

令和 6 年 5 月 27 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K14571

研究課題名（和文）Trudinger-Moser不等式に関連する変分問題とコンパクト性の研究

研究課題名（英文）Research on variational problems and compactness related to the Trudinger-Moser inequality

研究代表者

橋詰 雅斗（HASHIZUME, Masato）

大阪大学・大学院基礎工学研究科・助教

研究者番号：20836712

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：Trudinger-Moser不等式に関連する幾つかの研究に関して結果を得た。まず Trudinger-Moser型汎関数の臨界点に関して、領域のスケールに関するパラメータを導入し、そのパラメータを0もしくは無限大としたときの漸近挙動の解析を行い詳細な結果を得た。また、Trudinger-Moser不等式とSobolev不等式との関係に関して、Sobolev型不等式の極限とTrudinger-Moser不等式の関係を得た。最近の研究では、2次元全空間における変分問題と関連する非線形楕円型方程式の基底状態解との関係の研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

Trudinger-Moser不等式とSobolev不等式の関係に関する結果は、新しい観点から不等式をみることにより得られた結果である。そのため、今回得られた結果や手法を応用することにより、様々な先行研究の間の繋がりが得られるようになるのではないかと考える。また、2次元変分問題と関連する非線形楕円型方程式の基底状態解に関する研究成果は、Trudinger-Moser不等式やSobolev不等式だけでなくより一般的な不等式における研究成果であるため、発展方程式などの他の研究への応用が期待できると考えている。

研究成果の概要（英文）：We obtained several results on studies of the Trudinger-Moser inequalities. We first clarified asymptotic behavior of critical points of the Trudinger-Moser functional. Then, we obtained some results on the relationship between the Trudinger-Moser inequality and the Sobolev inequality. Recently, we obtained the relationship between variational problems and ground states of corresponding elliptic equations in two-dimensional case.

研究分野：非線形解析学

キーワード：Trudinger-Moser不等式 変分問題 コンパクト性

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

研究開始当初のTrudinger-Moser不等式に関する先行研究を以下の2つの観点からまとめる。

(1) 変分問題

(2) 関連する楕円型方程式

(1)に関して、Carleson-Changの研究から始まり、現在まで数多くの研究、その拡張が行われている。最も重要な結果として、Trudinger-Moser不等式の最良定数は達成されるということが知られている。これは、Sobolevの最良定数が達成されないという結果とは異なるものである。また、全空間Trudinger-Moser不等式に関する変分問題においても、Rufを始めとして様々な研究成果が得られている。

(2) に関しても数多くの結果がある。特に、方程式に関連する指数型汎関数の臨界点の個数を考察した研究において、円環領域上及び球領域上での臨界点の存在、個数及び非存在に関する結果があり、円環領域、球領域それぞれで異なる結果が得られている。

2. 研究の目的

Trudinger-Moser 不等式や指数型非線形項の持つ性質、非コンパクト性に起因する現象について、非線形スケール変換の観点から解析し、現在までの先行研究に関する統一的な見解を得ることを目的とする。

3. 研究の方法

(1)Trudinger-Moser 型不等式の変分問題における低階項の影響を考察する。Brezis-Nirenbergにより Sobolev 型でこの低階項の影響に関する研究が行われており、低階項の持つ性質が変分問題の達成可能性に影響を与えるという結果が得られている。Trudinger-Moser 型不等式でもこの研究を行い、達成可能性に影響を与える低階項の条件を明らかにすることで、指数型汎関数の本質的な性質を明らかにする。

(2)指数型非線形項をもつ楕円型方程式の解の定性的研究を行う。正值解の一意性やパラメータを含む方程式における解の漸近挙動などの研究を行う。

(3)Trudinger-Moser 不等式と Sobolev 不等式の関係について考察する。指数型汎関数とべき乗型汎関数の性質について、共通の性質や異なる性質、その関連性について明らかにする。

4. 研究成果

(1)Trudinger-Moser不等式に関連する最大化問題において劣臨界の増大度を持つ摂動項を付加した変分問題を考察し、原点の近傍での振る舞いと最大化関数の存在・非存在との関係性を明らかにした。二次以上の増大を持つ場合と持たない場合で存在・非存在の状況が変わるという結果を得た。この結果はLebesgueノルムを低階項にもつ変分問題での結果を包括するものであり、より一般的なものとなっている。

(2)臨界及び劣臨界Trudinger-Moser型汎関数のNeumann型正值臨界点において、領域のスケールに関するパラメータを導入し、そのパラメータを0もしくは無限大としたときの臨界点の漸近挙動の解析を行った。パラメータを0としたとき、全ての正值臨界点は、その臨界点が満た

楕円型方程式の定数解に漸近するという結果を得た。パラメータを無限大とした場合、最良定数を達成する最大化関数に関して、汎関数内の指数によって漸近挙動が変わるという結果を得た。具体的には、ある指数を境に、それより指数が大きいと最大点が一意で境界上に位置しエネルギーの凝集が起こるといふ結果を得、指数が小さいと全ての点で0に収束するという結果を得た。これらの結果をもとに、正值臨界点の最大点と領域の幾何学的性質の関係についても考察した。エネルギーの漸近展開を明らかにし、さらに、最大点は曲率最大の点に漸近していくという結果を得た。また同様の問題をDirichlet境界条件型でも考察した。パラメータを無限大とした場合、Neumann型と同様にある境目となる指数があり、それより指数が大きいと最大点が一意でエネルギーの凝集が起き、指数が小さいと全ての点で0に収束するという結果を得た。さらにDirichlet境界条件型では、最大点は内接円の半径が最大となる点に漸近するという結果を得、ここでNeumann境界条件型とDirichlet境界条件型の違いが得られた。

(3) Sobolev不等式に適当な定数倍と低階項を加えることにより、Trudinger-Moser不等式と関係の深い幾つかの性質を持つ臨界Sobolev型汎関数を構築した。この汎関数はAlvino不等式、またはradial lemmaと呼ばれる不等式をもとに構築した汎関数である。Sobolev空間における可積分指数の極限操作に関して、汎関数自身の極限はTrudinger-Moser汎関数になり、その上汎関数の集中レベルにおいてもTrudinger-Moser汎関数の集中レベルに収束するような臨界Sobolev型の汎関数を構成した。加えてこの構成した汎関数の最大化問題における最良定数に関して、下半連続性が成り立つことも示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Hashizume Masato	4. 巻 30
2. 論文標題 Effect of lower order perturbation on maximization problem associated with Trudinger-Moser inequality	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-022-00835-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hashizume Masato	4. 巻 23
2. 論文標題 Asymptotic properties of critical points for subcritical Trudinger-Moser functional	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Advanced Nonlinear Studies	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/ans-2022-0042	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Hashizume Masato, Ioku Norisuke	4. 巻 151
2. 論文標題 $W^{1,p}$ approximation of the Moser--Trudinger inequality	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 4279 ~ 4289
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/16508	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Chern Jann-Long, Hashizume Masato, Hwang Gyeongha	4. 巻 2
2. 論文標題 Properties of solutions to semilinear elliptic problem with Hardy potential	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1432-1464
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.01.009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hashizume Masato	4. 巻 2
2. 論文標題 Maximization problem on Trudinger-Moser inequality involving Lebesgue norm	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 108513 ~ 108513
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2020.108513	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計29件 (うち招待講演 24件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 2次元ノルム制約条件付き変分問題と関連する楕円型方程式の基底状態解との関係
3. 学会等名 RIMS共同研究 (グループ型 A) 「非線形問題における精密解析」 (招待講演)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 2次元 H^1 制約条件付き変分問題と関連する楕円型方程式の基底状態解の関係について
3. 学会等名 大阪大学微分方程式セミナー (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 スケールパラメータを含むTrudinger-Moser不等式の最大化関数の漸近挙動について
3. 学会等名 第19回非線形の諸問題 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Asymptotic properties of critical points for Trudinger-Moser functional involving scale parameter
3. 学会等名 名古屋微分方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 スケールパラメータを含むTrudinger-Moser不等式の最大化関数の漸近挙動について
3. 学会等名 第212回愛媛大学解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 スケールパラメータを含むTrudinger-Moser不等式の最大化関数の漸近挙動について
3. 学会等名 第112回岐阜数理科学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Trudinger-Moser型汎関数における SH^1 臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 九州関数方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Hardy項及びHardy-Sobolev項を持つ楕円型方程式の正值解について
3. 学会等名 大阪公立大学における微分方程式セミナー
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋詰雅斗、猪奥倫左
2. 発表標題 Moser-Trudinger不等式のべき乗近似
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会 函数方程式論分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Moser-Trudinger不等式のべき乗近似
3. 学会等名 熊本大学応用解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 スケールパラメータを含むTrudinger-Moser不等式の最良定数の漸近展開
3. 学会等名 RIMS共同研究（グループ型A）「精密解析による非線形問題の新展開」
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 スケールパラメータを含むTrudinger-Moser不等式の最大化関数の漸近挙動について
3. 学会等名 岐阜数理科学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser型汎関数における H^1 臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 楢円型・放物型微分方程式オンラインセミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser型汎関数における H^1 臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 オンラインによる微分方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser型汎関数における H^1 臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 日本数学会 2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser型汎関数における H^1 臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 名古屋ポテンシャル論セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser型汎関数における H^1 臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 香川における偏微分方程式研究会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Asymptotic properties of critical points for subcritical Trudinger-Moser functional
3. 学会等名 International Workshop on Nonlinear Elliptic Equations and Its Applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser型汎関数における H^1 臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 RIMS共同研究 非線形問題の精密解析（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Effect of lower order perturbation on maximization problem associated with Trudinger-Moser inequality
3. 学会等名 微分方程式の総合的研究 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser型汎関数の臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 第10回室蘭非線形解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 劣臨界Trudinger-Moser汎関数の臨界点の漸近挙動について
3. 学会等名 RIMS共同研究「非線形問題への常微分方程式の手法によるアプローチ」 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Effect of compact term on maximization problem associated with Trudinger-Moser inequality
3. 学会等名 Variational analysis on critical problems of nonlinear partial differential equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Trudinger-Moser不等式に関する最大化問題におけるコンパクト項の影響
3. 学会等名 第239回広島数理解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Effect of compact term on maximization problem for Trudinger-Moser inequalities
3. 学会等名 2019 International Workshop on Nonlinear PDEs and Its Applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Trudinger-Moser不等式に関する最大化問題におけるコンパクト項の影響
3. 学会等名 第23回半田山微分方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 コンパクト項付きTrudinger-Moser型不等式に関する最大化問題について
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会函数方程式論分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 コンパクト項付きTrudinger-Moser型不等式に関する最大化問題について
3. 学会等名 愛媛大学における微分方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋詰雅斗
2. 発表標題 Trudinger-Moser型不等式に関する変分問題について
3. 学会等名 東北大学応用数理解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------