

令和 5 年 6 月 13 日現在

機関番号：12613

研究種目：国際共同研究加速基金（国際共同研究強化(A））

研究期間：2020～2022

課題番号：19KK0308

研究課題名（和文）認知的最適化モデルによる限定合理性、リスク、異時点間選択、利他性の融合

研究課題名（英文）The Bounds of Cognitive Optimization Theory: Bounded Rationality, Risk Attitude, Intertemporal Choice, and Social Preferences

研究代表者

武岡 則男（TAKEOKA, Norio）

一橋大学・大学院経済学研究科・教授

研究者番号：80434695

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 10,300,000円

渡航期間：12ヶ月

研究成果の概要（和文）：Noor and Takeoka (2022)は、異時点間選択でよく知られた多重自己モデルに、将来の自己に対する利他性を組み込んだ研究である。割引率を現在の自己の将来の自己への利他性として解釈し、それが将来の自己への共感の割り振りという認知的最適化によって決定されるモデルを提案した。この仮説から、大きい将来利得ほど割引されにくいという金額効果と呼ばれる実験結果が導かれる。本研究では、認知制約、利得と損失の区別、努力による認知ノイズの縮小などの要素を認知的最適化による時間割引率モデルに組み込むことで、その理論を発展させた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究を通して、行動経済学の主要テーマである損失回避性や限定合理性の側面を認知的最適化理論に組み込むことができる。前者に関わって、プロスペクト理論のように、個人は参照点からの利得と損失を区別して意思決定を行い、損失は利得に比べて過大に評価されるという損失回避性を導入した。後者に関わって、認知制約の存在は、選好の加法分離性の矛盾を導くことを見出し、そのアイデアをもとに、認知制約を行動的に導出する方法を発見した。また、特徴づけた効用関数を使って、通常の割引効用では説明できないライフサイクルモデルのアノマリーを説明したり、先延ばし行動の新たな原因を例示するなど、拡張モデルの有用性を示した。

研究成果の概要（英文）：Noor and Takeoka (2022) incorporate altruism toward future selves into the well-known multiple-selves model of intertemporal choice. They propose a model in which the discount factor is interpreted as the altruism of the current self to its future selves, which is determined by a cognitive optimization for allocating sympathies to future selves. This hypothesis leads to an experimental evidence called the magnitude effect, in which larger future payoffs are less discounted compared with smaller payoffs. The present study extends this theory by incorporating elements such as the cognitive capacity, the distinction between gains and losses, and the reduction of cognitive noise due to effort into the cognitive optimization theory for time preference.

研究分野：意思決定理論、ミクロ経済学

キーワード：認知的最適化 時間選好率 多重自己モデル 自制 ライフサイクルモデル 限定合理性 認知制約 損失回避

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者による基課題の研究では、なぜ人は将来の利得を割り引くのかという本源的な問いに対して、異時点間の割引率を、現在の自己の将来の自己への利他性として解釈し、将来の自己への共感の割り振りという認知的最適化によって割引率が決定されるモデルを提案した。将来の自己への共感、現在の利己性を自制する点で、心理的費用を伴う作業である。そのため、割引率は、将来の自己への共感に伴う便益と費用を考慮した認知プロセスによって決定されると仮定される。

この仮説を支持する事実が、異時点間選択の実験で観察される「金額効果」である。金額効果は将来の大きな利得ほど割引されにくいという観察結果である。経済学で支配的な割引効用モデルでは、割引率は時間だけに依存する定数であり、金額効果から示唆されるような利得ごとに異なる割引率は許容されない。もし認知的最適化によって時間選好率が決まっているとすると、将来利得が大きいほど、現在の自己が将来の自己に共感し、その立場に立って考えるインセンティブは強まり、金額効果が示唆するようにより我慢強い選択が行われる。基課題では、このような将来の自己への共感に伴う便益と費用を考慮した認知プロセスによって異時点間の割引率が決定されるという「認知的最適化理論」の公理的基礎を検討した。その主要結果をまとめたものが Noor and Takeoka (2022) である。ここでは、異時点間意思決定で標準的な、消費流列に関する選好から出発し、選好がどのような公理(観測可能な選択データに関する条件)を満たせば、仮説と整合的な効用関数表現が可能なのかを明らかにした。

## 2. 研究の目的

Noor and Takeoka (2022) は、異時点間選択でよく知られた多重自己モデルに、将来の自己に対する利他性を組み込んだ拡張モデルと解釈することもできる。行動経済学の主要テーマである異時点間選択と利他性の邂逅という意味で興味深い。本研究の目的は、行動経済学のその他の主要テーマであるリスクや限定合理性の側面を認知的最適化理論に組み込むことである。統一的なアイデアに基づく諸行動の理解という意味で、大きな学術的意義がある。また、Noor and Takeoka (2022) のアイデアを時間選好率以外にも拡張し、モデルの含意をさらに深化させ、その射程の可能性を広げるという意味で、研究を飛躍的に発展させるものである。

具体的には以下のような三つの関連するプロジェクトを同時並行的に進めた。

(1) **認知制約と最適時間選好率**：限定合理性は、H. A. Simon によって提唱された考えであり、人間の計算能力には限界があるため完全な最適化は達成できず、制約付き最適化で満足するように行動するという仮説である。この種の限定合理性を反映した主観的最適化による時間選好率理論を構築する方法は、主観的最適化に制約条件を取り入れ、「制約付き最適化問題」として再定式化することである。実際、いくら将来利得が大きくなっても、無制限に将来の自己に共感を割り当てるのは現実的とは思えない。このような制約付き最適化から時間選好率が決定されるという新たな仮説を導入し、その含意を検討する。

(2) **利得と損失を区別した認知的最適化**：リスク下の選択で著名なプロスペクト理論の特徴として、個人は参照点からの利得と損失を区別して意思決定を行い、損失は利得に比べて過大に評価されるという損失回避性を導入したことが挙げられる。時間選好率の文献でも、利得と損失で異なる割引率が示唆される「符号効果」が知られている。認知的最適化理論をこのような拡張された結果集合に適用するため、正の値だけでなく、負の値も取りうる消費流列上の選好を考える。Noor and Takeoka (2022) では、個人は各期の効用とその期の割引要素を掛けた値とその割引要素を選択する費用の差を最大化するように割引要素を決定するモデルを考えている。このモデ

ルを利得が負の場合に直接拡張すると、割引要素としてゼロを選ぶのが最適になってしまう。しかし、損失を常に無視するという含意は妥当とは言い難い。損失を含む流列に対する適切な認知的最適化を定式化する必要がある。

(3) **認知的ノイズと最適確率的割引率**：Noor and Takeoka (2022)では、認知的最適化を通して、大きい利得が得られる期には大きな割引要素を割り当てるという「金額効果」が導かれる。一方で、将来の利得をどの程度の割引価値として評価すれば良いのかはそれほど自明ではない。もし使うべき割引要素に不確実性(認知エラー)がある場合、利得が大きいほど、認知的努力によりエラーを小さくする誘引が働くかもしれない。このように認知的最適化を割引要素の分布に拡張した上で、最適なノイズレベルを選択するモデルを考えることができるだろう。そのような仮説を検証するにはどのような設定が必要なのかを検討する。

### 3. 研究の方法

Noor and Takeoka (2022)と同様に、本研究課題についてもボストン大学のJawwad Noor氏と共同研究を行った。研究目的で述べた三つの研究課題に対して、それぞれ以下のようなアプローチをとった。

(1) 具体的な認知制約として、Noor and Takeoka (2022)のモデルに、各期の割引要素を選ぶ費用の合計が一定の値を超えないという制約を導入した。このモデルの含意として次のような性質が予想できる。まず比較的消費量が少ない消費流列では、将来の自己に共感の割り当てを行っても制約の上限に達しない。この場合、最適化から導かれる割引関数は加法分離的になり、対応する効用関数も割引効用モデルのように加法分離的になる。他方で、多くの消費を含む消費流列では、将来の自己に共感の割り当てを行う際に、そのための合計費用が上限まで達し、制約がバインドすると考えられる。この時、ある期の消費が増加すると、その期の自己への共感の度合いが増す一方、認知制約を満たすためには、他の期の自己への共感が減少しなければならない。つまり、ある期の利得変化が、制約を通じて、他の期の利得の割引率を変化させるため、最適な割引関数は加法分離性を満たさない。よって、対応する効用関数も加法分離的ではないと予想できる。通常の割引効用と異なり、選好が時間について必ずしも加法分離的でないという特徴はLoewenstein and Prelec (1993)で提示された実験結果とも整合的である。

以上の議論より、認知制約モデルの公理化には、時間に関する加法分離性は仮定できない。これがNoor and Takeoka (2022)との大きな違いである。Noor and Takeoka (2022)では、(a)選好は時間に関する加法分離性を満たすため、まず加法分離的効用関数を導出し、各期の効用関数が利得に依存した割引要素と時間に依存しない結果上の関数の積で書けることを示し、次に(b)利得依存割引要素が利得の増加関数であることを示し、そこから割引要素に関する費用関数を構成し、そのもとで利得依存割引要素は認知的最適化の解であることを示すというステップを踏む。認知制約モデルは、ステップ(a)が成り立たないため、証明を改訂する必要がある。

(2) 損失の最適割引要素を考慮するため、負の利得については、それを絶対値に置き換えて、Noor and Takeoka (2022)と同様の認知的最適化を適用する。このようにして得られた割引要素を使って、損失は評価される。このモデルであれば、割引要素ゼロを選択して損失を無視するような非現実的な含意は導かれず、むしろ、大きな損失ほどそれを重視して消費流列は評価されるという、プロスペクト理論と同様の損失回避性に類似した傾向が現れる。このモデルの公理化にあたっては、負の消費流列の「絶対値」を定義することが重要である。負の消費 $c$ に対して、ある正の消費 $c'$ を $c$ の絶対値と呼ぶのは、 $c$ と $c'$ をそれぞれ確率 $1/2$ で得られるくじと消費 $0$ が無差別になることをいう。実際、もし消費の期待効用を仮定すると、この条件から $u(c') = -u(c)$ が直ち

に導かれる。各期ごとにこの概念を適用することで、負の消費流列(全ての期の消費が非正の流列)の絶対値流列を考えることができる。損失を含む流列の認知的最適化モデルの公理化において重要なのが次の「対称性」である。各消費流列を $x = (x_0, x_1, \dots, x_T)$ と表記する。この消費流列の評価として、 $x$ の現在消費同値 $c_x$ を $(c_x, 0, \dots, 0) \sim (x_0, x_1, \dots, x_T)$ という無差別関係で定義する。つまり、現在消費同値 $c_x$ は消費流列 $x$ をもらうのと同じくらい好ましい現在の消費を表し、現在消費で測った消費流列 $x$ の価値と解釈できる。対称性公理は、負の消費流列 $x$ の現在消費同値の絶対値と $x$ の絶対値流列の現在消費同値が一致することを要請する。この公理より、損失はその効用レベルの絶対値を元に評価されることが示唆される。

(3)認知的ノイズの最適化モデルを定式化するにあたり、前提となる選択データを適切に決める必要がある。標準的なものは消費流列上の選好であるが、今回の研究では、消費流列ごとに割引関数の分布がデータとして与えられている状況を考える。各利得ごとに各時点の割引要素は実験的手法で推定可能なため、原理的には観測可能なデータと見ることができるだろう。このような流列依存型の割引関数上の分布について次のような合理化表現を考える。 $t$ 期の割引要素の分布を選ぶことの便益はその分布を元に計算した(ある凹関数で変換した後の)期待効用であり、そこからその分布を選ぶ費用を引いたものを最大化する解が、観察される割引要素の分布と一致する時に、確率的割引関数のデータが認知的ノイズ最適化モデルで合理化可能であるという。期待効用は凹関数で変換されているため、第二次確率支配の順序に関して単調増加する。また費用関数も第二次確率支配の順序に関して単調増加と仮定される。この仮定には、分散を減らしてより精密な割引要素の分布を得るには認知的コストがかかることが前提とされている。認知的ノイズ最適化モデルで合理化可能なデータの性質について公理的にアプローチを行なった。

#### 4. 研究成果

上で述べた三つの研究課題に対して、それぞれ以下のような成果を得た。

(1)認知制約モデルに関しては、研究方法の節で述べたような制限された分離性公理などによって公理化可能であることを示した。さらに、以下で述べるように認知制約モデルを使っていくつかの応用を行い、通常の割引効用とは異なる様々な含意が得られることが示された。結果をまとめたワーキングペーパー“Constrained Optimal Discounting”を作成し、研究代表者のウェブサイトに掲載している。

3期間の消費貯蓄問題を考える。1期の自己と2期の自己はそれぞれ認知制約モデルに従う。1期の自己は2期の自己の最適消費を正しく予想して1期の貯蓄を決めるという洗練モデルを考え、認知制約が変化した時に最適貯蓄がどう変化するかという比較静学を行なった。まず、それぞれの自己の認知制約が緩和すると、その自己の貯蓄が増加することが示された。認知制約が緩和すると、将来の自己に割り当てる共感の増加を通して割引要素が増加し、より我慢強い行動が現れるという直感的な結論である。一方で、2期の自己の認知制約の緩和が1期の自己の最適貯蓄に与える影響はパラメータによって異なる。例えば、一期先の共感費用は低い、二期先の共感費用が非常に高い場合、1期の自己は3期の自己のことをほとんど無視することになる。一方、2期の自己は3期の自己に高い割引要素を割り当てる。2期の自己の認知制約が緩和した結果、2期の消費が減って3期の消費が増加することは、1期の自己にとっては好ましくないため、1期の自己の最適貯蓄は減少する。このような結論が導かれるのは、認知制約の緩和が1期と2期の自己の間の動学的非整合性を大きくするためであることがわかった。

認知制約モデルは時間を通じた逡減的不忍耐(逡増的忍耐)を導くことができる。この性質はライフサイクルモデルでのアノマリーを説明するために重要な性質である。上と同じ設定で、1期と2期の自己が同じ認知制約を持っているような定常性の仮定をおく。逡増的忍耐が現れる

直感は、1期の自己は2期と3期の将来自己に共感を割り当ててるのに対して、2期の自己は3期の自己にのみ共感を割り当てればよいから、どちらも同等の認知制約に直面していれば、消費の計画期間が短い2期の自己の方が忍耐強い意思決定ができるからである。より形式的には、動学的非整合性の効果を消すため、将来の自己の行動を考慮しない素朴な意思決定を仮定すると、1期の自己に比べて2期の自己はより大きな限界貯蓄性向を持つことが示される。

タスクを時間を通じて何回実施するかという意思決定への応用を考える。意思決定問題として、今期と来期で同じ中程度の利得を得る選択肢(タスクを実施しない)と、今期少ない利得で来期大きな利得を得る選択肢(タスクを実施)を考える。仮にこの一回限りの意思決定においては、個人はタスクを実施するとする。この同じ意思決定を $N$ 回繰り返す状況を考えてみる。通常の加法分離的割引効用関数では、各意思決定は独立になるため、毎回タスクを実施するという結論になる。一方、認知制約モデルを仮定し、最終の $N$ 回にタスクを実施し、逆向き推論で $N-1$ 回目を考えてみる。認知制約により、 $N$ 回目に得られる利得にも共感を割り当てる結果、 $N-1$ 回目の意思決定に割り当てることができる共感が減り、結果的に忍耐力のない意思決定である「タスクを実施しない」を選択する可能性がある。認知制約モデルは加法分離的ではないので、 $N$ 回目の利得が $N-1$ 回目の意思決定に影響を与えることになる。

(2)損失を含む消費流列への認知的最適化の拡張に関しては、研究方法の節で述べたように、Noor and Takeoka (2022)の公理に加え、対称性公理を導入することによって、想定された効用関数が公理化可能であることを示した。結果をまとめたワーキングペーパー“Optimal Discounting with Negative Consumption Utilities”を作成し、研究代表者のウェブサイトに掲載している。

(3)認知ノイズの最適化理論に関しては、研究方法の節で述べた通り、消費流列ごとに確率的割引関数をデータとして、そこに一定の公理を仮定することで、想定された定式化でデータを合理化できることを示した。ここで考える公理のうち、重要なものが、各期において割引要素の利得依存型の分布が第二次確率支配の意味で順序化されているという性質である。つまり、大きな利得に直面するほど、割引要素の分布の平均が大きく、かつ分散が小さいことを要請する。大きな利得に対して割引要素が大きくなるのは金額効果と解釈できる。ここではさらに、利得の大きさが分散を小さくすることを仮定する。これは、利得が大きいほど認知努力を払って割引要素のノイズを小さくすることを意味する。実際、Andersen et al (2013)で実験的に導かれた割引要素の利得依存型分布ではこの性質を確認することができる。現在この結果をまとめたワーキングペーパー“Optimal Stochastic Discounting”を作成中である。

#### 引用文献

- [1] S. Andersen, G. W. Harrison, M. I. Lau, and E. E. Rutstrom, “Discounting behavior and the magnitude effect: Evidence from a field experiment in Denmark”, *Economica*, Vol.80, 2013, 670-697.
- [2] G. F. Loewenstein and D. Prelec, “Preferences for sequences of outcomes”, *Psychological Review*, Vol.100, 1993, 91-108.
- [3] J. Noor and N. Takeoka, “Optimal discounting”, *Econometrica*, Vol.90, 2022, 585-623.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Noor Jawwad, Takeoka Norio	4. 巻 90
2. 論文標題 Optimal discounting	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Econometrica	6. 最初と最後の頁 585 ~ 623
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3982/ECTA16050	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hayashi Takashi, Takeoka Norio	4. 巻 74
2. 論文標題 Habit formation, self-deception, and self-control	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Economic Theory	6. 最初と最後の頁 547-592
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00199-022-01445-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Norio Takeoka's Homepage <a href="https://sites.google.com/r.hit-u.ac.jp/noriotakeoka/">https://sites.google.com/r.hit-u.ac.jp/noriotakeoka/</a>
---

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
主たる渡航先の主たる海外共同研究者	ヌーア ジャワード  (Noor Jawwad)	ボストン大学・経済学部・准教授	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	Boston University			
英国	University of Glasgow			