

令和 5 年 6 月 19 日現在

機関番号：34406

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K14593

研究課題名（和文）確率過程から離散観測された時系列データにおける統計的推測手法の構築

研究課題名（英文）Construction of statistical inference methods in discrete observed time series data from stochastic processes

研究代表者

江口 翔一（Eguchi, Shoichi）

大阪工業大学・情報科学部・講師

研究者番号：50814018

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究で対象とするようなデータでしばしば用いられる拡散過程モデルを対象とし、擬似尤度推定におけるモデル時間スケールの任意性にデータ駆動的に対処するための推定手法の提案とその漸近的性質の解明に向けた研究に取り組んだ。また、データを生成したモデルを表現するための候補として複数のモデルが想定される場合、候補の中からよいモデルを選択する必要がある。本研究では、候補としてレヴィ駆動型確率微分方程式モデルを想定し、モデル評価基準の導出に数学的正当性を与え、モデル選択手法を提案した。また、この提案手法を実行するためのモジュールの開発を統計解析ソフトウェアR上で行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は、先行研究の少ない高頻度従属データモデルに適用可能なAIC型のモデル評価基準に関して、数学的正当性を与え、データ分析で活用する際の段階的手法を提案したものとなった。これにより、モデル評価基準の適用範囲が大きく拡張され、従来から外れたモデルを扱うことが可能となる。また、この提案手法を実行するためのモジュールの開発を統計解析ソフトウェアR上で行うことにより、提案手法を広く活用していくための環境が整備されたものとなっている。

研究成果の概要（英文）：We consider the diffusion process models, which are often used with data such as those covered in this study, we study to construct estimators of both model parameters and model time scale and to clarify the asymptotic properties of the constructed estimators. Moreover, when there are several candidate models, it is necessary to select the appropriate model among the candidate models by using some kind of criterion. In this study, we consider the Levy driven stochastic differential equation models(SDEs) as the candidates. Under the suitable conditions, we give the mathematical validity of the AIC-type information criterion for Levy driven SDEs, and propose the stepwise model selection procedure. We also implement the function for proposed method in software R.

研究分野：数理統計学

キーワード：確率微分方程式 モデル選択

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

確率過程から離散観測されたような時系列データを用いた現象のモデル化に焦点を当てる。

(1) モデルの構築や推定のために不可欠な要素がモデルの時間スケールの情報である。具体的に、モデルの推定に用いられる関数はモデル時間スケールの情報を含んだ形で構成され、その値によって推定の結果は変化する。このモデル時間スケールを定めるためには、獲得した情報のみではなく恣意的な情報を必要とする。そのため、モデル時間スケールの任意性にデータ駆動的に対処するには、パラメータの推定とモデル時間スケールの推定を考慮する必要がある。獲得したデータが多次元のとき、各データが共通のモデル時間スケールを持つ場合の推定に関する研究は研究代表者と共同研究者により行われていたが([1])、各データが異なるモデル時間スケールを持つ場合について議論された研究が存在していなかった。

(2) 現象のモデル化に欠かすことができないもう一つの要素が、構築・推定されたモデルをどのようにして評価・選択するのかという点である。これに対して、モデルのよさを予測の観点から捉えることによって、赤池情報量規準(AIC)や予測情報量規準(PIC)といったモデル評価基準が導出される。特に、エルゴード的拡散過程における AIC 型モデル評価基準は Uchida[2] により提案されている。しかし、本研究で対象とするデータから想定されるモデルに対して有用な、非エルゴードモデルにおける AIC 型モデル評価基準の導出に関する理論結果はこれまで存在しておらず、その数学的正当性は厳密に議論されていなかった。

2. 研究の目的

(1) 多次元のエルゴード的確率微分方程式を想定し、時系列データのモデル時間スケールの情報が未知な場合におけるモデル推定の手法の提案と得られる推定量の漸近的性質の考察を目的とする。

(2) 非エルゴードモデルにおける AIC 型モデル評価基準の導出に関して数学的正当性を示し、新たなモデル評価基準を与える。

これらの研究目的を達した後、提案した新たなモデル推定法やモデル評価基準をソフトウェアへ実装し、実データ解析へ寄与することも本研究の目的である。

3. 研究の方法

(1) 多次元の確率微分方程式モデルを推定の対象として想定する。このとき、モデル時間スケールが未知であると仮定した下で考察を重ね、モデル時間スケールの恣意性を介さないモデル(パラメータ)の推定法を提案する。特に、多次元データが観測された際に、各データが異なるモデル時間スケールを持つ場合まで統一的に扱うことができるモデル設定を扱う。

(2) 広範な分野で実用されている AIC など多くのモデル評価規準は K-L ダイバージェンスを理論的背景として持つ。特に、従来の AIC は、独立同分布のモデルを対象として対数尤度で平均対数尤度のバイアスの補正を行うことにより定義される。本研究では、確率過程からの時系列データを用いる際の AIC 型モデル評価基準の導出に関して、非エルゴードモデルの場合の数値的な評価まで視野に入れてバイアス補正を行い、その正当性を与える。

4. 研究成果

(1) 拡散過程モデルの擬似尤度推定におけるモデル時間スケールの任意性にデータ駆動的に対処するために、パラメータと複数のモデル時間スケールを同時に推定可能とする手法の提案とその手法により構成される推定量の漸近的性質の解明に向けた研究に取り組んだ。また、統計解析ソフトウェア R 上で、本研究で考案するパラメータとモデル時間スケールの同時推定手法を用いた数値シミュレーションを行い、モデルがエルゴード的か否かによって推定の精度が異なるという結果が見られたため、その原因の考察を進めている。

(2) 研究当初は非エルゴードモデルに適用可能なモデル評価基準の導出について予定していたが、非エルゴードモデルと同様にその AIC 型モデル評価基準の導出について議論されてい

かったレヴィ駆動型確率微分方程式モデルを研究の対象として扱った。レヴィ駆動型確率微分方程式モデルを想定し、AIC型モデル評価基準の導出のための条件を精査し、その導出に数学的正当性を与えた。また、本研究におけるモデル評価基準の導出の状況から、データ分析の際のモデル選択に活用するための手段として、段階的なモデル選択手法を提案した。これにより、モデル評価基準の適用範囲が大きく拡張され、従来の状況から外れたモデルを扱うことが可能となった。さらに、この提案手法を実行するためのモジュールの開発を統計解析ソフトウェアR上で行うことで、提案手法を広く活用していくための環境を整備した。

<引用文献>

[1] Eguchi, S. and Masuda, H., Data driven time scale in Gaussian quasi-likelihood inference, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 22(3), 383-430, 2019.

[2] Uchida, M., Contrast-based information criterion for ergodic diffusion processes from discrete observations. *Ann. Inst. Statist. Math.*, 62(1), 161-187, 2010.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 5件）

| |
|-------------------------------------------------------------------------------|
| 1. 発表者名 Shoichi Eguchi |
| 2. 発表標題 Stepwise model comparison for ergodic SDEs |
| 3. 学会等名 4th International Conference on Econometrics and Statistics (国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. 発表者名 Shoichi Eguchi |
| 2. 発表標題 Gaussian quasi-information criterion for ergodic SDEs |
| 3. 学会等名 14th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. 発表者名 Shoichi Eguchi |
| 2. 発表標題 Data driven time scale for diffusion processes in YUIMA |
| 3. 学会等名 12th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2019) (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. 発表者名 Shoichi Eguchi |
| 2. 発表標題 Model comparison for ergodic SDEs in YUIMA |
| 3. 学会等名 15th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (国際学会) |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|-------------------------------------------------------------------------------|
| 1. 発表者名 Shoichi Eguchi |
| 2. 発表標題 Model comparison for ergodic Levy driven SDEs in YUIMA |
| 3. 学会等名 5th International Conference on Econometrics and Statistics (国際学会) |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|-------------------------------------|
| 1. 発表者名 江口翔一 |
| 2. 発表標題 YUIMAにおける確率微分方程式のモデル評価 |
| 3. 学会等名 第68回 日本経営システム学会 全国研究発表大会 |
| 4. 発表年 2022年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

| |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| プレプリント第2版 https://arxiv.org/abs/2203.04039 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|

| | | |
|---------------------------|-----------------------|----|
| 6. 研究組織 | | |
| 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|