

令和 5 年 6 月 23 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2019～2022

課題番号：19K21691

研究課題名（和文）経済時系列の逐次統計解析とその応用～金融バブルの検出

研究課題名（英文）Sequential analysis for economic time series and its applications - Detection of financial bubbles

研究代表者

西山 慶彦（Nishiyama, Yoshihiko）

京都大学・経済研究所・教授

研究者番号：30283378

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,900,000円

研究成果の概要（和文）：経済時系列分析においてよく用いられる自己回帰モデルと疫学で個体数の記述に用いられるGalton-Watson分枝過程における統計的逐次検定の理論研究を行った。AR(1)、AR(p)モデルについて、観測されたFisher情報に基づく停止時間を用いた逐次サンプリング方式において単位根検定を行う際の検定統計量と停止時間の同時極限を導出し、DDSブラウン運動によって駆動されるBessel過程を用いて特徴づけられた。また、分散の推定量の統計的性質を明らかにした。また、帰無仮説と局所対立仮説の下で、極限での同時ラプラス変換と同時密度関数を求めた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

社会全体としては、提案されて手法をもちいることによって、リアルタイムにバブルの発生を検出することが可能になる。それにより、政府や金融機関がバブルの発生による社会的なコストや損失回避のための情報を得ることが可能である。学術的には、検定統計量と停止時の同時分布を解析的に求めることで、この分野の数理統計理論を大きく発展させた。それにより、期待値や分散を含めたモーメントの計算および分位点の導出が可能になった。

研究成果の概要（英文）：A theoretical study of sequential tests in autoregressive models commonly used in economic time series analysis and Galton-Watson branching processes used to describe populations in epidemiology was conducted for the AR(1) and AR(p) models, with stop times based on observed Fisher information. Simultaneous limits of the sequential test statistic and stopping time for the unit root test in the sampling scheme were derived and characterised using Bessel processes driven by DDS Brownian motion. The statistical properties of the estimators of variance were also clarified. Simultaneous Laplace transformations and simultaneous density functions in the limit were also obtained under the null and local alternative hypotheses.

研究分野：計量経済学

キーワード：逐次検定 単位根 criticality DDSブラウン運動 ベッセル過程

1. 研究開始当初の背景

伝統的な経済時系列分析では、ある期間のデータを所与として分析を行うことが通常である。他方、統計分析には逐次解析と呼ばれる接近法があり、分析者は興味対象に関する情報を十分に得るまでデータを収集し、その上で分析を行う。逐次解析は1950年代から研究が進められてきたが、経済時系列分析にそのアイデアが取り入れられたことは嘗てなく、その理論的性質はほとんど未知であった。この研究の動機となった応用例は、バブル発生の検出問題であった。バブル発生を早期に発見し、制御できれば社会的コストを低減させる可能性がある。逐次解析法によって、バブルの発生の有無を調べるに十分な情報を得るまでデータ収集を続け、その上で結論を出すことにより、既存の時系列分析法よりも早くかつ正確にバブル発生を検出することが期待できる。日々大量にデータが収集され、そのビッグデータを用いたスピーディな意思決定が要求される現代の情報化社会において、この方法はバブル以外の問題についても必要不可欠な統計的ツールになる可能性が高く、本研究を遂行することとした。

2. 研究の目的

実社会で我々がこれまで幾度となく経験してきたように、バブルの発生と崩壊は社会に大きな経済損失をもたらす。もし可能な限り早期にバブル発生に気づき、それを制御する政策をとることができれば、そのコストを回避できる可能性がある。投資家や金融機関にとってもそれは有益な情報であろう。しかし、通常の経済時系列分析のアプローチではこのような要請に答えるのは難しい。なぜなら、そこでは分析時点で入手できる一定期間のデータを使って分析を行うという手続きが取られるため、その期間にバブルがあったかどうかを事後的に調べることでしかできず、「可能な限り早期に」バブル発生に気づくことはできないからである。更に、実はその期間のデータが判断に十分な情報を含んでいるかどうかわからないため、結果の信頼性には疑問がある。

このような問題を扱う際に有効な方法として逐次解析と呼ばれるアプローチがある。逐次解析は、分析に必要な情報をあらかじめ量的に担保しておき、十分に情報が溜まるまでデータを集め、その時点ですぐに統計的な判断を下すという枠組みである。そのため、

日々データが収集、追加されるというサンプリング構造

通常時は特にコストはないが、バブルが発生するとコストがかかる構造

の分析には非常に相性がよい。というのは、このアプローチによって、情報量が足りていないデータに依拠して判断を下す、逆にもっと早く判断可能なのに、無用にデータ収集を続けてしまうといった問題が生じないからである。逐次解析は1950年代に端緒を有し、工業製品の品質管理や医薬品の治験等の実証研究にも重要な貢献をしてきた。しかし、申請者の知る限り、経済時系列分析においては逐次解析法のアイデアが取り入れられたことはなく、その理論的性質も未知の部分が多い。

このような問題を扱うために、本研究では、経済時系列に対する逐次解析法の一般理論を構築する。逐次解析では、情報が十分に蓄積されてデータ収集をやめる時点を停止時といい、それは一般に確率変数である。本研究で用いるのは自己回帰モデル(t 時点の値 Y_t が $t-1$ 時点までの値に依存して確率的に決まるモデルで、最も単純なのは u_t を誤差項として $Y_t = aY_{t-1} + u_t$ というモデル)で、まずその係数パラメータの最小二乗推定量および停止時の分布を導出する。本研究では、バブル検出問題が研究動機となった例で、上のモデルで言えばバブルでない時は $a=1$ 、バブル時期は $a>1$ である。同じ考え方を他の様々な経済問題、あるいは経済以外の問題にも応用することが可能である。例えば好景気と不景気のように二つのレジームがあって、その一方では社会的コストがかかり、他方ではかからない状況の検出である。

3. 研究の方法

本研究では、時系列モデルの逐次解析手法の一般理論を構築する。逐次解析では停止時の定め方が一つの重要なポイントであるが、この研究では、データが有する情報の量的指標であるフィッシャー情報量が一定水準 C に達したところでデータ収集を停止することを考える。 C を大きく取れば推定精度が高まる一方、停止時が遅くなるため、それらのバランスを勘案して分析者が C の水準を決める。そのもとで、まず自己回帰モデルのパラメータの逐次最小二乗推定法の漸近的特性を導出し、停止時の統計的性質を明らかにする。その理論分析の過程で、当該分野では新しい理論的アプローチを2点採用する。一つ目は C を大きくする漸近理論である。通常の時系列解析ではデータ数を大きくする漸近理論が採用されるが、逐次解析ではデータ数が確率的に定まるため、それは適用できない。そのため、データの情報量が大きくするという漸近的アプローチを取る。二つ目は、離散時間で観測される確率過程を連続時間の確率過程で近似する手法を用いる。通常の時系列分析ではよく行われることであるが、逐次分析では renewal theory と呼ばれる統計理論が用いられることが多く、このような近似を導入する理論展開は初めての試み

である。研究動機となったバブル検出の問題に関しては、バブルとは確率過程が発散過程（上の例では $a > 1$ ）になっていることと定義されるため、帰無仮説を単位根過程（ $a = 1$ ）対立仮説を発散過程（ $a > 1$ ）とする検定法を提案する。これは Dickey=Fuller (DF) 検定と同様の検定法を逐次解析の枠組みに導入するものである。次に、その手法を用いてバブルの逐次検出法を提案し、過去のデータを用いてその有効性を検証する。

本研究は、申請者および人見光太郎教授、永井圭二教授の3名の体制で行う。申請者は全体の統括とマルチンゲール差および誤差項の系列相関をノンパラメトリックとする設定の下での理論的分析、および実証分析を担当する。また、人見は主としてセミパラメトリックモデルの下での変化点探索への拡張とシミュレーション分析を、永井は確率過程論を用いた手法の理論的妥当性の検証を行う。

4. 研究成果

本研究では、経済時系列分析においてよく用いられる自己回帰モデルと数理人口学や疫学において個体数の記述に用いられる Galton-Watson 分枝過程におけるパラメータの統計的逐次検定と推定の理論研究を行った。特に、自己回帰モデルにおける単位根検定と Galton-Watson 分枝過程の criticality 検定に着目した。これらの検定は、サンプルサイズが大きくなる通常の漸近理論では、標準的な漸近正規性を有さず、ブラウン運動を用いた汎関数に分布収束することが知られている。しかし、逐次分析の枠組みを用いると、異なる漸近的な振る舞いをするを理論的、数値的に示した。

2019 年度には、自己回帰過程で記述される時系列モデルについて、これまでの研究蓄積をもとにして、1 次の自己回帰モデルの AR パラメータの推定と単位根検定の問題を取り扱った。基本的なアプローチは、フィッシャー情報量を用いて停止時を構成し、サンプリングが止まった時点で得られた標本を用いた場合の単位根検定の統計的性質を調べて、理論的な部分についてほぼ完成させた。単位根検定については、検定統計量が通常のサンプリングの場合と違って漸近正規性を有することが示された。基本的な数学的道具立てについては、離散確率過程の連続近似と確率解析の標準的な手法である DDS 定理や LAN の構造を使った分析を行った。この論文を完成させるに当たっては、マレーシアで開催された International Statistical Institute の世界大会、滋賀大学の統計学セミナー、滋賀大学で開催された統計連合大会において報告し、多くのコメントを得て改良を加えた。なお、神戸大学で開催された日本経済学会においても報告を許可されていたが、台風の影響でキャンセルになった。報告はできなかったが、指定討論者から有益なコメントが得られた。また、単位根の数が 1 ~ 3 であると想定して、その同定を行うための逐次分析法を提案し、その理論的根拠および数値実験による精度のチェックを行った。単位根の数が多いほど停止時が早く、発見が簡単であるが、定常なプロセスについては停止時が長く、機会費用が高むことが明らかになった。実用上は、3 つ以上の単位根があることは考えにくく、この方法で十分であろうと考えられる。

分枝過程は分散不均一な AR(1) 過程で表されることが知られており、パラメータの推定にはその構造を用いた一般化最小二乗推定法が効率性を有する。上で述べた単位根検定に関する結果はほぼそのまま分枝過程の Criticality 検定についても成り立つことを示した。ただし、検定統計量の漸近分布

2020 年度には 2019 年度に示した結果をベースに様々なサンプルサイズとモデル設定においてシミュレーション分析を行い、理論結果と整合的であることを示した。また、理論結果を更に拡張して、検定統計量と停止時の同時分布を導出した。その導出にあたっては、モデルの誤差項から構成されるブラウン運動、DDS ブラウン運動と更にそれにより駆動されるベッセル過程によって特徴づけられることを示した。これらの結果を、春、秋の日本経済学会、関西計量経済学研究会、統計連合大会において報告し、多くのコメントを得て改良を加えた。ひとつは最適性の議論であり、停止時と検定統計量の両者を用いた新しい検定についても、理論的根拠および数値実験による精度のチェックを行った。提案している手法は、データが逐次的に得られている状況ではある種の最適性を有し、これを用いることによって、一定の精度を保ちつつできるだけ早く単位根や criticality を検出することができ、応用上も重要な貢献になると考えられる。

なお、AR(p) の下での検定も同様に拡張することが可能で、augmented Dickey Fuller タイプの検定統計量を用いた単位根検定手法を提案、その漸近的性質を導出した。その論文を “Sequential test for a unit root in monitoring a p-th order autoregressive process” としてまとめ、その中では、誤差項の分散の逐次推定量の一致性と漸近正規性も示した。2020 年 12 月に Advances in Econometrics へ投稿した。

また、定常な AR(1) モデルのパラメータを同じく逐次解析の枠組みで推定した場合の漸近的性質を導出した。この場合は推定量の漸近正規性は同じように成立するものの、停止時の性質は単位根をもつ AR(1) の場合と全く異なって漸近正規性を持つことが示された。もし誤差項の分散が既知でそれを用いてフィッシャー情報量を構成した場合には、それらは 2 次元同時正規分布に従うことが示される。しかし、誤差項の分散の推定量を用いてフィッシャー情報量を構成すると、分布が崩壊してしまうという非常に興味深い構造を有することが示された。

2021 年には、引き続き経済時系列モデルとしてよく用いられる自己回帰モデルと疫学で個体数の記述に用いられる Galton-Watson 分枝過程における統計的逐次検定の理論研究を行った。

これまでに、前者では観測された Fisher 情報に基づく停止時間を用いた逐次サンプリング方式における次数 p の自己回帰過程に対する単位根検定、後者では同様の枠組みの下で基本再生産数に関する臨界性の検定問題を扱って、それぞれについて、検定統計量と停止時間の同時極限を導出し、DDS ブラウン運動によって駆動される Bessel 過程を用いて特徴づけられることを示した。更に、その結果に依拠して帰無仮説と局所対立仮説の下で、極限での検定統計量と停止時の同時ラプラス変換と同時密度関数を導出した。それらの結果を用いて、モーメントや分位点などの特徴量の数値計算方法を開発した。

前年度に投稿していた $AR(p)$ モデルの逐次単位根検定の論文は学術誌「Advances in Econometrics: Essays in Honor of Joon Y. Park」にアクセプトされた。

初期値をゼロとした場合の $AR(1)$ モデルについて逐次単位根検定の理論をまとめた論文を Joint Asymptotic Properties of Stopping Times and Sequential Estimators for Stationary First-order Autoregressive Models として京都大学経済研究所の Discussion paper series 1060 として、また初期値がゼロでない場合の Dickey-Fuller による単位根検定の検出力を非心カイ二乗分布を用いて正確に評価する方法を開発し、Unit root tests considering initial values and a concise method for computing powers として京都大学経済研究所の Discussion paper series 1060 として公刊した。

時系列の単位根過程と爆発的な過程、分枝過程の臨界的と優臨界的な状況のような非正常過程のように、Fisher 情報量(条件付き Fisher 情報量)の極限にランダムネスが残る場合、統計学において、非エルゴード的な確率過程と呼ぶ。これまでの研究成果について、非エルゴード過程と位置付けて、2021 年度日本経済学会秋季大会の「バブルと感染爆発 - 非エルゴードの時系列の検出」という企画セッションを立て、3つの報告でバブルや感染爆発といった非エルゴード的な状態が起こりうる時系列が観測されるとき計量経済学的手法について議論した。

2022 年度には初期値がゼロでない場合の Dickey-Fuller による単位根検定の検出力を非心カイ二乗分布を用いて正確に評価する方法を開発し、Unit root tests considering initial values and a concise method for computing powers として京都大学経済研究所の Discussion paper series 1048 として公刊した。また、前年度に「Advances in Econometrics: Essays in Honor of Joon Y. Park」にアクセプトされた論文 Sequential test for a unit root in monitoring a p -th order autoregressive process の最終稿を作成し、出版社に送り、最終版が確定した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kohtaro Hitomi, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao	4. 巻 1
2. 論文標題 Sequential test for a unit root in monitoring a p-th order autoregressive process	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Advances in Econometrics: Essays in Honor of Joon Y. Park	6. 最初と最後の頁 1 - 31
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計18件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 7件）

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao
2. 発表標題 Sequential criticality test for branching process with immigration
3. 学会等名 63rd ISI World Statistics Congress 2021 (ISI WSC 2021) (Online) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao
2. 発表標題 Sequential test for a unit root in monitoring a p-th order autoregressive process
3. 学会等名 2021 Japanese Economic Association Spring Meeting
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao
2. 発表標題 Criticality test for branching processes with immigration
3. 学会等名 Japanese joint statistical meeting 2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao
2. 発表標題 Time-changed method in non-ergodic autoregressive process and branching process
3. 学会等名 2021 Japanese Economic Association Autumn Meeting
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao
2. 発表標題 Sequential Test for Unit Root in First Order Autoregressive Model
3. 学会等名 2021 Japanese Economic Association Autumn Meeting
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao
2. 発表標題 Sequential Test for the Criticality of Branching Processes,
3. 学会等名 2021 Japanese Economic Association Autumn Meeting
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao.
2. 発表標題 Operating characteristics of sequential unit root tests obtained from the Bessel bridges
3. 学会等名 Bernoulli-IMS One World Symposium (国際学会)
4. 発表年 2020年

1 . 発表者名 K.Nagai, K. Hitomi, Y.Nishiyama and J. Tao
2 . 発表標題 The role of Bessel processes on the sequential test for a unit root in autoregressive process and criticality in branching processes
3 . 学会等名 Bernoulli-IMS One World Symposium (国際学会)
4 . 発表年 2020年

1 . 発表者名 K.Nagai, K. Hitomi, Y.Nishiyama and J. Tao
2 . 発表標題 Sequential test for the criticality of branching processes
3 . 学会等名 統計連合大会
4 . 発表年 2020年

1 . 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao
2 . 発表標題 The role of Bessel processes on the sequential test for a unit root in autoregressive process and criticality in branching process
3 . 学会等名 統計連合大会
4 . 発表年 2020年

1 . 発表者名 K.Nagai, K. Hitomi, Y.Nishiyama, and J. Tao
2 . 発表標題 Sequential analysis on branching process with immigration with a stopping time based on the observed Fisher information
3 . 学会等名 関西計量経済学研究会
4 . 発表年 2021年

1 . 発表者名 K.Nagai, K. Hitomi, Y.Nishiyama, and J. Tao
2 . 発表標題 Detection of a unit root in monitoring AR(p) process with combination of a sequential procedure and the augmented Dickey-Fuller test
3 . 学会等名 関西計量経済学研究会
4 . 発表年 2021年

1 . 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao.
2 . 発表標題 Statistical Sequential Analysis of Autoregressive Processes
3 . 学会等名 Data Science Seminar, Shiga University
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao.
2 . 発表標題 Monitoring Unit Root in Sequentially Observed Autoregressive Processes against Local-to-unity hypotheses
3 . 学会等名 62nd ISI World Statistics Congress 2019 (ISI WSC 2019), Kuala Lumpur, Malaysia (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao.
2 . 発表標題 Joint Asymptotic Normality of Stopping Times and Sequential Estimators in Monitoring Autoregressive Processes
3 . 学会等名 62nd ISI World Statistics Congress 2019 (ISI WSC 2019), Kuala Lumpur, Malaysia (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1. 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao.
2. 発表標題 The relationship between Dickey-Fuller test and Sequential unit root test for first-order autoregressive model
3. 学会等名 Japanese joint statistical meeting 2019, Shiga University (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao.
2. 発表標題 Sequential Unit Root Test
3. 学会等名 Econometrics Symposium in honor of Peter M. Robinson (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi, Jianwei Jin, Keiji Nagai, Yoshihiko Nishiyama, and Junfan Tao
2. 発表標題 Unit root tests with initial values and a concise method for computing powers
3. 学会等名 関西計量経済学研究会
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	人見 光太郎 (Hitomi Kohtaro) (00283680)	京都工芸繊維大学・基盤科学系・教授 (14303)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	永井 圭二 (Nagai Keiji) (50311866)	横浜国立大学・大学院国際社会科学研究院・教授 (12701)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関