

令和 4 年 6 月 6 日現在

機関番号：17102

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2019～2021

課題番号：19K21902

研究課題名（和文）レビ過程に基づく新しい宇宙プラズマ物理のパラダイムの構築

研究課題名（英文）Novel paradigm of space plasma physics based on Levy processes

研究代表者

羽田 亨（Hada, Tohru）

九州大学・総合理工学研究院・教授

研究者番号：30218490

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,800,000円

研究成果の概要（和文）：宇宙空間での高エネルギー粒子（宇宙線）の運動は、プラズマ乱流に捕捉されて停滞したり、乱流の影響を受けずに長距離をほぼ直線的に移動したりするようなレビ過程として記述できる。このような非ブラウン粒子集団の拡散過程は、古典拡散方程式ではなく、時間または空間微分項に非整数階微分(FD)を含むフラクショナル拡散方程式(FDE)を用いて記述できる。乱流の統計と粒子統計の関係の定量化、FDEの数値解析、衝撃波を含むFDE系による宇宙線衝撃波統計加速、さらに複数衝撃波による宇宙線加速などについて、理論的および数値的な議論をおこなった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

宇宙プラズマ中の高エネルギー粒子はレビ過程に基づく記述が妥当であるが、モデルの取り扱いの難しさのため、古典拡散の枠組みを適用して議論することが殆どであった。本研究は、レビ過程やフラクショナル発展方程式などの新概念をベースとして宇宙プラズマ物理の枠組みを再考する新しい試みであり学術的に意義深い。また、結晶中の電子運動等のマイクロ現象、宇宙空間での小天体のマクロ運動、さらには数理ファイナンス分野など、多くの分野でレビ過程の概念を用いた議論がなされている。微分方程式の数値解析法についての情報交換など、分野を超えた学術的貢献が期待される。

研究成果の概要（英文）：The motion of energetic particles (cosmic rays) in space can be described as a Levy process, in which the particles are trapped by plasma turbulence and stagnate or travel long distances almost ballistically without the influence of the turbulence. The diffusion of such non-Brownian particles can be described using the fractional diffusion equation (FDE), which includes the fractional time or spatial derivatives. Theoretical and numerical discussions were made on the relationship between the turbulence statistics and the particle statistics, numerical analysis of the FDEs, diffusive shock acceleration of the cosmic rays in the FDE systems, and the cosmic ray acceleration by multiple shock waves.

研究分野：宇宙プラズマ物理学

キーワード：レビ過程 宇宙線輸送 宇宙線加速

## 1. 研究開始当初の背景

宇宙空間を満たす宇宙プラズマの最大の特徴は、これが極めて低密度のため粒子間衝突がほぼ無視でき、かわりにプラズマと電磁場のマクロな揺らぎを介して粒子軌道が曲げられることにある。特に高エネルギー粒子（宇宙線）では、軌道は通常のブラウン運動ではなく、あるときは一つの場所に停滞したり、またあるときは長距離をほぼ直線的に移動したりするような「レビ過程」（歩行-停滞モデルなど）として記述できる特徴的な運動をする。このような粒子の集団の拡散は通常の古典拡散方程式ではなく、時間または空間微分項に「フラクショナル微分（非整数階微分）」を含むフラクショナル拡散方程式となる。プラズマ輸送の非古典的取り扱い、プラズマ物理の問題としてのみならず、数理学の観点からも重要である。近年、フラクショナル微積分の数値評価法に進展があり、これを含む方程式系の発展を数値的に解くことが可能になってきた。その一方、プラズマ物理等の具体的な課題への応用に際しては、フラクショナル微積分および微分方程式にはいくつかの未解決課題が残されていた。さらに、衝撃波を含むフラクショナル輸送拡散系での宇宙線加速についての議論が必要であった。

## 2. 研究の目的

上の状況をふまえ本研究では、「レビ過程」の概念を用いて粒子運動の統計を定量化し、その結果をもとにフラクショナル拡散方程式の数値解析を行い、さらに重要な応用問題として、衝撃波を含むフラクショナル拡散方程式系を用いた宇宙線加速の議論を行う。これらの結果を基盤として、レビ過程に基づく新しい宇宙プラズマ物理のパラダイムを提案する。

## 3. 研究の方法

(1) レビ過程に基づく粒子群統計の定量化: 乱流場中の粒子軌道の大規模テスト粒子計算により、乱流パラメータ（乱流強度、間欠性の強度など）と粒子拡散スケールとの相互関係を系統的に求める。乱流モデルとしては、アルフヴェン波の1次元スラブモデル、アルフヴェン波の2次元モデル、垂直拡散モデルなどを用いる。

(2) フラクショナル拡散方程式の数値解析手法の開発: 上で示したような統計にしたがう粒子群が多数あるとき、これらの集団的振舞を自然に記述する方程式として、時間微分項の非整数回微分（メモリー効果）あるいは空間微分項の非整数回微分（非局所相互作用）を含む、フラクショナル拡散方程式がある。宇宙線アンサンブルの時間発展を記述するフラクショナル輸送拡散方程式の数値解を求める解析手法を開発する。特に、衝撃波を含むフラクショナル拡散方程式系の解析: 衝撃波をモデルに導入し、高エネルギー粒子（宇宙線）の加速過程を議論する。標準モデルである衝撃波統計加速において、輸送がレビ過程である場合にモデルがどのように本質的な変更を受けるかを明らかにする。

(3) レビ過程に基づく新しい宇宙プラズマ物理パラダイムの構築: 多くの宇宙プラズマ物理現象を、フラクショナル拡散をとりいれた枠組みで再考することは極めて重要である。顕著な例として、無衝突衝撃波の内部構造や磁気再結合過程の散逸領域の物理などがあげられる。例えば粒子シミュレーションを用いれば、非ブラウン粒子の振る舞いは計算できるが、これを流体的枠組みで捉えるためにはレビ過程とフラクショナル微分を用いることが必須である。宇宙線の衝撃波加速で得た経験を基盤として、より広い範囲のプラズマ現象の記述を試み、全く新しい宇宙プラズマ物理モデルのパラダイムを構築する。

## 4. 研究成果

(1) テスト粒子計算により、間欠性を持つ有限振幅乱流中における粒子拡散の統計を議論した。乱流強度、間欠性パラメータ、乱流ベキ指数などの乱流パラメータと、これにより拡散される粒子の拡散係数、特に拡散係数の時間スケール依存性について定量的に評価した。乱流モデルとしては1次元アルフヴェン乱流、2次元アルフヴェン乱流、2次元垂直磁場モデルなどを用いた。

Fig. 1 に2次元垂直磁場モデルにおける高エネルギー粒子（宇宙線）の垂直拡散過程の様子を示す。上図はいくつかの宇宙線の粒子軌道（垂直位置の時間発展）であり、粒子の停滞や短時間スケールでの移動が混在することがわかる。下図は拡散係数（縦軸）の時間スケール（横軸）依存性を示している。ほぼ3分割された一番左の領域はラーマ運動の影響の残る短時間スケール領域であり議論の対象とはしない。長時間スケール領域（右側領域）では拡散係数は時間スケール

によらずほぼ一定な古典拡散である(normal diffusion)。この時間スケールに至るまでの中間領域には、時間スケールの増大とともに拡散係数が減少する準拡散(sub-diffusion)領域が存在している。さまざまな乱流モデルおよび乱流パラメータのもとでテスト粒子計算を行い、中間的な時間スケールにおいて非古典的な粒子拡散(sub-およびsuper-diffusion)が普通に現れること、間欠性の無い乱流においては長時間スケールにおいて粒子拡散は古典拡散に収束すること、間欠性のある乱流においては非古典的拡散が普遍的に存在すること、などを見出した。

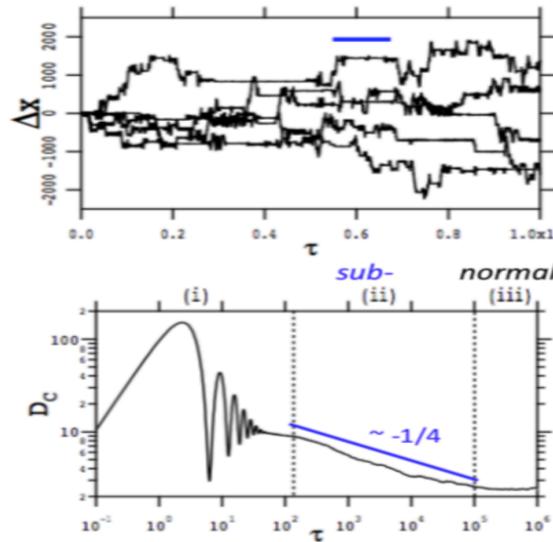


Fig.1. (top) Typical motion of cosmic rays. (bottom) Time scale dependent diffusion coefficient.

(2) Riemann-Liouville によるフラクショナル微積分(FD)の差分化、Grunwald-Letnikov による差分化、Laplace-Fourier 変換による方法などを用いて、宇宙線に対するフラクショナル拡散方程式(FDE)の数値解を求める方法を議論した。それぞれの方法の長所、短所(正確定であるはずの分布関数値が負値をとる等)、数値精度について比較検討した。主に検討したのは拡散輸送方程式のFDE版

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^\alpha f}{\partial x^\alpha} + \delta(x)H(t) \quad (*)$$

である。ここで  $f(x, v, t)$  は宇宙線の分布関数、 $t$  は時間、 $x$  は1次元空間座標、 $v$  は相対論的運動量、右辺第2項は源泉を表わし  $\delta(x)$  と  $H(t)$  はそれぞれデルタ関数とステップ関数、 $\alpha$  は拡散の統計を表現するパラメータ、 $k$  は対応する拡散係数である。この式の数値解を Fig.2 に示す。古典拡散の場合( $\alpha = 2$ )には源泉位置から注入される宇宙線が時間(図中の数字)の経過とともに広がり、下流域に一定流束として流されていくことがわかる。一方、超拡散( $\alpha = 1.5$ )の場合には多くの宇宙線は源泉位置よりも上流にまで染み出し、また下流域の流束も一定値に収束することはない。

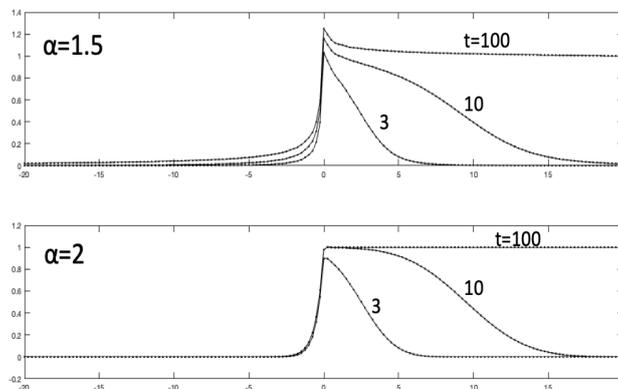


Fig.2. Numerical solution of (\*) with top:  $\alpha = 1.5$  (super-diffusive) and bottom:  $\alpha = 2$ (normal).

(3) 古典拡散の代わりにFDを取り入れた磁気流体(MHD)モデルを提案した。この系における散逸MHD波動の特徴について議論した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Matsukiyo S., Noumi T., Zank G. P., Washimi H., Hada T.	4. 巻 888
2. 論文標題 PIC Simulation of a Shock Tube: Implications for Wave Transmission in the Heliospheric Boundary Region	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 The Astrophysical Journal	6. 最初と最後の頁 1~9
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3847/1538-4357/ab54c9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Girgis Kirolosse M., Hada Tohru, Matsukiyo Shuichi	4. 巻 72
2. 論文標題 Solar wind parameter and seasonal variation effects on the South Atlantic Anomaly using Tsyganenko Models	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Earth, Planets and Space	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1186/s40623-020-01221-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 F. Otsuka, S. Matsukiyo, T. Hada	4. 巻 33
2. 論文標題 PIC Simulation of a quasi-parallel collisionless shock: Interaction between upstream waves and backstreaming ions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 High Energy Density Physics	6. 最初と最後の頁 1-10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.hedp.2019.100709	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Y. Nariyuki, M. Sasaki, T. Hada, S. Inagaki	4. 巻 14
2. 論文標題 Reconstruction of Time Series Observed in Linear Magnetized Plasma PANTA via a Machine Learning Algorithm	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Plasma and Fusion Research	6. 最初と最後の頁 1-4
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1585/pfr.14.1301157	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 S. Matsukiyo, T. Akamizu, T. Hada	4. 巻 887
2. 論文標題 Heavy Ion Acceleration by Super-Alfvenic Waves	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Astrophysical Journal Letters	6. 最初と最後の頁 1-4
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3847/2041-8213/ab58cf	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 T. Hada
2. 発表標題 Intermediate shocks: real or imaginary?
3. 学会等名 AAPPS-DPP2020 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Hada
2. 発表標題 Outstanding issues in plasma Riemann problem
3. 学会等名 JpGU2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Hada, Y. Narita, Y. Nariyuki
2. 発表標題 Correlations between plasma density and magnetic field strength in MHD turbulence in space
3. 学会等名 Japan Geophysical Union
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 羽田 亨
2. 発表標題 非ガウス統計にしたがうプラズマの現象論的記述について
3. 学会等名 地球電磁気・地球惑星圏学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田中 孝佳、羽田 亨、松清 修一
2. 発表標題 畳み込みニューラルネットワーク(CNNs)を用いたショックレットの識別モデル開発
3. 学会等名 地球電磁気・地球惑星圏学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Hada
2. 発表標題 Anomalous transport and acceleration of cosmic rays in the presence of MHD turbulence
3. 学会等名 AAPPS-DPP (Asia Pacific Conference on Plasma Physics) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------