

令和 6 年 5 月 23 日現在

機関番号：10101

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K14605

研究課題名(和文) Theoretical and numerical analysis for a phase-field model describing the crack growth phenomenon

研究課題名(英文) Theoretical and numerical analysis for a phase-field model describing the crack growth phenomenon

研究代表者

GAO Yueyuan (Gao, Yueyuan)

北海道大学・電子科学研究所・特任助教

研究者番号：80807793

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：き裂の進展現象は破壊力学の重要な課題であり、本研究では、き裂の進展現象を記述している勾配流型のフェーズフィールドモデルを用いて、まず均一と不均一材料のき裂経路、および材料の破壊靱性評価のためのJ積分の数値計算例を実行した。そして、き裂経路に基づいて、データ前処理、k平均法と線形回帰を適用し、フェーズフィールドモデルの材料破壊靱性値を推定する逆問題を提案した。結果としては、不均一材料の不均一部分の位置と破壊靱性値の推定することができて、二つの異なる表面エネルギーから得られたフェーズフィールドモデルAT1とAT2の結果を比べて、二つのモデルの本質的な異同を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

き裂の進展現象は破壊力学の重要な課題である。勾配流型のフェーズフィールドモデルは、き裂の進展現象を理論的に理解する道具として重要なモデルとなっている。き裂の進展現象の理論解析を行うためには、異なるフェーズフィールドモデルの解析と逆問題への活用が必須である。この研究では、き裂の進展を記述するフェーズフィールドモデルに注目して、き裂進展現象のシミュレーションと均一や不均一材料の破壊靱性値の推定を行い、その解析から二つ異なる表面エネルギーから得られたフェーズフィールドモデル特徴の解明を行った。

研究成果の概要(英文)：We study the crack propagation in an inhomogeneous media in which fracture toughness varies in space. Using the two phase-field models based on two different surface energy functionals, which are so called AT1 and AT2 models, we perform simulations of the crack propagation by finite volume method and show that the J-integral reflects the effective in-homogeneous toughness. Then, we formulate inverse problems to estimate space-dependent fracture toughness from the crack path. Our method, which is based on data pre-processing and regression, successfully estimates the positions and magnitude of tougher regions for different geometry of inhomogeneity. And we compare the advantages and disadvantages of the AT1 and AT2 models.

研究分野：応用数学

キーワード：Crack growth phenomenon Fracture toughness Phase-field models J-integral Inverse problem Numerical analysis

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

き裂の進展現象は破壊力学の重要な課題であり、Takaishi and Kimura 2009[1]と Kuhn and Müller 2010[2]は、勾配流型のフェーズフィールドモデルを提案し、弾性材料のき裂進展現象に対する数理解析を行っていた。このモデルを用いると、多様な構造と硬さの不均一材料でのき裂進展現象を再現することが可能となる。材料の硬さの評判のために、Nishiura et al. 2020[3]では材料のマクロな動的パフォーマンスについて情報を与えてくれる Effective Toughness スカラー量に注目し、き裂進展問題におけるよく知られた J-積分との深い関係を示した。ところが、勾配流型のフェーズフィールドモデルを用いて、J-積分の数値計算がまだ行われていない。本研究は、物理現象を記述する微分方程式に対して、有限体積法における離散スキームの提案する研究とシミュレーション実行する研究に従って、[1,2]のモデルを用いて、数値計算でき裂進展現象の再現と J-積分の計算を考えられた。

一方で、近年機械学習の発展により、支配方程式をデータや目的となる情報から推定することへの期待が高まってきている(Yoshinaga and Tokuda 2022[4])。本研究では、逆問題の考えを取り入れて、き裂の経路からき裂進行の支配方程式や材料の硬さパラメータなどを推定する問題を考慮した。

Tanné et al. 2018[5]より、き裂の表面エネルギーのモデルは、異なった二つのモデル AT1[3]と AT2[1,2]が先行研究でよく使用されている。[3]では、AT1 表面エネルギーを含まれる総合エネルギーを最小化することより、き裂進展現象を再現できたが、[1,2]は数値シミュレーションに好適な AT2 表面エネルギーを含まれる総合エネルギーの勾配流型モデルを提案した。本研究では AT1 に対して勾配流型モデルも提案し、シミュレーションと逆問題を試み、そして AT2 モデルから得られた結果と比較することを考慮した。その結果から AT1 と AT2 の異同を解明することが興味深い問題であると考えられた。

### 2. 研究の目的

この研究では、物理現象を記述する微分方程式の解析を中心として、き裂の進展現象を記述する二つのフェーズフィールドモデルに注目して、き裂進展現象のシミュレーションと均一や不均一材料の破壊靱性値の数値と位置の推定を行い、その解析から二つ異なった表面エネルギーから得られた勾配流型のフェーズフィールドモデル異同を明らかにする。

### 3. 研究の方法

本研究では、有限体積法を用いて、物理現象を記述する微分方程式に対して、離散スキームを提案し、プログラムを取り組んでいた。多孔質媒体内の密度駆動流の数値計算の経験から、き裂進展現象を数値再現できる、[1,2]が提案された AT2 モデルに対してプログラムを取り組んだ。モデルの破壊靱性値パラメータより、均一材料や多様な構造と硬さを持つ不均一材料を考慮し、き裂進展現象のシミュレーションを行った。その後、各構造の材料に対して J-積分の値を計算し、J-積分の数値と材料の硬さは一致することが確認した。

不均一材料の場合、材料の構造により、多くの興味深いき裂パターンが得られた。そこで、き裂経路から、材料の硬さを推定する逆問題を考え始めた。最初は非線形力学のスパース同定(Sparse Identification of Nonlinear Dynamics)方法を勉強し、数値計算のデータからき裂進行の支配方程式の推定を試みた。フェーズフィールドモデルが複雑であり、支配方程式を推定することができなかったため、研究方法は方程式の数式と破壊靱性値以外のパラメータを既知と仮定し、破壊靱性値だけを推定することになった。それから、数値計算のデータの分析を行なって、き裂の前方でサンプリングするデータプロセッシング、k 平均法と線形回帰より破壊靱性値の推定手法を提案した。推定手法のロバスト性も確認した。

次のステップで、AT2 モデルを用いて完成した数値シミュレーションと破壊靱性値の推定を AT1 モデルで実行し、AT1 と AT2 から得られた結果を比較する分析を行なった。

#### 4. 研究成果

##### (1) き裂の進展現象の数値再現

本研究は、き裂の進展現象を記述している AT2 モデルを用いて、均一と不均一材料でのき裂進展現象の数値シミュレーションを実行した。その後、材料の破壊靱性評価するための J-積分を計算し、J-積分の値と材料の硬さが一致することを確認した。

##### (2) 材料の破壊靱性値の推定

そして、本研究はき裂経路から材料の硬さを表れる破壊靱性値を推定する逆問題を提案した。数値シミュレーションのデータを前処理して、k 平均法と線形回帰を適用して、フェーズフィールドモデルの破壊靱性値パラメータを推定する手法を提案した。提案した手法はロバストであり、材料の不均一部分の位置と破壊靱性値が同時に推定できることを示した。

##### (3) モデル AT1 と AT2 の比較

本研究では、二つ異なったき裂表面エネルギーから得られた勾配流型のフェーズフィールドモデルを用い、数値シミュレーションと逆問題を実行し、結果を比べて分析した。結果としては、AT1 モデルで境界でのき裂が無い部分のフェーズフィールド数値の精度が高いことがわかり、逆問題に対して AT2 モデルでき裂前方の全域の不均一構造が推定できることを得られた。そして AT1 と AT2 の数値離散解の形を解析し、二つのモデルの本質的な異同を明らかにした。

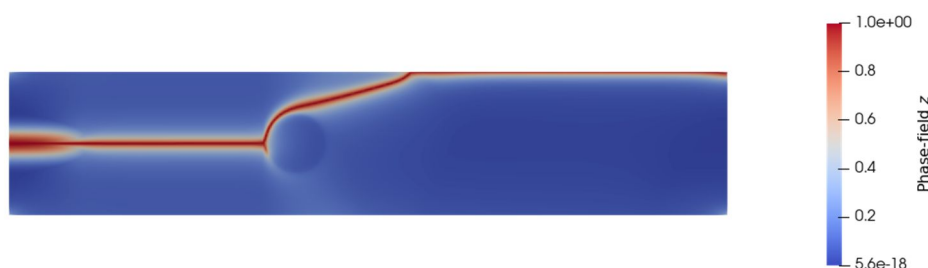


図 1 : モデル AT2 で不均一材料でのき裂進展現象の例

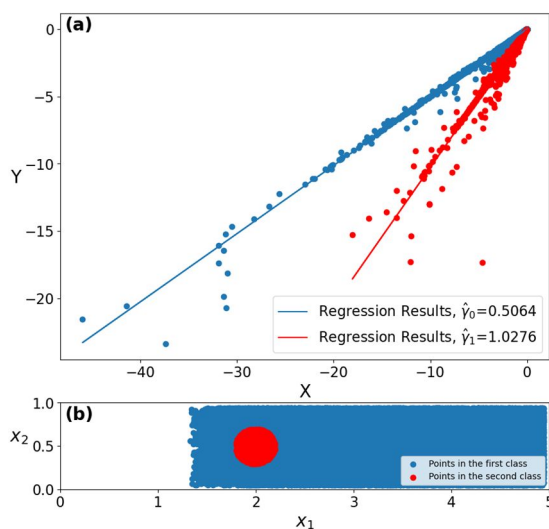


図 2 : モデル AT2 で材料の破壊靱性値の推定例

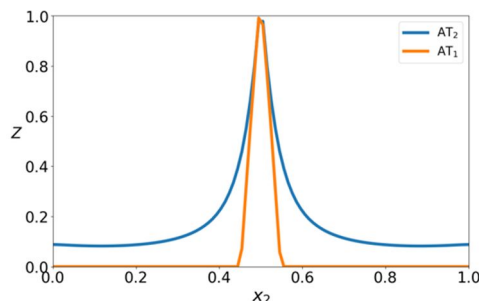


図 3 : モデル AT1 と AT2 の数値解のかたちの比較

<引用文献>

- [1] T.Takaishi and M. Kimura, Phase field model for mode III crack growth in two-dimensional elasticity, *Kybernetika* 45 (4), 605-614, (2009).
- [2] C. Kuhn and R. Müller, A continuum phase field model for fracture, *Engineering Fracture Mechanics*, 77, 3625-3634, (2010).
- [3] E. Avalos, S. Xie, K. Akagi, Y. Nishiura, Bridging a mesoscopic inhomogeneity to macroscopic performance of amorphous materials in the framework of the phase field modeling, *Physica D, Nonlinear phenomena*, 409, 132470, (2020)
- [4] N. Yoshinaga and S. Tokuda, Bayesian Modelling of Pattern Formation from One Snapshot of Pattern, *Physical Review E*, 106, 065301, (2022)
- [5] E. Tanné, T. Li, B. Bourdin, J.-J. Marigo, C. Maurini, Crack nucleation in variational phase-field models of brittle fracture, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 110(12), September (2017)

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Gao Yueyuan, Yoshinaga Natsuhiko	4. 巻 448
2. 論文標題 Inverse problems of inhomogeneous fracture toughness using phase-field models	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physica D: Nonlinear Phenomena	6. 最初と最後の頁 133734 ~ 133734
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.physd.2023.133734	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Gao Yueyuan, Yoshinaga Natsuhiko	4. 巻 27
2. 論文標題 Inverse estimation of inhomogeneous materials' fracture toughness by using a phase-field model	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 計算工学講演会論文集	6. 最初と最後の頁 B-13-01
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Gao Yueyuan, Hilhorst Danielle, Vu Do Huy Cuong	4. 巻 14
2. 論文標題 A Generalized Finite Volume Method for Density Driven Flows in Porous Media	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Energies	6. 最初と最後の頁 6151 ~ 6151
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/en14196151	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Funaki Tadahisa, Gao Yueyuan, Hilhorst Danielle	4. 巻 43
2. 論文標題 Existence and uniqueness of the entropy solution of a stochastic conservation law with a Q Brownian motion	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematical Methods in the Applied Sciences	6. 最初と最後の頁 5860 ~ 5886
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1002/ma.6329	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計15件（うち招待講演 4件 / うち国際学会 4件）

1. 発表者名 Gao Yueyuan, 義永 那津人
2. 発表標題 フェーズフィールドモデルを用いた不均一材料の破壊靱性値の推定
3. 学会等名 令和5年度 日本数学会 中国・四国支部例会
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 Inverse problems of inhomogeneous fracture toughness using phase-field models
3. 学会等名 The meeting of MathAM-OIL (招待講演)
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 Some applications of the data science to the mathematical models
3. 学会等名 JST Sakura Science Exchange Program, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Naresuan University and Shimane University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年～2024年

1. 発表者名 Gao Yueyuan, 義永那津人
2. 発表標題 Inverse estimation of inhomogeneous materials' fracture toughness by using a phase-field model
3. 学会等名 第27回計算工学講演会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Gao Yueyuan
2. 発表標題 Numerical simulations of PDE models in material science
3. 学会等名 第 15 回応用数理研究会
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Gao Yueyuan, 義永那津人
2. 発表標題 Inverse estimation of inhomogeneous materials' fracture toughness by using a phase-field model
3. 学会等名 2021年度応用数学合同研究集会、【解析系セッション】
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Gao Yueyuan
2. 発表標題 フェーズフィールドモデルを用いた不均一材料の破壊靱性値の推定
3. 学会等名 北陸応用数理研究会2022
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Gao Yueyuan, Yoshinaga Natsuhiko
2. 発表標題 Numerical simulations of a PDE model for crack growth phenomenon
3. 学会等名 第7回 北大・部局横断シンポジウム ポスターセッション
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Gao Yueyuan, Yoshinaga Natsuhiko
2. 発表標題 Numerical Study of a PDE Model for Crack Growth Phenomenon
3. 学会等名 The 22nd RIES-Hokudai International symposium, [癒] ポスターセッション
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 有限体積法による数値計算の応用
3. 学会等名 北大MMCセミナー第119回
4. 発表年 2021年～2022年

1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 A generalized finite volume method for density driven flows in porous media
3. 学会等名 12th Annual InterPore Meeting (IntePore2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 Uniqueness of the Entropy Solution of a Stochastic Conservation Law with a Q-Brownian Motion
3. 学会等名 The 12th Mathematical Society of Japan, Seasonal Institute (MSJ-SI); Stochastic Analysis, Random Fields and Integrable Probability
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 Numerical simulation of density driven flow coupled to heat transport in porous media
3. 学会等名 ReaDiNet 2019, Mathematical analysis for biology and ecology (国際学会)
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 Well-posedness for a first-order stochastic conservation law involving a Q-Brownian motion
3. 学会等名 Tohoku-Lorraine Conference 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年～2020年

1. 発表者名 Yueyuan Gao
2. 発表標題 Well-posedness for a first-order stochastic conservation law involving a Q-Brownian motion
3. 学会等名 Kyushu Probability Seminar (招待講演)
4. 発表年 2019年～2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	義永 那津人  (Yoshinaga Natsuhiko)		

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	ヒルホスト ダニエル  (Hilhorst Danielle)		
研究協力者	舟木 直久  (Funaki Tadahisa)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	Universite Paris-Saclay			
ベトナム	University of Science, VNUHCM			