

令和 4 年 6 月 2 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2021

課題番号：19K14604

研究課題名（和文）確率過程の離散観測モデルに対する局所漸近混合正規性

研究課題名（英文）Local asymptotic mixed normality for discretely observed diffusion processes

研究代表者

荻原 哲平（Teppei, Ogihara）

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号：40746426

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：拡散過程と呼ばれる連続的に変化するランダムな時系列モデルに対して、拡散過程自体ではなくその積分値を観測する時に、パラメータを推定する統計手法を研究した。パラメータ推定手法のうち、データ数が十分多い時に推定誤差の分散の最小値を理論的に求め、実際にその最小値を達成する推定量（つまり最も推定誤差が少ない推定量）を構築した。また、従来は困難であった、拡散過程が全方向にランダムに動くのではなく、特定の方向にだけ動くようなケースに対しても最も推定誤差が少ない推定量の理論を構築した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

拡散過程の積分値を観測するモデルは、分子運動の方程式であるLangevin方程式へ適用されて分子運動データから分子特性を解析する上で重要なモデルである。また、金融市場における株価変動の大きさを分析する際にも用いられる。このようなモデルに対して、データが与えられた時により効率的に推定する手法を提案し、その理論的な性質の保証を与えたため、データ解析手法の発展に寄与するものであると考える。

研究成果の概要（英文）：For a continuously varying random time series model called a diffusion process, we studied statistical methods for estimating parameters when observing not the diffusion process itself but its integral value. Among the parameter estimation methods, we obtained the theoretical minimum variance of the estimation error when the number of data is sufficiently large, and constructed an estimator that actually achieves that minimum value (i.e., the estimator with the lowest estimation error). We also developed a theory of the estimator with the minimum variance estimator for the case where the diffusion process moves only in a specific direction, rather than randomly in all directions, which has been difficult to achieve in the past.

研究分野：数理統計学

キーワード：数理統計学 計量ファイナンス 漸近理論 拡散過程 局所漸近混合正規性 積分観測モデル

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

拡散過程のパラメトリック・モデルに対する統計推測問題は古くより研究されており、このような研究は株価変動の分散・共分散を推定し、金融資産のリスク制御への応用がある。一方で近年注目されている株価高頻度観測データの統計解析を行う際には以下に挙げる二つの特有の問題が生じる。まず株価を確率過程でモデリングした際に、確率過程そのものが観測されるのではなく、観測ノイズが混入するという事実を裏付ける実証結果が得られている。また複数証券の分析の際には、証券価格が観測されるのは証券が約定されたときであるため、日次データと異なり、複数資産の証券価格の観測時刻が一致しないという非同期観測の問題が現れる。

上の2つの問題をモデリングした時の統計推測手法が近年数理統計学的にも活発に研究されてきた。特に拡散過程の二次変分は、金融証券のボラティリティや共変動などのリスク量に対応し、それをデータから一致推定する推定法が多く提案された。先行研究の推定手法は主にノンパラメトリック型推定量が研究されているが、推定量の最適性はあまり議論されていなかった。一方でパラメトリック・モデルに対する研究として、観測ノイズのない非同期観測の下での最尤型・ベイズ型推定量の一致性、漸近混合正規性などの推定量として望まれる性質が示されている。また、これらの推定量の漸近分散が最適であるという結果も研究されている。これらの研究における手法は観測ノイズのある非同期観測モデルにも応用可能であると考えられ、特に推定量の最適性に関する理論の発展が期待される。

2. 研究の目的

本研究では多次元拡散過程の積分値の離散観測モデルに対してパラメトリック・モデルの漸近統計理論を研究する。このモデルは分子運動の方程式である Langevin 方程式へ適用されて分子運動データから分子特性を解析する上で重要なモデルである。推定量の漸近分散の最適性(漸近有効性)を議論する上で重要な役割を果たす局所漸近混合正規性を導出し、漸近有効推定量を構築することが目的である。

これらの結果を示すために、従来の確率測度の変換による手法の適用が困難であるため L2 regularity condition を用いた新しい手法を開発して用いる。この手法は上記の二つのモデルに適用できることが期待される他に、拡散過程の高頻度観測モデルに広く適用できると期待される。

3. 研究の方法

- (1) 多次元拡散過程の積分値観測モデルの局所漸近混合正規性(local asymptotic mixed normality, LAMN)を証明する。一次元拡散過程の積分値観測モデルの先行研究である Gloter and Gobet (2008)では、拡散過程と積分値過程の同時推移確率密度関数がガウス関数で上と下から評価できることを用いて確率測度の変換をすることが LAMN の証明の本質となっているが、二次元以上の拡散過程に対して同様の評価を得るのは困難であるため、Jeganathan (1982) の L2 regularity condition を用いた LAMN を得るためのスキームを拡張し、積分値観測モデルへの適用を目指す。
- (2) 積分値観測モデルにおいて、LAMN を示すことにより推定量の漸近有効性が議論できるため、積分値観測モデルにおいて漸近有効性を満たす具体的な推定量の構築を研究し、重要な応用として Langevin 方程式に対して LAMN が成り立つための条件を調べ、漸近有効推定量を提案する。
- (3) (1)における拡張された L2 regularity condition を用いたスキームを、拡散係数が退化した拡散過程モデルに適用する。拡散係数が退化した拡散過程はデータの直交変換により、拡散係数が非退化の拡散過程とその積分値の観測モデルに返還することができるため、積分値観測モデルにおける結果を応用することでこのモデルに対する LAMN の結果を示していく。
- (4) (3)の結果を拡張し、拡散係数が退化した拡散過程モデルにおいて、観測が部分的な統計モデルを考え、LAMN を示す。積分値観測モデルは拡散係数が退化した拡散過程モデルを部分的に観測しているとみなすことができるため、Gloter and Gobet (2008)の先行研究や1.の結果を応用することでより一般の部分観測モデルに対しても手法を拡張できると考えられる。

4. 研究成果

本研究では主として以下の結果を得た。(1)-(5)の成果は国内外の学会で研究発表し、論文に成

果をまとめ、国際雑誌に投稿中である。(6)の成果は国際雑誌に採択された。

- (1) Jeganathan (1982)の L_2 regularity condition を用いて LAMN を示すスキームを拡散過程の高頻度観測モデルに適用できるように拡張した。多次元の積分値観測モデルの LAMN を示す上で、一次元の場合の Gloter and Jacod (2008)において用いていた、拡散過程と積分値過程の同時推移確率密度関数がガウス関数で上と下から評価できるという性質を示すのが困難であり、同様のアイデアで LAMN を示すことができないことが問題であった。 L_2 regularity condition を用いたスキームでは、上記の同時推移確率密度関数の評価を回避して LAMN を証明することが可能であるため、多次元の積分値観測モデルの LAMN を示す上での大きな前進となった。
- (2) (1)のスキームに Malliavin 解析のテクニックを組み合わせることにより、観測データの Malliavin 行列が非退化である時に LAMN をしめすスキームを開発した。従来手法と異なり、推移確率密度関数の評価がいらなく、推移確率密度関数に零点が存在する場合にも適用可能となった。拡散過程の推移確率密度関数に零点が存在するかどうかをチェックするのは一般には容易ではないため、零点を含むケースへの拡張は重要である。
- (3) (2)で得られた、 L_2 regularity condition と Malliavin 解析を用いた新しいスキームを L_2 regularity condition を用いたスキームと Malliavin 解析の技術を合わせて開発した新しいスキームを、多次元拡散過程の積分値観測モデルに適用し、このモデルに対する LAMN を示し、最適な推定量を導出した。
- (4) また、上で開発したスキームは、より広いモデルである拡散係数が退化した拡散過程モデルに対して適用することが可能であることを発見し、このモデルに対する LAMN を示した。これは Gobet (2001)における拡散係数が非退化の拡散過程モデルに対する LAMN の結果を拡張するものである。
- (5) 上記の多次元拡散過程の積分観測モデルは、拡散係数が退化した拡散過程モデルの内、一部の成分が観測されないような統計モデルとして記述されるが、観測されない成分をより一般化した統計モデルへ結果を拡張し、LAMN が成立するための観測されない成分の十分条件を特定した。全体の拡散過程の次元の内、およそ半分程度まで観測されない成分が含まれるようなモデルに対しては幅広く LAMN が成立することを示した。この結果は Gloter and Gobet (2008)における積分観測モデルに対する LAMN の結果を大きく拡張するものとなった。
- (6) また、拡散過程の推定量の漸近理論における非エルゴード型マルチンゲール中心極限定理の結果をフィルタリング問題に応用する研究を行い、フィルタリングの近似誤差の収束レートと漸近分布を特定した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 T. Ogihara and H. Tanaka	4. 巻 37
2. 論文標題 Asymptotic error distributions of the Euler method for continuous-time nonlinear filtering	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 383-413
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s13160-020-00411-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 Teppey Ogihara
2. 発表標題 Malliavin Calculus techniques for local asymptotic mixed normality and their application to degenerate diffusions
3. 学会等名 Bernoulli-IMS One World Symposium 2020（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Teppey Ogihara
2. 発表標題 Local asymptotic mixed normality for degenerate diffusion processes
3. 学会等名 CMStatistics 2020（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 荻原 哲平
2. 発表標題 退化した拡散過程に対する局所漸近混合正規性
3. 学会等名 2020年度 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 萩原 哲平
2. 発表標題 退化した拡散過程に対する局所漸近混合正規性
3. 学会等名 確率過程の統計推測の最近の展開2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Teppei Ogihara
2. 発表標題 Parameter estimation for misspecified diffusion with market microstructure noise
3. 学会等名 The 3rd International Conference on Econometrics and Statistics (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Teppei Ogihara
2. 発表標題 Parameter estimation for misspecified diffusion with market microstructure noise
3. 学会等名 The European Meeting of Statisticians 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Teppei Ogihara
2. 発表標題 Parameter estimation for misspecified diffusion processes with noisy, nonsynchronous observations
3. 学会等名 62nd ISI World Statistics Congress (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masaaki Fukasawa and Teppei Ogihara
2. 発表標題 Local asymptotic mixed normality for multi-dimensional integrated diffusion processes
3. 学会等名 Risk and Statistics - 2nd ISM-UUIm Joint Workshop (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 深澤正彰, 荻原哲平
2. 発表標題 拡散過程の積分観測モデルの局所漸近混合正規性
3. 学会等名 2019年度 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関