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 82-91
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/blms.12400	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ueki Jun	4. 巻 771(2021)
2. 論文標題 Profinite rigidity for twisted Alexander polynomials	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal)	6. 最初と最後の頁 171 ~ 192
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/crelle-2020-0014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jun Ueki	4. 巻 40-1
2. 論文標題 p-adic Mahler measure and Z-covers of links.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Ergodic Theory Dynam. Systems	6. 最初と最後の頁 272-288
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/etds.2018.35	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hirofumi Niibo and Jun Ueki	4. 巻 371
2. 論文標題 Idelic class field theory for 3-manifolds and very admissible links	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 8467-8488
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/7480	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計29件 (うち招待講演 13件 / うち国際学会 14件)

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Recent progress in Iwasawa theory of knots and links
3. 学会等名 Algebraic and geometric method of analysis (Zoom/Odessa, Ukraina) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年 ~ 2023年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Idelic class field theory, Hilbert reciprocity law, and Lang--Trotter's conjecture for 3-manifolds and links
3. 学会等名 2023 Ewha International Workshop on Algebraic Number Theory (Seoul, Korea) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年 ~ 2023年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 p-adic torsions, Iwasawa's nu-invariants, Frobenius trace, and Lang-Trotter's conjecture
3. 学会等名 Gauge Fields in Arithmetic, Topology & Physics, (ICMS, Bayes Centre, Edinburgh) (国際学会)
4. 発表年 2022年 ~ 2023年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations, surgeries, and L-functions of twisted Whitehead links
3. 学会等名 Low dimensional topology and Number theory XIV, 九州大学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年 ~ 2023年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Recent progress in Iwasawa theory of knots and links
3. 学会等名 Intelligence of low dimensional topology 2022, 京都大学 RIMS (招待講演)
4. 発表年 2022年 ~ 2023年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 The p-adic limits of class numbers in $\mathbb{Z}_p$ -towers
3. 学会等名 北陸結び目セミナー, 金沢大学
4. 発表年 2022年 ~ 2023年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Modular knots obey the Chebotarev law
3. 学会等名 Algebraic and geometric methods of analysis 2021, Odesa, ウクライナ (Zoom) (国際学会)
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Iwasawa theory for knots
3. 学会等名 Japan Europe number theory exchange seminar (JENTE seminar), Zoom (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations of the Whitehead link group and the L-function,
3. 学会等名 広島仙台数論研究集会, 広島大学
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 巡回終結式, 岩澤不変量, そして副有限剛性
3. 学会等名 トポロジーとコンピューター, 東京工業大学 (招待講演)
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Von Essen ' s theorem for modular knots around the torus knots
3. 学会等名 冬の力学系研究集会, 九州大学
4. 発表年 2021年 ~ 2022年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Weber ' s class number problem for cyclic covers of knots
3. 学会等名 Branched coverings, Degenerations, and Related topics 2022, 九州大学 (Zoom) (招待講演)
4. 発表年 2021年 ~ 2022年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Modular knots of triangle groups, Rademacher symbols, and 2-cocycles (joint with T.Matsusaka)
3. 学会等名 MS seminar, Kavli IPMU, Tokyo University (Zoom) (国際学会)
4. 発表年 2020年 ~ 2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Twisted Iwasawa invariants of knots
3. 学会等名 The 16th East Asia Conference of Geometric Topology, Tokyo University (Zoom) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年 ~ 2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations of twist knots and non-trivial L-invariants
3. 学会等名 Algebraic and geometric methods of analysis 2020, Ukraine, Odesa (Zoom) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 イデールの類体論の進展 II
3. 学会等名 九州代数的整数論2021春 (Zoom)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Twisted Iwasawa invariants of knots
3. 学会等名 結び目の数理 III, 東京女子大学 (Zoom)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Twisted cyclic resultants and Iwasawa invariants of knots and links
3. 学会等名 津田塾大学整数論ワークショップ2020, 津田塾大学 (Zoom)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Triangle modular knots around a torus knot and the equidistribution theorem for the refined Rademacher symbol
3. 学会等名 拡大KOOKセミナー2020, 大阪大学 (Zoom)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-trivial L-functions of twist knots and $(3n-1)$ -th roots of unity
3. 学会等名 第19回仙台広島整数論集会, 東北大学 (Zoom)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations of twist knots and non-trivial L-invariants
3. 学会等名 Algebraic and geometric methods of analysis 2020 (キエフ, ウクライナ; Zoom) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Profinite rigidity for twisted Alexander invariants
3. 学会等名 The 15st East Asia Conference of Geometric Topology (京都大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations of twist knots and $(-3)$ -Dehn surgeries
3. 学会等名 The 3rd Pan Pacific International Conference on Topology and Applications (成都, 中国) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年 ~ 2020年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Profinite rigidity for twisted Alexander polynomials
3. 学会等名 Summer School on $L_2$ -Torsion and Symmetric Spaces Mathematical Institute (ゲッティンゲン, ドイツ) (国際学会)
4. 発表年 2019年 ~ 2020年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Chebotarev link is stably generic
3. 学会等名 Morse theory and its applications (キエフ, ウクライナ) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年 ~ 2020年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations of twist knots
3. 学会等名 結び目の数理II (日本大学)
4. 発表年 2019年 ~ 2020年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Chebotarev link and idelic class field theory
3. 学会等名 代数的整数論とその周辺（京都大学）（招待講演）
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 捻じれAlexander多項式の副有限剛性について
3. 学会等名 第13回福岡数論研究集会（九州大学）
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 Jun Ueki
2. 発表標題 Non-acyclic $SL_2$ -representations of twist knots and $(-3)$ -Dehn surgeries
3. 学会等名 北陸結び目セミナー（金沢大学）
4. 発表年 2019年～2020年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 植木潤	4. 発行年 2019年
2. 出版社 サイエンス社	5. 総ページ数 8
3. 書名 数理学「素数の探求」, 2019年12月「Chebotarev絡み目とイデールの類体論」	

〔産業財産権〕

〔その他〕

Anh T. Tran  
<https://personal.utdallas.edu/~anh.tran3/>  
 Leo Benard  
<https://www.uni-math.gwdg.de/benard1/>

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 Low dimensional topology and number theory XIII, 九州大学	開催年 2021年～2022年
国際研究集会 九州代数的整数論2020夏(部分的に国際集会)	開催年 2020年～2021年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	The University of Texas at Dallas			
ドイツ	Georg-August University, Göttingen			
韓国	Seoul National University			
英国	ICMS, Bays center, Edinburgh			
米国	The University of Texas at Dallas			