

令和 6 年 6 月 11 日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K14598

研究課題名(和文) 数理生物モデルにおける力学系の漸近挙動および閾値原理への応用

研究課題名(英文) Dynamical behavior of mathematical models and its applications to threshold principle

研究代表者

江夏 洋一 (Enatsu, Yoichi)

東京理科大学・教養教育研究院北海道・長万部キャンパス教養部・講師

研究者番号：90726910

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：感染症の空間拡散を記述した自由境界モデルでは，SI (Susceptible-Infected) 感染症モデルの semi wave の存在・非存在条件を得た．人口モデルでは，多地域レスリー行列モデルを提案し，再生価値や安定年齢分布の表現方法を与えた．捕食者間の相互協力による採餌の円滑化を考慮した，一捕食者あたりの捕食量が被食者数および捕食者数の双方に依存する被食者-捕食者モデルでは，捕食項が Holling II 型であるとき，共存平衡点の存在条件や Hopf 分岐，transcritical 分岐や Saddle-node 分岐が起こるための条件を得た．

研究成果の学術的意義や社会的意義

自由境界をもつ感染症モデルでは，進行波の存在・非存在条件を導出した．移動境界以外の未知関数が複数個ある場合の解析が難しい中，感染者の生息領域の境界の移動速度を決める係数が存在・非存在条件での重要なパラメーターとなることを明らかにした．人口モデルでは，地域ごとの出生率や移動といった日本の人口減少の国内要因を定量的に評価できた．被食者-捕食者モデルで考慮した採餌などでの捕食者間の相互協力は，食虫性の熱帯鳥を含む多くの種で見られる．この協力が捕食者・被食者数の増減へ及ぼす影響の解析は数学的にも非自明で，捕食者・被食者数の周期変動や捕食者の絶滅可能性に対する協力行為の持つ役割を明らかにした．

研究成果の概要(英文)：We investigated the dynamics of free boundary problems describing the prevalence of infectious disease in space. For a diffusive SI epidemic model, the conditions for the existence and nonexistence of semi wave solutions is offered when there is no diffusion term for susceptible individuals. We proposed a multi-regional Leslie matrix model and developed a representation method of the reproductive value and stable age distribution. We also investigated the dynamics of a prey-predator model with cooperative hunting among specialist predators in predator growth. The conditions for the existence of coexistence equilibria and stability are given. Analysis for the occurrence of bifurcation including Hopf bifurcation, transcritical bifurcation, saddle-node bifurcation is carried out.

研究分野：数理生物モデルの定性的解析

キーワード：微分方程式 感染症モデル 被食者 捕食者モデル 安定性 人口モデル

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者が筆頭となって取り組んだ数理生物モデルの研究のうち、はじめに、感染者が生息領域を拡げる様子を記述した自由境界問題をもつ感染症流行の数理モデルに関する背景を述べる。Du, Lin (2010) は単独種の logistic 方程式に基づくモデル、Kim, Lin, Zhang (2013) は、自由境界をもつ SIR 感染症モデルを考え、感染者の生息領域の spreading-vanishing を調べている。自由境界をもつ問題において、未知関数として扱う個体種が単独の場合は、spreading-vanishing や一定速度で感染症が伝播する様子を表す進行波解の存在性などについて、いくつかの結果が得られている。自由境界をもたないが未知関数として扱う個体種が複数(感受性者・感染者)である感染症モデルについては、Hosono, Ilyas (1995) や Kaellen (1984) が進行波解の存在・非存在を示している。一方で、自由境界をもち、かつ未知関数として扱う個体種が複数の場合は、単独種での解析を複数種に関する方程式に適用することが難しく、関連する先行研究が少ない。次に、被食者-捕食者モデルに関する背景を述べる。これまでは単純な例として、一捕食者あたりの捕食量は被食者数にのみ依存する 경우가多く考えられてきた。この場合は、predator-free な平衡点の漸近安定性や共存平衡点の個数や安定性に関する分岐構造が、詳しく調べられている。近年では、一捕食者あたりの捕食量が被食者数だけでなく、捕食者数にも依存する場合は考えられている。その背景には、捕食者の個体数の増加に伴う相互協力による採餌の円滑化がある。例えば、食虫性の熱帯鳥は、採餌を目的として単独でなく集団で行動することがしばしばである。この集団行動に伴う餌の探索範囲の拡大によって、採餌がよりスムーズに行われる様子が見られる。Berec (2010) は、捕食者群集の協力に基づく採餌の円滑化による捕食者のさらなる増加傾向を考慮すべく、一捕食者あたりの捕食量が捕食者数について狭義単調増加となる捕食項を提案し、採餌時の個体間の協力度合いを表す係数(協力係数)の増減が共存平衡点の個数に与える影響を調べている。後に、Alves, Hilker (2017) も、Berec (2010) と同様の採餌の円滑化に着目し、協力係数を含めた新たな捕食項を与えた上で、解の漸近挙動のパターンを数値実験により分類している。一方で、捕食項の複雑化に伴い、こうした解挙動の分類に対する数理解析は発展途上である。

## 2. 研究の目的

自由境界問題をもつ感染症流行の数理モデルにおいては、時間発展に伴う解の挙動や進行波解の存在・非存在を調べることで、感染者の生息領域の拡大速度を決定する移動係数がパンデミックの有無に与える影響、感染者集団の空間での振る舞いや感染流行の伝播速度の解明を目的とする。

被食者-捕食者モデルにおいては、一捕食者あたりの捕食量が被食者数と捕食者数の双方に依存する場合に、Alves, Hilker (2017) が実験的に与えた、協力係数を軸の一つとするパラメータ領域における解の漸近挙動の分類や maturation delay の大きさが解挙動に与える影響を明らかにすることを目的とする。

## 3. 研究の方法

自由境界問題をもつ感染症流行の数理モデルにおいては、Hosono, Ilyas (1995)、Kaellen (1984) や近年の文献で用いられる解析手法の応用可能性を探ることで、進行波解の存在・非存在や時間発展に伴う解の挙動を調べる。解析の見通しを立てるために、Kaellen (1984) が狂犬病伝播を反映する際に取り入れた、空間を拡散するのは感染個体のみとする仮定を置いたモデルをはじめに考える。このモデルの進行波解が満たす方程式系を導出し、その方程式系の解の存在条件を得る。

被食者-捕食者モデルにおいては、predator-free な平衡点は常に存在し、共存平衡点は複数個存在する場合がある。数値シミュレーションでは、協力係数を変化させることで、特定の平衡点に近づくこともあれば、様々なりミットサイクルと見られる閉軌道に近づく挙動も観察されている。そこで、predator-free な平衡点や共存平衡点周りの線形化や分岐解析を行う。捕食行為までにかかる時間(handling time)を考慮し、Holling I 型で記述された捕食項が一般化された場合の解析も行う。

## 4. 研究成果

自由境界問題をもつ感染症流行の数理モデルにおいては、個体の出生や死亡を考慮しない短期流行モデルにおいて、感染者の空間拡散のみを考慮した場合に、生息領域の移動境界の速度を決定づける移動係数が小さい(感染者集団が移動境界上で生息領域を拡げる力が弱い)ときには進行波解が存在せず、移動係数が十分大きい(感染者集団が移動境界上で生息領域を拡げる力が十

分強い)ときには進行波解が存在することを示した。本結果は、査読付き国際誌 *Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S* に掲載された。数値シミュレーションにより、回復率が小さく、移動係数が大きいときは、Spreading (感染者集団の移動境界が際限なく遠方に広がり、生息領域内で感染が定着する) が起こり、回復率が大きく、移動係数が小さいときは、Vanishing (感染者集団の移動境界が遠方に広がらず、生息領域内の感染個体が時間経過にしたがって 0 に近づく) が起こる傾向があることも観察された。感受性者と感染者双方の空間拡散を考慮した場合の進行波解の存在・非存在や解の時間発展に対する考察は、今後の課題である。また、人口動態を調べる数理モデルにおいては、日本の人口減少の国内要因を定量的に評価するために、多地域レスリー行列モデルを提案し、再生価値 (reproductive value) や安定年齢分布 (stable age distribution) の表現方法を与えた。上記の方法と感度分析の組み合わせにより、地域ごとの出生率と地域間の移住率が日本の人口減少に及ぼす影響を解析した。本結果は、査読付き国際誌 *PLoS One* に掲載された。被食者 - 捕食者モデルにおいては、捕食項が Holling II 型であるときに、モデルの共存平衡点の存在個数の分類や分岐に関する解析を行った。このモデルにおいて、Saddle-node 分岐、Hopf 分岐をはじめ、Sotomayor 条件に基づいて得られる transcritical 分岐が起こるための条件を導出した。捕食者の成長過程における maturation delay を考慮した遅れつきモデルにおいては、協力係数や handling time を用いた条件による共存平衡点の存在個数の分類を行った。本結果は、査読付き国際誌 *Journal of Biological Dynamics* に掲載された。実際は、捕食者間の協力に伴って採餌がスムーズになるほど捕食の成功率は上がるが、協力に加わる捕食者が多くなると、捕食者 1 頭あたりの捕食量は少なくなる。共存平衡点の分岐現象に着目しながら、捕食者間の協力行動に伴う 1 頭あたりの捕食量の変化を考慮した場合や捕食項がより一般の関数となった場合などのモデルの解析や遅れつきモデルの分岐解析などを、今後の課題とする。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Yoichi Enatsu, Emiko Ishiwata, Takeo Ushijima	4. 巻 14
2. 論文標題 Traveling wave solution for a diffusive simple epidemic model with a free boundary	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S	6. 最初と最後の頁 835-850
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/dcdss.2020387	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Oizumi Ryo, Inaba Hisashi, Takada Takenori, Enatsu Youichi, Kinjo Kensaku	4. 巻 17
2. 論文標題 Sensitivity analysis on the declining population in Japan: Effects of prefecture-specific fertility and interregional migration	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 PLOS ONE	6. 最初と最後の頁 e0273817
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1371/journal.pone.0273817	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Enatsu Yoichi, Roy Jyotirmoy, Banerjee Malay	4. 巻 18
2. 論文標題 Hunting cooperation in a prey-predator model with maturation delay	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Biological Dynamics	6. 最初と最後の頁 2332279
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/17513758.2024.2332279	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計10件（うち招待講演 0件/うち国際学会 5件）

1. 発表者名 江夏 洋一
2. 発表標題 タイムラグや自由境界をもつ感染症モデル
3. 学会等名 日本人口学会 第75回大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yoichi Enatsu, Emiko Ishiwata, Takeo Ushijima
2. 発表標題 Traveling wave solutions for an epidemic model with free boundary
3. 学会等名 The 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM 2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 江夏 洋一
2. 発表標題 捕食時の種間協力を考慮した被食者-捕食者モデル
3. 学会等名 日本数学会 2022年度秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 江夏 洋一, Malay Banerjee
2. 発表標題 Effect of hunting cooperation on a prey-predator model
3. 学会等名 2021年度 日本数理生物学会年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 江夏 洋一
2. 発表標題 A prey-predator model with hunting cooperation
3. 学会等名 日本応用数理学会 2020年度 年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoichi Enatsu
2. 発表標題 Dynamical behavior of an SIS epidemic model with delays
3. 学会等名 The 1st Hungary-Japan Workshop on Delay Equations and Mathematical Epidemiology (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoichi Enatsu
2. 発表標題 Existence of traveling wave for a diffusive SI model with free boundary
3. 学会等名 The 6th International Workshop on Biomathematics Modelling and Its Dynamical Analysis (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoichi Enatsu
2. 発表標題 Dynamical behavior of a delayed SIS epidemic model
3. 学会等名 Equadiff 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoichi Enatsu
2. 発表標題 Existence of semiwave for an SI epidemic model with a free boundary
3. 学会等名 The 7th China-India-Japan-Korea International Conference on Mathematical Biology (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 江夏洋一
2. 発表標題 タイムラグをもつ感染症モデルの大域挙動
3. 学会等名 第29回日本数理生物学会年会（第13回研究奨励賞，受賞講演）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

江夏 洋一 - 教員紹介 <a href="https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=pos&amp;kin=ken&amp;diu=68f5">https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=pos&amp;kin=ken&amp;diu=68f5</a> 江夏洋一のホームページ <a href="https://www.rs.tus.ac.jp/yenatsu/index.html">https://www.rs.tus.ac.jp/yenatsu/index.html</a>
---

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関