

令和 6 年 5 月 22 日現在

機関番号：14501

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K14586

研究課題名（和文）不完全性定理を通じた形式的証明可能性の研究

研究課題名（英文）Research of formal provability by means of the investigation of incompleteness theorems

研究代表者

倉橋 太志 (Kurahashi, Taishi)

神戸大学・システム情報学研究科・准教授

研究者番号：10738446

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：不完全性定理の諸相を調べることを通じて形式的体系における証明可能性の分析を行い、形式的証明の概念の性質の本質に迫る、もしくは構造を理解する研究を行った。第1不完全性定理、第2不完全性定理、様相論理を通じた証明可能性述語の分析、様相算術や準古典算術に関する基本的な性質の分析などを通じて、不完全性定理周辺の状況について多方面からいろいろな結果を導くことができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

不完全性定理の周辺に関する分析を行うことで形式的証明の構造を理解するという研究は、これまでも様々な角度から行われている。こうした先行研究を踏まえながらも、独自の視点を常に持ち、内容的にも、また技術的にもそれなりに意義のある研究成果を得ることができたと感じている。本研究により、形式的証明可能性の概念の理解に向けた、いくつかの本質的な前進ができたといえる。

研究成果の概要（英文）：The notion of provability in formal systems is studied through the analysis of various aspects of the incompleteness theorems. The main purpose of this research is to explore the essence of the nature of the notion of formalized provability, and to understand its structure. By studying the first incompleteness theorem, the second incompleteness theorem, provability predicates through modal logic, and basic properties of modal arithmetic and semi-classical arithmetic, I could derive several results about the situation surrounding the incompleteness theorems.

研究分野：数学基礎論・数理論理学

キーワード：数学基礎論 数理論理学 不完全性定理 様相論理 証明可能性論理 形式的算術 算術のモデル 形式的証明可能性

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

Gödel によって 1931 年に発表された不完全性定理は理論  $T$  の不完全性に関する第 1 不完全性定理と  $T$  の無矛盾性を表す文  $\text{Con}(T)$  の証明不可能性に関する第 2 不完全性定理からなり、いずれも形式的体系の証明可能性に関する重要な定理である。不完全性定理の証明には "x は理論  $T$  において証明可能である" という関係を表わす論理式である証明可能性述語を用いることが本質的である。不完全性定理の発表から 90 年が経過した現在でも、形式的体系の証明可能性という概念の全体像は明らかにはなっておらず、証明可能性の数理的構造の解明のためには、第 1 不完全性定理・第 2 不完全性定理それぞれに関連する次の問題の分析が重要であった：

- ・第 1 不完全性定理に関して、決定不能命題のような、理論の証明可能性の構造に関わる性質を持つ文がどのような振る舞いをするのか。
- ・第 2 不完全性定理に関して、理論の証明可能性が持つ性質のうち、本質的なものは何か。また、証明可能性述語が本質的に満たすべき性質は何か。

## 2. 研究の目的

本研究は上述のような問題について、強い性質を持つ決定不能命題の分析や標準的ではない証明可能性述語の分析を主軸に置き、様相論理や様相算術・準古典算術などの視点も取り入れながら、形式的体系の証明可能性の構造の解明を目指すものである。

## 3. 研究の方法

第 1 不完全性定理に関わる決定不能命題の分析、証明可能性述語に関する様相論理の構文論的、意味論的分析を中心にして、証明可能性構造に関する分析を行った。本研究は単独で行った課題もあれば、国内外の研究者と議論をする中でさらに進めた課題もある。具体的には千葉大学の大川裕矢氏、愛知学院大学の岩田荘平氏、東京理科大学の藤原誠氏、Utrecht 大学の Albert Visser 氏、オランダの V. Yu. Shavrukov 氏、神戸大学の奥田幹氏、金沢大学の小暮晏佳氏、東京工業大学の鹿島亮氏との共同研究を行った。得られた結果は国内外の研究集会や学会等で発表を行い、論文として各学術雑誌において発表を行った。

## 4. 研究成果

### 第 1 不完全性定理について

- (1) 複数の理論に対して同時に  $\omega$ -保存的となる文の存在に関する Guaspari の問題について：  
を  $n > 0$  に対する  $\omega_n$  もしくは  $\omega_n$  とする。PA の  $\omega_1$ -定義可能な無矛盾拡大理論に対して、 $\omega$ -保存的な  $\omega_n$  文が存在することが Guaspari (1979) によって示されており、これは Gödel の第一不完全性定理の強化版である。Bennet (1986) は特に 2 つの理論において同時に  $\omega_n$ -保存的となる文が存在するための必要十分条件を与えた。本研究では有限個の理論が同時に  $\omega_n$ -保存的となる文が存在するための必要十分条件を与えることで Bennet の結果を一般化する研究を行った。更に、任意の有限個の理論に対して同時に  $\omega_n$ -保存的となる文が存在することを証明した。特に後者は約 40 年未解決であった、有限個の理論に対する Guaspari の問題を完全に解決したものである。千葉大学の大川裕矢氏、オランダの V. Yu. Shavrukov 氏、Utrecht 大学の Albert Visser 氏との共同研究である。
- (2) 弱い算術  $R$  に対する Cobham と Vaught の定理の拡張：  
Robinson による弱い算術の理論  $Q$  について、第 1 不完全性定理の帰結として  $Q$  が本質的遺伝的決定不能であるという事実が得られることは日本語の教科書にも記載される程度に基本的な事実である。他方、 $Q$  より弱い Tarski, Mostowski and Robinson の算術  $R$  が本質的遺伝的決定不能であるという Cobham の定理は証明も含めてほとんど知られていない。Cobham の結果を拡張した、 $R$  の強実効的分離不能性を示す Vaught の定理 (1962) も知られているが、こちらは直接的な証明さえ残されていない。本研究では Cobham の定理および Vaught の定理の拡張を行い、また見通しの良い証明を与えた。Utrecht 大学の Albert Visser 氏との共同研究である。
- (3) Pour-El の定理とその周辺：

第 1 不完全性の主張である，理論の本質的不完全性を強めた性質がいろいろと知られており，それらの間の関係を示す研究がおよそ 60 年前に盛んにおこなわれていたが，現在はあまり顧みられることはなくなっている．その中でも CE 理論の実効的本質的不完全性と実効的分離不能性を主張する Pour-EI の定理(1968)があり，まずは本研究ではこの Pour-EI の定理の簡潔な別証明を与えた．さらに，そのアナロジーとして，CE 理論の実効的本質的遺伝的創造性が強実効的分離不能性と同値であることを証明した．Utrecht 大学の Albert Visser 氏との共同研究である．

## 証明可能性論理について

### (4) 証明可能性の様相述語論理の包含関係：

証明可能性の様相述語論理はいろいろな結果がきれいには成立しないことが知られている．特にペアノ算術の述語証明可能性論理が  $\omega_1$ -完全であるという Vardanyan の定理(1986)が決定的であり，そこからペアノ算術の述語証明可能性論理が公理化不可能であることが導かれるために，述語証明可能性論理は証明可能性論理の研究の主流からは外れてしまっている．しかし，その中でも秩序を見出すことが可能である．本研究においては Vardanyan の定理の証明において本質的である Artemov の補題を用いて述語証明可能性論理間の包含関係が成立するための必要条件をいくつか示した．また，同様の手法を用いることで， $\omega_1$  述語証明可能性論理の間に包含関係が成立するための必要十分条件を与えることができた．

### (5) FGH 定理について：

$\omega_1$  関係の弱表現可能性を形式的算術において形式化することで得られる FGH 定理 (Friedman-Goldfarb-Harrington)は，任意の  $\omega_1$  文が  $\text{Con}(T)$  のもとで  $\text{Pr}_T(\ )$  という形の文と同値であることを主張するものである．理論  $T$  において証明も反証もできないような文としてどのような形のものが取れるのか，という問いに対するアプローチとして，本研究では特に FGH 定理における文  $\phi$  がどのような形の文としてとれるのか，について古典命題論理および様相論理の観点から分析を行った．また， $\text{Pr}_T$  として Rosser 証明可能性述語をとった場合についても分析を行った．

### (6) 全ての証明可能性述語の証明可能性論理：

通常，第 2 不完全性定理の証明においては証明可能性述語は導出可能性条件  $D_1, D_2, D_3$  を満たすことが想定されているが，他方で Rosser 証明可能性述語など  $D_2$  や  $D_3$  を満たさないものもあり，そのような証明可能性述語を用いて導出可能性条件と第 2 不完全性定理の成立に関する詳細な分析をこれまでに行ってきた．本研究は証明可能性述語に最低限要求したい  $D_1$  以外の一切の条件を満たさない証明可能性述語について，様相論理の観点から分析を行った．具体的には，そのような証明可能性述語に対応する様相論理が Fitting ら (1992) による非正規様相論理  $N$  とちょうど一致することを証明した．更に， $N$  の拡張である  $N_4, NR, NR_4$  について同様の分析を行った．

### (7) 単調性を満たす証明可能性述語の様相論理：

上述の研究に続いて，Hilbert と Bernays による導出可能性条件  $M$ ： $(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\text{Pr}_T(\phi) \rightarrow \text{Pr}_T(\psi))$  が証明できれば  $\text{Pr}_T(\ )$  も証明できる)を満たす証明可能性述語について，様相論理の観点から分析を行った．非正規様相論理  $MN$  がちょうどそのような証明可能性述語の様相論理であることをはじめとして， $MN_4, MNP, MNP_4, MND$  についても同様の分析を行った．金沢大学の小暮晏佳氏との共同研究である．

### (8) 証明可能性論理 $D$ のシーケント計算：

証明可能性論理  $GL$  に対するシーケント計算に関する研究は多く行われているが，他方で  $GL$  に関連する論理たちのシーケント計算に関する研究はそれほど多くは行われていない．本研究は Kushida (2020)による証明可能性論理  $S$  のシーケント計算の体系とそのカット除去に基づき， $GL$  と  $S$  の間にある証明可能性論理である  $D$  のシーケント計算の体系とそのカット除去を分析した．東京工業大学の鹿島亮氏と愛知学院大学の岩田莊平氏との共同研究である．

### (9) 2 重証明可能性論理 $GR$ の補間定理：

証明可能性論理  $GL$  のクレイグ補間性は Smorynski (1978) と Boolos (1979) によって独立に示されている． $GL$  の一様補間性は Shavrukov (1993) が，リンドン補間性は Shamkakov (2011) が証明している．通常の証明可能性述語と Rosser 述語に関する 2 重様相論理  $GR$  は Shavrukov (1991) に導入されたものであるが，そのクレイグ補間性は Sidon (1994)によって証明されている．今回は  $GR$  の部分論理  $GR^{\text{circ}}$  と  $GR$  に対する新たな関係意味論を導入し，それに基づいて  $GR^{\text{circ}}$  と  $GR$  のリンドン補間性と一様補間性を証明した．金沢大学の小暮晏佳氏との共同研究である．

## 解釈可能性と部分保存性の論理について

- (10) 解釈可能性論理 IL の部分論理の完全性：  
証明可能性の様相論理 GL に "PA + B は PA + A 上で  $\omega$ -保存的" を表す論理式を加えることで様々な体系が得られる。特に ILM が  $\omega$ -1-保存性の論理であることが知られている。ILM は論理 IL の拡張であるが、 $\omega$ -1 に対しては IL の公理 J5 がもはや妥当ではないため、 $\omega$ -保存性の論理の分析の基盤となるのは IL から J5 を除いた CL という論理である。本研究では同様に IL から種々の公理を除いて得られる 20 個の論理に対するクリプキ完全性について分析を行った。特にそのうちの 12 個の論理がクリプキ完全であり、8 個の論理が不完全であることを示した。千葉大学の大川裕矢氏との共同研究である。
- (11) 解釈可能性論理 IL の部分論理の FPP, UFP, CIP：  
上述の研究において導入した、解釈可能性論理 IL や保存性論理 CL の部分論理に対する不動点の性質 (FPP)、不動点の一意性 (UFP)、クレイグ補間性 (CIP) の成立状況について網羅的な分析を行い、特に重要な 12 個の論理に関してはそれぞれの性質の成立・不成立の状況を完全に調べることができた。本研究により、特に IL の各公理がどのような役割を担っているのかの理解が深まった。神戸大学の岩田荘平氏、千葉大学の大川裕矢氏との共同研究である。
- (12) 部分保存性の論理 CL の拡大に対する位相的意味論：  
証明可能性論理 GL に対して位相的意味論が考えられており、特に scattered である位相空間がちょうど GL と対応することなどの結果が知られている。GL はクリプキ関係意味論に関して強完全ではないことが知られているが、他方、位相的意味論については強完全となることが Shehtman (1998) によって証明されている。IL や CL、およびその拡大論理は GL を含み、したがって関係意味論に関して強完全ではないことが分かる。本研究では 2 重位相空間を用いた IL や CL に対する位相的意味論を導入し、Shehtman による超ブーケの概念を拡張することによって、これらの論理に対する位相的強完全性を証明した。神戸大学の岩田荘平氏との共同研究である。
- (13) 遺伝性の公理 P について：  
解釈可能性論理 IL に公理  $P: A \triangleright B \rightarrow (A \triangleright B)$  を加えた論理の、有限公理化可能な算術に対する算術的完全性が知られている (Visser, 1990)。本研究は IL の部分論理  $IL^\wedge$  に P を加えた論理  $IL^\wedge(P)$  の諸性質を分析することで、P がよい振る舞いをするを明らかにするものである。結果として、 $IL^\wedge(P)$  がカット除去可能なシークエント計算をもつこと、関係意味論のベースとなること、算術的完全であることが示された。神戸大学の岩田荘平氏および千葉大学の大川裕矢氏との共同研究である。

## 様相算術と準古典算術について

- (14) 様相算術における選言特性と存在特性：  
が証明可能ならば  $\Box A$  が証明できる、という選言特性とそのバリエーションは直観主義論理、様相論理、または不完全性定理というそれぞれ異なる文脈において議論されてきた。形式的算術に様相記号  $\Box$  を加えることによって得られる様相算術においても選言特性に関する研究は行われており、Friedman and Sheard (1989) は  $PA(S4)$  の CE 拡大理論に対する様相選言特性と様相存在特性が同値であることを証明している。本研究はいろいろな文脈における既存の結果を再解釈し、分析において用いられている手法を統合・強化することを目指した。結果として Friedman and Sheard の定理の拡張や、様相選言特性の意味論的特徴づけなどが得られた。神戸大学の奥田幹氏との共同研究である。
- (15) 準古典算術における冠頭標準形：  
古典述語論理における基本的な結果のひとつである冠頭標準形定理は、直観主義論理上では成立しないことがよく知られている。Akama, Berardi, Hayashi and Kohlenbach (2004) は  $\omega$ -n と  $\omega$ -n に基づく排中律や二重否定除去律を直観主義算術 HA に加えることによって得られる準古典算術の枠組みを提示し、いくつかの準古典算術における部分的な冠頭標準形定理を証明することで、準古典算術のなす階層がいずれ古典算術 PA に到達することを証明した。本研究はまずは Akama らの冠頭標準形定理の証明におけるギャップを埋め、更に得られた冠頭標準形定理の最適性までも証明した。明治大学の藤原誠氏との共同研究である。
- (16) 準古典算術の階層の精密化：  
Akama らによって導入された準古典算術の階層に対して、より多くの論理原理を考案し、様々な理論間の関係について詳細な分析を行うことによって、準古典算術の階層の精密化をすることを目的とする研究を行った。結果として、準古典算術の研究を行う際には常に手元

において参照する価値のある辞書のような論文が出来上がった。明治大学の藤原誠氏との共同研究である。

(17) 準古典算術の保存性：

PA が HA に  $\omega_k$  論理式に対する排中律  $\omega_k$ -LEM を加えた理論において  $\omega_{k+2}$ -保存的であることが知られている。これは PA が HA 上  $\omega_2$ -保存的であるという Friedman の定理の一般化である。本研究は PA が HA に  $\omega_k$ -LEM 以外の論理公理を加えた理論においてどの程度の保存性が成立するのか、またどの程度の保存性が成立すればどのような論理公理や規則が成立するのかを体系的に分析した。明治大学の藤原誠氏との共同研究である。

(18) 冠頭標準形の正当化について：

古典述語論理における基本的な結果のひとつである冠頭標準形定理について、直観主義算術と古典算術の文脈でこれまでに分析を行ってきた。今回はこれらの先行研究が、実際に論理式を同値な冠頭標準形に書き換える作業の観点からも妥当なものであるということの保証を与える研究を行った。東京理科大学の藤原誠氏との共同研究である。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計18件（うち査読付論文 17件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 2件）

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>Makoto Fujiwara and Taishi Kurahashi                         | 4. 巻<br>68              |
| 2. 論文標題<br>Refining the arithmetical hierarchy of classical principles | 5. 発行年<br>2022年         |
| 3. 雑誌名<br>Mathematical Logic Quarterly                                 | 6. 最初と最後の頁<br>318 ~ 345 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1002/malq.202000077                     | 査読の有無<br>有              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                                 | 国際共著<br>-               |

|   |                         |
|---|-------------------------|
| 1. 著者名<br>KURAHASHI TAISHI、OKUDA MOTOKI                             | 4. 巻<br>17              |
| 2. 論文標題<br>DISJUNCTION AND EXISTENCE PROPERTIES IN MODAL ARITHMETIC | 5. 発行年<br>2022年         |
| 3. 雑誌名<br>The Review of Symbolic Logic                              | 6. 最初と最後の頁<br>178 ~ 205 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1017/S1755020322000363               | 査読の有無<br>有              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                              | 国際共著<br>-               |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>Kurahashi Taishi                             | 4. 巻<br>111             |
| 2. 論文標題<br>Some Observations on the FGH Theorem        | 5. 発行年<br>2023年         |
| 3. 雑誌名<br>Studia Logica                                | 6. 最初と最後の頁<br>749 ~ 778 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1007/s11225-023-10045-6 | 査読の有無<br>有              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)                 | 国際共著<br>-               |

|  |                      |
|--|----------------------|
| 1. 著者名<br>Haruka Kogure Haruka and Taishi Kurahashi                      | 4. 巻<br>174          |
| 2. 論文標題<br>Arithmetical completeness theorems for monotonic modal logics | 5. 発行年<br>2023年      |
| 3. 雑誌名<br>Annals of Pure and Applied Logic                               | 6. 最初と最後の頁<br>103271 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1016/j.apal.2023.103271                   | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                                   | 国際共著<br>-            |

|  |                    |
|--|--------------------|
| 1. 著者名<br>倉橋太志                         | 4. 巻<br>2233       |
| 2. 論文標題<br>証明可能性述語の様相論理                | 5. 発行年<br>2022年    |
| 3. 雑誌名<br>京都大学数理解析研究所講究録               | 6. 最初と最後の頁<br>1~18 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし         | 査読の有無<br>無         |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著<br>-          |

|  |                        |
|--|------------------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi                                     | 4. 巻<br>110            |
| 2. 論文標題<br>On inclusions between quantified provability logics | 5. 発行年<br>2022年        |
| 3. 雑誌名<br>Studia Logica  | 6. 最初と最後の頁<br>165--188 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1007/s11225-021-09957-y         | 査読の有無<br>有             |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                         | 国際共著<br>-              |

|   |                          |
|---|--------------------------|
| 1. 著者名<br>Makoto Fujiwara and Taishi Kurahashi                      | 4. 巻<br>86               |
| 2. 論文標題<br>Prenex normal form theorems in semi-classical arithmetic | 5. 発行年<br>2021年          |
| 3. 雑誌名<br>The Journal of Symbolic Logic                             | 6. 最初と最後の頁<br>1124--1153 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1017/jsl.2021.47                     | 査読の有無<br>有               |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                              | 国際共著<br>-                |

|  |                          |
|--|--------------------------|
| 1. 著者名<br>Sohei Iwata and Taishi Kurahashi                                     | 4. 巻<br>31               |
| 2. 論文標題<br>Topological semantics of conservativity and interpretability logics | 5. 発行年<br>2021年          |
| 3. 雑誌名<br>Journal of Logic and Computation                                     | 6. 最初と最後の頁<br>1716--1739 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1093/logcom/exab046                             | 査読の有無<br>有               |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-                |

|  |                      |
|--|----------------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi and Yuya Okawa  | 4. 巻<br>63           |
| 2. 論文標題<br>Effectively constructible fixed points in Sacchetti's modal logics of provability | 5. 発行年<br>2022年      |
| 3. 雑誌名<br>Notre Dame Journal of Formal Logic   | 6. 最初と最後の頁<br>35--49 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1215/00294527-2022-0003                                       | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-            |

|  |                      |
|--|----------------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi, Yuya Okawa, V. Yu. Shavrukov and Albert Visser | 4. 巻<br>173          |
| 2. 論文標題<br>On Guaspari's problem about partially conservative sentences    | 5. 発行年<br>2022年      |
| 3. 雑誌名<br>Annals of Pure and Applied Logic                                 | 6. 最初と最後の頁<br>103087 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1016/j.apal.2022.103087                     | 査読の有無<br>有           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                                     | 国際共著<br>該当する         |

|   |                           |
|---|---------------------------|
| 1. 著者名<br>FUJIWARA MAKOTO, KURAHASHI TAISHI                   | 4. 巻<br>88                |
| 2. 論文標題<br>CONSERVATION THEOREMS ON SEMI-CLASSICAL ARITHMETIC | 5. 発行年<br>2022年           |
| 3. 雑誌名<br>The Journal of Symbolic Logic                       | 6. 最初と最後の頁<br>1469 ~ 1496 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1017/jsl.2022.25               | 査読の有無<br>有                |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                        | 国際共著<br>-                 |

|   |                 |
|---|-----------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi and Yuya Okawa                                   | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Modal completeness of sublogics of the interpretability logic IL | 5. 発行年<br>2021年 |
| 3. 雑誌名<br>Mathematical Logic Quarterly                                      | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし  | 査読の有無<br>有      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                                      | 国際共著<br>-       |



|   |                           |
|---|---------------------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi                      | 4. 巻<br>85                |
| 2. 論文標題<br>A note on derivability conditions    | 5. 発行年<br>2020年           |
| 3. 雑誌名<br>The Journal of Symbolic Logic         | 6. 最初と最後の頁<br>1224 ~ 1253 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1017/jsl.2020.33 | 査読の有無<br>有                |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難          | 国際共著<br>-                 |

|  |                       |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名<br>倉橋太志                         | 4. 巻<br>73            |
| 2. 論文標題<br>不完全性定理の数学的發展                | 5. 発行年<br>2021年       |
| 3. 雑誌名<br>数学                           | 6. 最初と最後の頁<br>60 ~ 87 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし         | 査読の有無<br>有            |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著<br>-             |

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi   | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Rosser provability and the second incompleteness theorem    | 5. 発行年<br>2019年 |
| 3. 雑誌名<br>Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018 proceedings | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし   | 査読の有無<br>有      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                                 | 国際共著<br>-       |

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi                             | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Rosser provability and normal modal logics  | 5. 発行年<br>2019年 |
| 3. 雑誌名<br>Studia Logica                                | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1007/s11225-019-09865-2 | 査読の有無<br>有      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                 | 国際共著<br>-       |

|   |                 |
|---|-----------------|
| 1. 著者名<br>Sohei Iwata and Taishi Kurahashi                          | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Fixed-point properties for predicate modal logics        | 5. 発行年<br>2019年 |
| 3. 雑誌名<br>Annals of the Japan Association for Philosophy of Science | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし                                      | 査読の有無<br>有      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                              | 国際共著<br>-       |

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. 著者名<br>Taishi Kurahashi   | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Uniform Lyndon interpolation property in propositional modal logics | 5. 発行年<br>2020年 |
| 3. 雑誌名<br>Archive for Mathematical Logic                                       | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1007/s00153-020-00713-y                         | 査読の有無<br>有      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-       |

〔学会発表〕 計19件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 3件)

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志  |
| 2. 発表標題<br>証明可能性述語の様相論理  |
| 3. 学会等名<br>SAML2022: Symposium on Advances in Mathematical Logic 2022 (招待講演) |
| 4. 発表年<br>2022年  |

|                                  |
|----------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志                  |
| 2. 発表標題<br>R と無矛盾な理論の不完全性と決定不可能性 |
| 3. 学会等名<br>証明論シンポジウム 2022        |
| 4. 発表年<br>2022年                  |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志                                  |
| 2. 発表標題<br>Friedman--Goldfarb--Harrington の定理の拡張 |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2023年度年会                        |
| 4. 発表年<br>2023年                                  |

|                                |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志・小暮晏佳           |
| 2. 発表標題<br>単調性を満たす証明可能性述語の様相論理 |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2023年度年会      |
| 4. 発表年<br>2023年                |

|                               |
|-------------------------------|
| 1. 発表者名<br>岩田荘平・大川裕矢・倉橋太志     |
| 2. 発表標題<br>様相論理 IL - (P) について |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2023年度年会     |
| 4. 発表年<br>2023年               |

|   |
|---|
| 1. 発表者名<br>岩田荘平・倉橋太志                    |
| 2. 発表標題<br>保存性の論理 CL およびその拡大の位相的意味論について |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2021年度秋季総合分科会          |
| 4. 発表年<br>2021年                         |

|                                |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志                |
| 2. 発表標題<br>様相算術における選言特性と存在特性   |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2021年度秋季総合分科会 |
| 4. 発表年<br>2021年                |

|                                |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志                |
| 2. 発表標題<br>述語証明可能性論理の包含関係について  |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2021年度秋季総合分科会 |
| 4. 発表年<br>2021年                |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志  |
| 2. 発表標題<br>On the second incompleteness theorem and provability predicates       |
| 3. 学会等名<br>Celebrating 90 Years of Gödel's Incompleteness Theorems (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年<br>2021年  |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志  |
| 2. 発表標題<br>Inclusions between quantified provability logics                        |
| 3. 学会等名<br>International Workshop on Gödel's Incompleteness Theorems (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年<br>2021年  |

|                                       |
|---------------------------------------|
| 1. 発表者名<br>大川裕矢, 倉橋太志                 |
| 2. 発表標題<br>部分保存的な文に対する Bennet の結果の一般化 |
| 3. 学会等名<br>日本数学会2020年度秋季総合分科会         |
| 4. 発表年<br>2020年                       |

|                               |
|-------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志, 大川裕矢         |
| 2. 発表標題<br>解釈可能性論理ILの部分論理     |
| 3. 学会等名<br>日本数学会2020年度秋季総合分科会 |
| 4. 発表年<br>2020年               |

|                               |
|-------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志               |
| 2. 発表標題<br>述語証明可能性論理の包含関係について |
| 3. 学会等名<br>証明論研究集会2020        |
| 4. 発表年<br>2020年               |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>大川裕矢, 倉橋太志, 岩田荘平                            |
| 2. 発表標題<br>解釈可能性論理 IL の部分論理に対する Craig の補間定理及び不動点定理について |
| 3. 学会等名<br>日本数学会2021年度年会                               |
| 4. 発表年<br>2021年  |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>Taishi Kurahashi  |
| 2. 発表標題<br>Derivability conditions and the second incompleteness theorem |
| 3. 学会等名<br>Logic Colloquium 2019 (国際学会)                                  |
| 4. 発表年<br>2019年  |

|                                 |
|---------------------------------|
| 1. 発表者名<br>岩田 壯平・倉橋太志           |
| 2. 発表標題<br>述語様相論理における不動点の性質について |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2019年度秋季総合分科会  |
| 4. 発表年<br>2019年                 |

|   |
|---|
| 1. 発表者名<br>大川 裕矢・倉橋太志                   |
| 2. 発表標題<br>部分保存的な文に関する Guaspari の問題について |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2019年度秋季総合分科会          |
| 4. 発表年<br>2019年                         |

|                                |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志                |
| 2. 発表標題<br>第二不完全性定理について        |
| 3. 学会等名<br>日本数学会 2019年度秋季総合分科会 |
| 4. 発表年<br>2019年                |

|                              |
|------------------------------|
| 1. 発表者名<br>倉橋太志              |
| 2. 発表標題<br>ゲーデルの第二不完全性定理について |
| 3. 学会等名<br>科学基礎論学会2019年度研究例会 |
| 4. 発表年<br>2019年              |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| 氏名<br>(ローマ字氏名)<br>(研究者番号) | 所属研究機関・部局・職<br>(機関番号) | 備考 |
|---------------------------|-----------------------|----|
|---------------------------|-----------------------|----|

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|