

令和 2 年 5 月 12 日現在

機関番号：14301

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2018～2019

課題番号：18H06476・19K21542

研究課題名(和文) ゲーム理論における限定合理性への統計力学的アプローチ

研究課題名(英文) Statistical mechanical approach to bounded rationality in game theory

研究代表者

上田 仁彦 (Ueda, Masahiko)

京都大学・情報学研究科・助教

研究者番号：00826571

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、(1)繰り返しゲームにおいて近年発見されたゼロ行列式戦略のゲームに依存しない数学的性質の解明、(2)限定合理的なクールノー寡占ゲームにおけるインサイダー情報の効果の解析、の2つの課題を行った。結果として、(1)存在可能なゼロ行列式戦略には大きな制約があること、(2)インサイダー情報がカオス的な経済ダイナミクスを安定化し得ること、がわかった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ゼロ行列式戦略はプレイヤーの平均利得の間に一方的に線形関係性を課す戦略であり、必ずしも合理的な戦略ではないが他のプレイヤーを罰する際などに有用であると考えられている。これまで囚人のジレンマゲームのような具体的なゲームにおいてはその性質が調べられてきたが、ゲームの構造によらない性質はあまり注目されてこなかった。本研究ではゼロ行列式戦略のゲームの構造によらない数学的性質を明らかにしたので、一般のゲームにおいてゼロ行列式戦略を構成する必要がある際の指針として有用となると考えられる。また、限定合理的寡占ゲームにおいて、インサイダー情報のような有害であると思われる概念の有用性を見出すことができた。

研究成果の概要(英文)：We studied two problems related to bounded rationality in game theory: (1) Mathematical properties of zero-determinant strategies in repeated games which do not depend on the structure of games, and (2) effects of insider information in Cournot duopoly game with bounded rationality. We found that (1) possible zero-determinant strategies are strongly constrained by linear algebraic properties, and (2) chaotic dynamics of Cournot duopoly market with bounded rational players can be stabilized by insider information.

研究分野：統計物理学

キーワード：ゲーム理論 限定合理性 繰り返しゲーム ゼロ行列式戦略 寡占 インサイダー情報

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

人間の意思決定は他者の意思決定に影響を及ぼし同時に影響を及ぼされながら行われる。このように相互に影響を及ぼしながら行われる意思決定を数学的にモデル化したのがゲーム理論である。各主体は他者の戦略を予測しながら自分の戦略を決定する。各主体が合理的な意思決定を行う場合にどのような状態が実現されるかという問題は、誰も戦略を変更することで利得を改善できない状態である「均衡」の概念を用いて理解されてきた。しかしながら、様々な行動経済学実験によって、人間の意思決定は必ずしも合理的ではないということが指摘されてきた。そのため、人間の合理性は限定されているという前提に基づく限定合理性の理論が必要とされている。限定合理性には主に二つのタイプがあると考えられている。第一のものは、心理学的要請から来る限定合理性である。例えばゲーム理論では自分の利得を最大化することが合理的であるとされるが、現実には他者の利得との平等性なども考慮して行動が選択されることがある。第二のものは、人間の計算能力の限界から来る限定合理性である。人間の処理能力は限られており、ゲームが少しでも複雑になると最適な行動をとることは難しくなると期待される。こちらに関しては、主体の学習・適応プロセスを陽に取り入れたモデル化がなされるなどしている。このように、限定合理性の研究は個別の知見が蓄えられてきている段階にある。ここで申請者は、合理性の限定された思考においても法則性はあるのかを問う。

### 2. 研究の目的

本研究では、処理能力の限界から来る限定合理性において、均衡に至らない場合に何が起こるのかを統計力学の観点から分類することを目指す。既存の限定合理性の研究では主に「どのように学習したら均衡に至るか」など均衡に至る方法の観点から研究が行われてきたが、均衡に至らない状況で何が起きているのかについてはあまり着目されてこなかった。しかしながら、現実社会においては均衡に至ることなく意思決定がなされていることが多い。実際、計算問題の難しさを分類する計算複雑性理論によると、均衡を見つける問題は PPAD 完全という非常に解くのが難しいクラスに分類されることが知られており、現実的には均衡点を見つけることは困難である。一方、複雑な大自由度系の典型的な性質は統計力学の手法を用いて解析可能な場合が多い。本研究では統計力学の観点から均衡に至らない状況の理解と体系化を目指す。波及効果として、ゲーム理論はミクロ経済学の分野に応用されていることを考えると、本研究の成果は人間の非合理性を取り入れたより現実的な市場理論を構築する際の足掛かりとなると期待される。

### 3. 研究の方法

本研究では限定合理性に関する以下の2つの課題を確率過程や力学系理論の手法を用いて解析する。

#### (1) 繰り返しゲームにおけるゼロ行列式戦略の線型代数的構造

繰り返しゲームは将来の利得を考慮した人間の意思決定を扱う枠組みである。例えば囚人のジレンマゲームにおいては、一回のゲームでは均衡点として裏切りが実現されるが、無限回ゲームを繰り返すことでプレイヤーが将来を考慮した行動をとり協力が達成されることが知られている。近年、繰り返しゲームにおいて「ゼロ行列式戦略」と呼ばれる新たな戦略が発見された。ゼロ行列式戦略は、プレイヤーの平均利得の間に線形関係式を一方向的に課す戦略である。ゼロ行列式戦略は必ずしも合理的な戦略ではないので、限定合理性の観点から調べる必要がある。しかしながら、ゼロ行列式戦略の数学的性質自体もそもそもあまりわかっていなかった。申請者は一般のゲームにおいて複数のプレイヤーがゼロ行列式戦略を課した場合に何が起こるのかを確率過程と線型代数学の手法を用いて調べる。

#### (2) 限定合理的クールノー寡占ゲームにおける情報取得の効果

二つの企業が同じ財を供給する寡占市場を考える。財の価格が相手企業の生産量にも依存するため、状況はゲーム理論的になる。各企業が合理的に振る舞う場合、ナッシュ均衡点が発現される。一方、各企業がゲームを繰り返し行いながら少しずつ生産量を学習するという限定合理的な場合、あるパラメータ領域ではカオス的な軌道が発現されることが知られている。申請者は、限定合理的ではあるが一方の企業が他方の企業の生産量に関するインサイダー情報を持っている場合にこのダイナミクスがどのような修正を受けるかを力学系理論の立場から解析する。

### 4. 研究成果

上述の2つの課題に対して以下の成果が得られた。

#### (1) 繰り返しゲームにおけるゼロ行列式戦略の線型代数的構造

線型代数学に基づく解析を行ったところ、利得の線形関係式の連立方程式は必ず解を持つということ(整合性)がわかった。これは、ゼロ行列式戦略として許されている戦略の空間には大きな制約があること、即ち、矛盾した利得関係式を複数のプレイヤーが採用することでエルゴード性が破れたりすることはないことを意味する。また、ある条件の下では複数のプレイヤーの課すゼロ行列式戦略は互いに独立であることも示した。さらに、多行動のゲームにおいて一人のプレイヤーが複数の線形利得関係式を課す高次元ゼロ行列式戦略の存在も具体例を通じて示すことに成功した。高次元ゼロ行列式戦略はゲームの対称性によって存在が大きく制限されるよう

あり、いくつかの条件を満たす対称なゲームにおいては最高次元のゼロ行列式戦略が存在しないことを示すことができた。加えて、ゼロサムゲームにおいてゼロ行列式戦略が存在する例と存在しない例を具体的に構築できた。ゼロサムゲームにおいては一般に利得ベクトルの張る空間の次元が小さくなるので、ゼロ行列式戦略を構成することは難しくなる。また、観測が不完全な繰り返しゲームにおいて、許されているゼロ行列式戦略の空間が完全観測の場合と比べて小さくならない具体例の構築も行えた。

今後の展望としては、「どのような状況でゼロ行列式戦略が採られ得るか」「現実的なゲームにおいて高次元ゼロ行列式戦略で有用な例が作れるか」「ゲームが与えられた時にゼロ行列式戦略の存在を判定する簡単な基準はあるか」などの問いに答えることが挙げられる。特にゼロ行列式戦略の存在に関しては、本研究の成果は「許されているゼロ行列式戦略の空間は整合性やゲームの対称性、利得の線型独立性などによって強く制限される」ことを示唆するが、簡単な判定基準があるかどうかの理解をさらに深めていきたいと考える。また、観測が不完全な場合に関しては、「許されているゼロ行列式戦略の空間が不完全観測に伴って次元削減可能かどうか」という新しい問題設定を発見できたので、引き続き研究を続けたい。

## (2) 限定合理的クールノー寡占ゲームにおける情報取得の効果

解析を行ったところ、情報取得の効果によってカオス的な振る舞いの生じるパラメータ領域が狭くなることがわかった。即ち、カオス的な経済ダイナミクスがインサイダー情報によって安定化されることがわかった。通常、インサイダー情報は市場にとって悪影響を及ぼすものと考えられているが、本研究の限定合理的なモデルではむしろ市場を安定化させる方向に働くという結果が得られた。また、安定化させる機構は二つの企業の時間発展を半時間ステップだけずらすという差分方程式の数値解の安定化手法と似たメカニズムであるといえる。同様の成果が他のゲームにおいても成り立つかどうかを引き続き解析したいと考えている。さらに、情報理論的な量を用いてこのような効果の特徴付けられないかを検討したい。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Ueda Masahiko	4. 巻 2019
2. 論文標題 Numerical calculation of overlap distribution of (2 + 1)-dimensional directed polymer in random media	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment	6. 最初と最後の頁 053302 ~ 053302
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1742-5468/ab14db	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ueda Masahiko	4. 巻 362
2. 論文標題 Effect of information asymmetry in Cournot duopoly game with bounded rationality	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Applied Mathematics and Computation	6. 最初と最後の頁 124535 ~ 124535
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.amc.2019.06.049	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ueda Masahiko	4. 巻 53
2. 論文標題 Absolute negative mobility in evolution	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 075601 ~ 075601
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab6a6a	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiko Ueda, Toshiyuki Tanaka	4. 巻 -
2. 論文標題 Linear algebraic structure of zero-determinant strategies in repeated games	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 PLoS ONE	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masahiko Ueda, Shin-ichi Sasa	4. 巻 121
2. 論文標題 Ueda and Sasa Reply	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review Letters	6. 最初と最後の頁 128902
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevLett.121.128902	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計10件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 7件)

1. 発表者名 Masahiko Ueda
2. 発表標題 Effect of information asymmetry in Cournot duopoly game with bounded rationality
3. 学会等名 Statistical Physics of Complex Systems (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahiko Ueda, Toshiyuki Tanaka
2. 発表標題 Consistency and independence of zero-determinant strategies in repeated games
3. 学会等名 "International Meeting on Game Theory" as joint meeting of "12th International ISDG Workshop" and "13th International Conference on Game Theory and Management" (ISDG12-GTM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahiko Ueda, Shin-ichi Sasa
2. 発表標題 Replica symmetry breaking in trajectory space for the trap model
3. 学会等名 40 years of Replica Symmetry Breaking (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 上田仁彦, 田中利幸
2. 発表標題 ゼロ行列式戦略における利得関係式の整合性
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 上田仁彦
2. 発表標題 対数相関ポテンシャル中拡散における軌道の局在
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahiko Ueda, Toshiyuki Tanaka
2. 発表標題 Consistency of payoff relations in zero-determinant strategies
3. 学会等名 Advances in Physics of Emergent orders in Fluctuations (APEF2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahiko Ueda
2. 発表標題 Replica symmetry breaking in trajectory space for diffusion in logarithmically correlated random potentials
3. 学会等名 Soft matter physics: from the perspective of the essential heterogeneity (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahiko Ueda, Toshiyuki Tanaka
2. 発表標題 Consistency and independence of payoff relations in zero-determinant strategies
3. 学会等名 The 3rd East Asia Game Theory Conference (EAGT2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 上田仁彦, 田中利幸
2. 発表標題 ゼロ行列式戦略における利得関係式の整合性
3. 学会等名 日本物理学会第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahiko Ueda
2. 発表標題 Numerical calculation of overlap distribution of (2+1)-dimensional directed polymer in random media
3. 学会等名 EMN Hawaii Meeting on Polymer (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----