

令和 4 年 6 月 21 日現在

機関番号：13501

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2021

課題番号：19K14585

研究課題名（和文）組合せデザインの代数的構成法およびその検査計画問題への応用

研究課題名（英文）Algebraic constructions for combinatorial designs and their applications to combinatorial testing

研究代表者

盧 曉南 (Lu, Xiao-Nan)

山梨大学・大学院総合研究部・特任助教

研究者番号：10805683

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,000,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、組合せデザインの様々な代数的構成法に注目し、それらの関連性の解明を向けて理論と応用の両側面から研究を行った。特に、検査計画問題および関連するアルゴリズムに力を入れた。主な研究成果は以下に挙げられる。(1)直交ラテン方陣の高次版と構成法の提案、(2)アーベル群不変な Steiner 四重系の存在性証明、(3)巡回準直交配列の特徴付け・代数的構成法・統計的最適性評価・コンピュータ探索と分類、(4)最小距離が大きい BCH 符号の線形次元の解明、(5)ロケーティング配列(LA)の新しい評価式の導出、(6)検査計画の適応型検出アルゴリズムの改良、(7)誤り訂正能力を持つ LA の概念と構成法の提案。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、組合せデザインと呼ばれる離散構造の代数的側面に焦点を当てて、それらの内在する関連性の解明およびそれらの符号および統計的実験計画への応用について研究を行って、各問題に新たな研究結果を得た。また、複数のコンポーネントが組み込まれる複雑システムにおける故障を検出するための数理モデルとして、組合せデザイン・代数学・符号理論等多様な手法を用いて、検査計画問題の理論的限界のより精確な評価を与え、検出アルゴリズムの効率化に成功した。本研究で得られた成果は、情報通信・実験計画・ソフトウェア工学等の領域において、基礎数学理論・数理モデルおよび関連するアルゴリズムを貢献することになる。

研究成果の概要（英文）：Focusing on algebraic constructions of combinatorial designs, this research is devoted for clarifying the relationship among different algebraic constructions, and exploring the applications of those combinatorial designs. In particular, for combinatorial interaction testing, both new constructions of combinatorial arrays and improved faulty location algorithms are developed. Main contributions include: (1) Generalization of mutually orthogonal Latin squares to higher dimensions; (2) Proof of existence of abelian-group invariant Steiner quadruple systems; (3) Algebraic characterization, statistical optimality, new results and classifications by computer search for circulant almost orthogonal arrays; (4) Clarifying the linear dimensions of a class of BCH codes with large distance. (5) Proposing a new bound for locating arrays. (6) Improving adaptive algorithms for fault location in combinatorial testing; (7) Introducing the notion and constructions of error-correcting locating arrays.

研究分野：離散数学，数理情報学

キーワード：Combinatorial design Combinatorial testing Locating array Orthogonal array Steiner quadruple system Fault location Adaptive algorithm Error-correcting code

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C-19、F-19-1、Z-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 組合せデザイン理論と呼ばれる離散構造は、代数学における有限群・有限体および数論に深く関係しており、統計的実験計画および情報通信における種々の符号等の多様な分野に応用研究が推進されてきた。研究代表者は、以前に特別研究員奨励費（2014年4月～2017年3月、課題番号：14J11700）「組合せデザインの代数・幾何構造と最適組合せ符号への応用」で組合せデザインおよびその代数的性質と幾何的性質を注目しながら、光直交符号と呼ばれる組合せ符号の構成法への応用について、研究成果を得た。上記の組合せデザインや組合せ符号に限らず、組合せデザインの代数的構成法に内在する組合せ論的と代数的性質を明らかにすることを通して、他分野への応用を広く取り込むことやそれに関連する探索アルゴリズムの考案・工夫が必要となる。

(2) 検査計画は、多くのコンポーネント（例えば、ソフトウェアのモジュール）が組み込まれる複雑システムにて交互作用による故障が起こりうる部分を検出し、さらにその原因を特定することが目的である。近年、ソフトウェア・ハードウェアの大規模化・複雑化に伴い、組合せテストに基づく検査計画は、応用統計学およびソフトウェア工学領域に盛んに研究されてきた。検査計画を表すテスト配列の設計が重要であり、代表的な組合せ配列として、被覆配列とロケーティング配列等が考案されてきた。また、それらの組合せ配列は、組合せデザインと密接に関係することが知られており、組合せデザインの研究と互いに進展していくことが期待できる。しかし、これらの組合せ配列の数学的な構成が困難であり、未解決問題が多数残っている。さらに、組合せ配列が与えられたときに故障原因を検出するアルゴリズムの研究が存在するが、一部の故障が検出できない問題や計算量の評価し難い等の問題が多数残っており、アルゴリズムの改良が必要となる。

2. 研究の目的

(1) 組合せデザインの様々な代数的構成法の関連性を解明し、それらの統一的に取り扱い方法を模索する。また、それらに関連するコンピュータ探索アルゴリズムの開発・評価を行い、およびその統計的実験計画・符号理論等への応用研究を推進させる。

(2) 検査計画における組合せ配列の構成法を提案し、それらの最適性を評価するための限界式を導出・評価し、さらに故障原因を検出アルゴリズムの開発・評価を行う。

(3) 組合せデザインの代数的構成法、検査計画問題における効率の良い検査アルゴリズムの研究をベースに、組合せ符号に限らず情報科学の諸分野への新たな応用をチャレンジしてみる。

3. 研究の方法

(1) 組合せデザインは、有限群論・有限体の指標理論等の代数的手法と深く関連している。本研究では、それらの手法を用いて異なる代数的性質をもつ組合せデザインのクラス間の関連性を解明するように試した。

(2) 一般的パラメータをもつ組合せ構造を構成するため、組合せ論の再帰的方法が有効であると知られている。本研究では、組合せデザインや符号の構成に組合せ論の方法を利用するようにした。また、異なる応用のために定義された組合せ構造の構成法を参考しながら、それらの内在する共通部分構造を統一的取り扱いに焦点を当てていた。

(3) 組合せ構造のコンピュータ探索を効率的に行うため、組合せ問題を制約充足問題に定式化し、高速なソルバーで求解するアプローチを利用し、コンピュータの計算力を最大に発揮するよう工夫した。

4. 研究成果

組合せデザイン理論およびその代数的構成法について、以下の研究成果を得た。

(1) 組合せデザイン理論において、直交ラテン方陣が古くから研究され、統計的実験計画等の分野へ応用がよく知られている。本研究では、直交ラテン方陣の一般化として高次元直交立方体 (Mutually Dimensionally Orthogonal Hypercubes; MDOH) の概念およびその代数的構成法を与えた。さらに、有限体の方法を用いて、位数が素数冪の MDOH において、低次元の先行結果より

改善できたことを示した。本研究成果は, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences に掲載された。

(2) 巡回的 Steiner 四重系 (Cyclic Steiner Quadruple Systems; CSQS) の存在性問題は組合せデザイン理論において古くから研究された難問である。本研究では, CSQS より一般のクラスであるアーベル群を自己同型群とする Steiner 四重系 (アーベル群不変な Steiner 四重系) における存在性およびその構成法問題について, 解析数論の手法を援用して組合せ論の再帰的構成法を示すことができ, その存在性問題を CSQS の存在性問題に帰着することに成功した。本研究成果は, Journal of Combinatorial Theory, Series A に掲載された。

(3) 直交配列 (Orthogonal Array; OA) は組合せデザイン理論・統計的実験計画・検査計画の複数の分野において重要な数理構造の一つである。本研究では, 脳内の血液流動変化を測定する磁気共鳴機能画像法 (functional Magnetic Resonance Imaging; fMRI) 実験を効率的に行うため, 近年 fMRI の統計モデルおよびその実験計画の研究が活発的に進んでいる。本研究では, fMRI 実験の計画行列である OA に代数的制約を加えた巡回準直交配列 (Circulant Almost Orthogonal Array; CAO) について, 数理的特徴付けを行い, その統計的最適性の評価基準を確立し, 最適な CAO の構成法を与えた。さらに, 特殊なクラスの CAO について, 情報通信系列との関連性を説明した。本研究成果は, Journal of Statistical Planning and Inference に掲載された。

また, 特殊な代数的構造を持つ CAO に内在する組合せデザインに対して, 代数学の手法と強力な計算機探索アルゴリズムを併用することによって, 小位数のデザインにおける数え上げと分類することに成功した。本研究成果は, 国内学会で発表した。本研究をさらに発展する上, 論文としてまとめて投稿予定である。

(4) 巡回符号としてよく知られている BCH 符号を組合せ論の視点から考察し, 符号長に比例する最小距離を持つ BCH 符号の構成法を見出し, 符号の最小距離とともに次元も明らかにした。本研究成果は, SIAM Journal on Discrete Mathematics に掲載された。

検査計画において, 故障原因となるコンポーネント間の交互作用を特定するために, 適応型と非適用型の 2 種類のアプローチがある。本研究では, 2 種類の手法ともに取り込み, それぞれ以下の通り研究成果を得た。

(5) 検査計画分野で交互作用における欠陥と特定するためのテスト配列として, ロケーティング配列 (Locating Array; LA) と呼ばれる組合せ構造が知られている。本研究では, LA の最適性, つまり与えられた因子数・水準数・欠陥数に対して必要なテスト回数に関する下限界を考案し, 新しい評価式を与えた。また, 統計学・ソフトウェアの品質管理・組合せ論・符号理論などの多様な視点から, 様々な組合せ配列の数理的構成法, および誤り訂正符号等との関連をサーベイし, 論文として Japanese Journal of Statistics and Data Science に掲載された。

(6) 検査計画において, 既知唯一の適応型検出アルゴリズム (MMPS と呼ぶ) を改良することに成功した。本研究で改良したアルゴリズムは, 被覆配列と呼ばれる組合せデザインを用いて, 不具合の「複雑度」が一定数以下の場合に不具合原因となる組合せをすべて検出できることを理論的に証明できた。また, 「複雑度」を制約しないシステムに対しても検出正解率が大幅に向上したことを計算機シミュレーション実験で検証した。本研究成果は, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences に掲載された。

さらに, 検査計画の検出アルゴリズムに関連するグラフ構造の特徴付けを行い, グラフ上の組合せ探索問題をモデル化・一般化し, その情報理論的な側面および計算理論的な側面から組合せ限界式と計算量の考察を行った。本研究成果は, 国内学会で発表した。本研究をさらに発展する上, 論文としてまとめて投稿予定である。

(7) 誤り訂正符号と組合せ検査計画問題の融合研究として, 検査計画の非適用型のアプローチに利用される誤り訂正能力を持つ LA の概念を提案し, 符号理論, 組合せデザインの代数的構成法, 有限体の指標等を用いた多様な構成法を発展させた。本研究成果は, 情報理論の国際会議 The 2022 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2022) に採択された。

(8) 最後に, 組合せデザインの代数的構成法を暗号理論への応用として, 秘密情報の平文をいくつかの分散情報に分けて管理する暗号方式である秘密分散法に関する研究を行った。改竄攻撃に耐えられる秘密分散法を実現するための代数的改竄検出 (Algebraic Manipulation Detection; AMD) 符号を構成するため, Almost External Difference Family (AEDF) と呼ばれる組合せデザインを提案し, 理論的構成法を与え, そして最適 AMD 符号との関連性を示した。本研究成果は, 国内学会で発表した。本研究をさらに発展する上, 論文としてまとめて投稿予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Qianqian Yang, Xiao-Nan Lu	4. 巻 E105.A
2. 論文標題 An Improved Adaptive Algorithm for Locating Faulty Interactions in Combinatorial Testing	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 930 ~ 942
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2021EAP1071	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Xiao-Nan Lu, Masakazu Jimbo	4. 巻 採択
2. 論文標題 Error-correcting locating arrays for interaction fault location in combinatorial testing	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the 2022 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Xiao-Nan Lu, Tomoko Adachi	4. 巻 E103.A
2. 論文標題 On Dimensionally Orthogonal Diagonal Hypercubes	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1211 ~ 1217
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2019DMP0009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Xiao-Nan Lu, Miwako Mishima, Nobuko Miyamoto, Masakazu Jimbo	4. 巻 213
2. 論文標題 Optimal and efficient designs for fMRI experiments via two-level circulant almost orthogonal arrays	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Planning and Inference	6. 最初と最後の頁 33 ~ 49
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jspi.2020.11.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Satoshi Noguchi, Xiao-Nan Lu, Masakazu Jimbo, Ying Miao	4. 巻 35
2. 論文標題 BCH Codes with Minimum Distance Proportional to Code Length	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 179 ~ 193
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/19M1260876	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Lijun Ji, Xiao-Nan Lu	4. 巻 181
2. 論文標題 Symmetric abelian group-invariant Steiner quadruple systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Combinatorial Theory, Series A	6. 最初と最後の頁 No. 105435
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jcta.2021.105435	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Xiao-Nan Lu, Masakazu Jimbo	4. 巻 2
2. 論文標題 Arrays for combinatorial interaction testing: a review on constructive approaches	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 641 ~ 667
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-019-00056-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件 (うち招待講演 4件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 Xiao-Nan Lu, Miwako Mishima, Nobuko Miyamoto, Masakazu Jimbo
2. 発表標題 Circulant almost orthogonal arrays and related problems in statistics and combinatorics
3. 学会等名 Xinyang Normal University Math and Statistics Colloquium (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 盧 暁南
2. 発表標題 SATソルバーの組合せデザイン問題への応用事例
3. 学会等名 名古屋組合せ論セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 盧 暁南
2. 発表標題 Searching for edges in a multi-partite graph
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Xiao-Nan Lu, Shota Kawaguchi, Miwako Mishima
2. 発表標題 Almost external difference families via cyclotomy
3. 学会等名 43rd Australasian Combinatorics Conference (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 盧 暁南, 川口 翔大, 三嶋 美和子
2. 発表標題 Almost external difference families via cyclotomy
3. 学会等名 日本数学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Xiao-Nan Lu, Miwako Mishima, Nobuko Miyamoto, Masakazu Jimbo
2. 発表標題 Circulant almost orthogonal arrays: statistical optimality and related combinatorial structures
3. 学会等名 Colloquium on Combinatorial Designs (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 盧 曉南, 三嶋美和子, 宮本暢子, 神保雅一
2. 発表標題 Circulant almost orthogonal arrays and perfect binary sequences
3. 学会等名 日本数学会2020年度秋季総合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 盧 曉南
2. 発表標題 Enumeration and classification of two-level circulant almost orthogonal arrays with strength 2 and bandwidth 1
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 盧 曉南
2. 発表標題 グループテスト入門
3. 学会等名 研究集会「実験計画法と符号および関連する組合せ構造」2019 (招待講演)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
中国	Soochow University (蘇州大学)		