

令和 6 年 6 月 20 日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K20225

研究課題名(和文) 欠測値を含む成長曲線モデルにおける統計的仮説検定

研究課題名(英文) Statistical hypothesis testing in growth curve model with missing values

研究代表者

八木 文香 (Yagi, Ayaka)

東京理科大学・理学部第一部応用数学科・講師

研究者番号：40823547

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)： 欠測値を含む成長曲線モデルにおける統計的仮説検定問題について(1)単調欠測データの下での成長曲線モデルにおけるパラメータの推定及び検定についての研究成果を得た。

また、課題(1)に関連して、(2)単調欠測データにおける平均ベクトルの検定に対する新たな検定手法、(3)単調欠測データを持つ分散共分散行列の検定、(4)単調欠測データを持つ平均ベクトルと分散共分散行列の同時検定についての研究成果も得ることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

成長曲線モデルは経時的な実データのモデル化のひとつであり、例えば、人の成長に関して経時的に測定されたデータのモデル化に適している。このようなデータには欠測値が含まれることが多々あり、欠測のパターンが単調(一度欠測が生じるとそれ以降も欠測する)になることもしばしば起こるため、その場合の推定や検定問題などの統計解析手法を開発することは有用であると思われる。

研究成果の概要(英文)： Regarding the statistical hypothesis testing problem in growth curve model with missing values, we have obtained results on (1) parameter estimation and testing in growth curve model with monotone missing data.

In addition, related to issue (1), we have also obtained research results on (2) a new testing procedure on mean vectors with monotone missing data, (3) tests on variance-covariance matrices with monotone missing data, and (4) simultaneous testing of mean vectors and variance-covariance matrices with monotone missing data.

研究分野：数理統計学

キーワード：単調欠測データ 最尤推定量

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

成長曲線モデルを含むこれまでの統計解析手法において、データが完全に揃っている場合の議論がほとんどであり、推定問題をはじめ、検定問題に関する理論は十分に整備されていないのが現状である。また、成長曲線モデルは平均ベクトルに構造を仮定するモデルであるが、平均に構造を仮定しない、欠測データの場合の研究も不可欠である。

2. 研究の目的

本研究の最大の目的は、多次元データにランダムに欠測が生じた際の成長曲線モデルに対する統計解析理論を開発することである。具体的には

(1) 単調欠測データの下での成長曲線モデルにおけるパラメータの推定及び検定

を中心に議論する。また、(1)に関連して成長曲線モデルを仮定しない場合の

(2) 単調欠測データにおける平均ベクトルの検定に対する新たな検定手法、

(3) 単調欠測データを持つ分散共分散行列の検定、

(4) 単調欠測データを持つ平均ベクトルと分散共分散行列の同時検定

についても統計解析手法を開発することを目的とする。

3. 研究の方法

データがすべて揃っている完全データの場合の理論も含めて本研究分野に関する先行研究を整理する。それを基に欠測値を含む場合へ拡張できないかどうか議論する。結果が得られ次第、その理論をモンテカルロ・シミュレーションを通して検証する。

4. 研究成果

研究期間を通して

(1) 単調欠測データの下での成長曲線モデルにおけるパラメータの推定及び検定

についての研究成果を得た。また、課題(1)に関連して

(2) 単調欠測データにおける平均ベクトルの検定に対する新たな検定手法、

(3) 単調欠測データを持つ分散共分散行列の検定、

(4) 単調欠測データを持つ平均ベクトルと分散共分散行列の同時検定

についての研究成果も得ることができた。各年度の具体的な研究成果は以下である。

2019 年度

(1) に関して、1 標本問題の k -step 単調欠測データの下での成長曲線モデルにおける平均パラメータと分散共分散行列の最尤推定量(それぞれが既知の場合)に関する理論をまとめ、テクニカルレポートを作成した。さらに学術雑誌に投稿した。また、1 標本問題において、分散共分散行列が既知の場合の k -step 単調欠測データの下での AIC 型モデル選択規準を導出した。

(2) に関して、この前段階として、簡便な T^2 型検定統計量に関する理論を補強した。具体的には検出力について、数値シミュレーションによって先行研究で議論されている近似との比較を与えた。そして、1 標本問題における新たな検定統計量に対するいくつかの変換統計量等についての理論をまとめ、数値シミュレーションを行った。

2020 年度

(1) に関して、1 標本問題の単調欠測データにおける平均パラメータと分散共分散行列について、それぞれが既知の場合の最尤推定量に関する理論をまとめたものを 2019 年度に学術雑誌に投稿していたが、それが掲載された。また、分散共分散行列が既知の場合における AIC 型モデル選択規準についての成果をテクニカルレポートとしてまとめた。

(2) について、特に、2-step 単調欠測データを持つ 1 標本問題及び 2 標本問題における平均ベクトルに関する新たな検定統計量を導出し、カイ二乗近似を改良する変換統計量を導出した。この結果が学術雑誌に掲載された。これに関連して、2 標本問題における簡便な T^2 型検定統計量に関する理論を補強しまとめた成果が学術雑誌に掲載される予定となった。

2021 年度

(1) について、2020 年度以前に得られた推定問題の結果を基に、2020 年度にテクニカルレポートとしてまとめていた「分散共分散行列が既知の場合における AIC 型モデル選択規準」についての内容を補強した。それが学術雑誌に掲載された。

(2) については、2020 年度までに得られた 2-step 単調欠測データの場合の結果を拡張し、一般の単調欠測データにおける 1 標本問題及び 2 標本問題における平均ベクトルに関する新たな検定統計量を提案し、その帰無分布の漸近展開を正確に導出することに成功した。近似上側パーセント点やカイ二乗近似を改良する変換統計量などをいくつか提案し、それらの数値的な検出

力についても議論した。

(3)に関して、「分散共分散行列のスフェリシティ検定」については1標本問題における2-step単調欠測データの場合に、一部のデータに修正係数をかけることによってカイ二乗近似を改良する検定統計量を提案した。

(4)について、尤度比検定統計量をデータが3-step単調型欠測を持つ1標本問題の場合に求め、完全データの場合の分散共分散行列の検定や同時検定の修正尤度比検定統計量に着目することによって、この検定統計量の帰無分布のカイ二乗近似を改良する検定統計量を提案した。その近似精度が良いことを、いくつかのパラメータに対してモンテカルロ・シミュレーションを行うことによって示しており、これらの成果をテクニカルレポートとしてまとめた。

2022年度

(2)に関して、一般ステップの単調欠測データにおける平均ベクトルの多重比較問題について、2021年度までに提案した新たな検定統計量が基となる漸近展開による新たな近似上側パーセント点を提案し、それを用いた平均ベクトル間の対比較や対照比較に対する近似同時信頼区間を与えた。モンテカルロ・シミュレーションによりこの近似の有用性をいくつかのパラメータに対して示した。この成果を学会にて発表し、さらに2021年度までに得ていた関連する1標本問題や2標本問題の研究成果とともにテクニカルレポートとしてまとめた。

(4)について、2021年度にテクニカルレポートとしてまとめていた1標本問題の3-step単調欠測データにおける「平均ベクトルと分散共分散行列の同時検定」における尤度比検定統計量に関する議論を多標本問題の場合に拡張した。具体的には、多標本問題のデータに欠測がない場合の分散共分散行列の検定や同時検定の修正尤度比検定統計量に着目して、この検定統計量の帰無分布のカイ二乗近似を改良する検定統計量や近似上側パーセント点をいくつか提案した。また、いくつかのパラメータに対してモンテカルロ・シミュレーションを行い、その近似精度の良さを示した。これらの研究成果をテクニカルレポートとしてまとめ、学術雑誌に投稿した。

2023年度

(2)については2022年度にテクニカルレポートとしてまとめた研究成果を学術雑誌に投稿し、査読者からのコメントを基に研究成果の補強を行った。また、これに関連して、簡便な T^2 型検定統計量を用いた平均ベクトルの検定について、検定統計量の帰無仮説の下での分布関数の漸近展開を相関を考慮した上で1標本問題の2-step単調欠測データの場合に以前導出しているが、その結果を3-step単調欠測データの場合に拡張することに成功した。

(4)については、1標本問題及び多標本問題における3-step単調欠測データの下での平均ベクトルと分散共分散行列の同時検定における尤度比検定統計量に関する議論を2022年度に学術雑誌に投稿していたが、その補強を行ったところ、学術雑誌に掲載されることとなった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 5件）

| | |
|--|--------------------|
| 1. 著者名 Sakai, R., Yagi, A. and Seo, T. | 4. 巻 18:3 |
| 2. 論文標題 Simultaneous Tests for Mean Vectors and Covariance Matrices with Three-step Monotone Missing Data | 5. 発行年 2024年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Statistical Theory and Practice | 6. 最初と最後の頁 1-32 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s42519-023-00355-2 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 Yagi, A., Seo, T. and Hanusz, Z. | 4. 巻 52 |
| 2. 論文標題 Testing equality of two mean vectors with monotone incomplete data | 5. 発行年 2023年 |
| 3. 雑誌名 Communications in Statistics - Simulation and Computation | 6. 最初と最後の頁 506-522 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/03610918.2020.1861291 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |

| | |
|--|--------------------|
| 1. 著者名 Sakai, R., Yagi, A. and Seo, T. | 4. 巻 4 |
| 2. 論文標題 Testing equality of multivariate normal populations with three-step monotone missing data | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, Hiroshima, Japan | 6. 最初と最後の頁 1-22 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である） | 国際共著 - |

| | |
|---|--------------------|
| 1. 著者名 Yagi, A. and Seo, T. | 4. 巻 2 |
| 2. 論文標題 Tests for One and Two Mean Vectors and Simultaneous Confidence Intervals with Monotone Incomplete Data | 5. 発行年 2023年 |
| 3. 雑誌名 Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, Hiroshima, Japan | 6. 最初と最後の頁 1-36 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である） | 国際共著 - |

| | |
|--|--------------------|
| 1. 著者名 Sakai, R., Yagi, A. and Seo, T. | 4. 巻 4 |
| 2. 論文標題 Simultaneous testing of mean vector and covariance matrix with three-step monotone missing data | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, Hiroshima, Japan | 6. 最初と最後の頁 1-17 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 Yagi, A., Seo, T. and Fujikoshi, Y. | 4. 巻 41 |
| 2. 論文標題 AIC for Growth Curve Model with Monotone Missing Data | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 American Journal of Mathematical and Management Sciences | 6. 最初と最後の頁 185-199 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/01966324.2021.1946667 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|---------------------|
| 1. 著者名 Onozawa, M., Yagi, A. and Seo, T. | 4. 巻 9 |
| 2. 論文標題 New test statistics for one and two mean vectors with two-step monotone missing data | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 International Journal of Statistics and Probability | 6. 最初と最後の頁 56-75 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|--------------------|
| 1. 著者名 Yagi, A., Seo, T. and Fujikoshi, Y. | 4. 巻 40 |
| 2. 論文標題 Maximum likelihood estimators in growth curve model with monotone missing data | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 American Journal of Mathematical and Management Sciences | 6. 最初と最後の頁 1-16 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/01966324.2020.1791290 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|--------------------|
| 1. 著者名 Nomura, Remi, Yagi, A., Seo, T. | 4. 巻 4 |
| 2. 論文標題 Modified likelihood ratio test for simultaneous testing of mean vectors and covariance matrices with missing data. | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, Hiroshima, Japan | 6. 最初と最後の頁 1-14 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

[学会発表] 計11件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

| |
|---|
| 1. 発表者名 森本直紀, 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 3-step 単調欠測データにおける T^2 型検定統計量を用いた平均ベクトルの検定 |
| 3. 学会等名 科研費シンポジウム「統計科学・機械学習・情報数学の最前線」 |
| 4. 発表年 2024年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 Multivariate Pairwise Comparisons Among Mean Vectors with Monotone Missing Data |
| 3. 学会等名 日本数学会 |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 単調型欠測をもつ成長曲線モデルにおける推定問題とその周辺 |
| 3. 学会等名 研究集会『多変量統計学・統計的モデル選択の新展開』 |
| 4. 発表年 2023年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 菊地武生, 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 2-step単調欠測データの下での分散共分散行列におけるスフェリシティ検定 |
| 3. 学会等名 応用統計学会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 単調型欠測をもつ2つの平均ベクトルに対する同等性検定問題 |
| 3. 学会等名 日本計算機統計学会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 八木文香, 小野沢瑞季, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 2標本問題における2-step単調欠測データの下での平均ベクトルに対する新たな検定統計量 |
| 3. 学会等名 日本数学会 |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 酒井玲美, 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 3-step単調欠測データの下での平均ベクトルと分散共分散行列の同時検定 |
| 3. 学会等名 日本計算機統計学会 |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 酒井玲美, 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 3-step単調欠測データの下での平均ベクトルと分散共分散行列の同時検定に対する尤度比検定統計量 |
| 3. 学会等名 日本統計学会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 A New Test Statistic for Two Mean Vectors with Monotone Missing Data |
| 3. 学会等名 日本数学会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 八木文香, 瀬尾隆, 藤越康祝 |
| 2. 発表標題 3-step 単調欠測データをもつ成長曲線モデルに関するAIC 型選択規準 |
| 3. 学会等名 日本数学会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--------------------------------------|
| 1. 発表者名 野村玲美, 八木文香, 瀬尾隆 |
| 2. 発表標題 一般欠測データの下での多変量正規母集団の同等性検定 |
| 3. 学会等名 日本計算機統計学会 |
| 4. 発表年 2019年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|--|---------------------------|-----------------------|----|
|--|---------------------------|-----------------------|----|

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|