

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 30 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2008～2012

課題番号：20244008

研究課題名(和文) 群の表現およびルート系に付随した微分方程式の研究とその応用

研究課題名(英文) Study and applications of differential equations associated with representations of groups and root systems

研究代表者

大島 利雄 (OSHIMA TOSHIO)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：50011721

研究分野：代数解析学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：常微分方程式、確定特異点、Kac-Moody ルート系、特殊関数、超幾何関数、積分幾何

1. 研究計画の概要

(1) Riemann 球面上の線形常微分方程式に関して接続問題などの具体的結果を与え、合流操作、隣接関係式、ベキ級数表示、積分表示、微分方程式の構成や既約性、分類などの統一理論を構築し、さらには Rigid でない場合の Kac-Moody ルート系との関連やよい方程式の研究、また Appell の超幾何などを含む理論の多変数化を行う。

(2) Radon 変換や Poisson 変換など積分幾何における重要な積分変換を一般的に扱って、表現論や微分方程式論、特殊関数論、組み合わせ論、微分幾何、数理物理などと関連させて広く高い立場から研究を進め、統一的理解を行い、関連分野への応用も行う。

2. 研究の進捗状況

(1)

① 常微分方程式における middle convolution, Gause 変換, Laplace 変換などの概念を Weyl 代数における変換に拡張して統一化し, Riemann 球面上の常微分方程式の研究を行った. 特に, Fuchs 型常微分方程式における Riemann scheme, 合流操作, 隣接関係式, 接続公式, 既約性, 解の級数表示や積分表示に対し, 一般的かつ具体的な結果を得て, スペクトル型による方程式の分類と対応する universal model の存在定理を示した. またこれらの Fuchs 型常微分方程式の全体に, ある種の Kac-Moody ルート系の Weyl 群が作用していることを明らかにした.

② 微分作用素に係わる計算や単独 Fuchs 型方程式の既約性や接続公式や積分表示などを計算して表示する数式処理のプログラムを作成して公開した.

(2)

① Heckman-Opdam の超幾何系に関し, 有限な特異点の無限遠の特異点への合流や, 1 次元の特異集合に制限した常微分方程式の決定や, 擬 Riemann 対称空間にあたる場合の次元と接続公式を決定した.

② 非コンパクト型 Riemann 対称空間の任意の境界に対する境界値問題に対し, 対称空間上の線形束の場合を含んだ最も一般的な結果を, 示野氏との共同研究で得た. 具体的には, generalized Verma 加群の零化加群を量子化最小多項式によって表す研究代表者の従来の結果を用いて, 境界上の線形束の Poisson 変換の像を特徴付ける偏微分作用素系を具体的に計算し, Shilov 境界などの場合に知られていた従来の結果を一般化した.

3. 現在までの達成度

① 当初の計画以上に進展している

(理由)

重要な Fuchs 型方程式の接続問題などが当初の計画であったが, 一般の単独 Fuchs 型常微分方程式に関して, スペクトル型による分類がうまくいき, rigid な場合における Katz の存在問題を肯定的に解決して, 接続係数を具体的に決定した. 方程式の変換についての Katz のアルゴリズムと横山のアルゴリズムの等価性を示し, さらには, Kac-Moody ルート系の Weyl 群の作用を用いて, 多くの結果を簡明に記述したことなど, この方面で大きな進展があった.

4. 今後の研究の推進方策

(1) 東大数理科学研究科で, 昨年度より始めた「古典解析セミナー」を継続, 発展させる.

具体的には、当該研究課題に関連する最新の研究成果や問題について、研究者が毎週集まって講演と議論を行うとともに、国内外の研究者を招いて、年に2回程度のミニワークショップを開催する。特に、不確定特異点やアクセサリー・パラメータを持つ常微分方程式についても、研究の発展を目指す。

(2) 当該研究課題と密接に関連する微分方程式や表現論の研究集会に参加して講演や情報交換を行い、研究の進展と共に新たな研究の方向性を探る。

(3) 微分作用素に関連する計算のための計算機による数式処理プログラムを、最新の成果を取り入れて整備し、使いやすい形での公開を進める。

(4) 最新の成果を論文の形でまとめるとともに、結果の理解を広めるために、レクチャーノートや本の執筆を行う。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① T. Oshima, Fractional calculus of Weyl algebra and Fuchsian differential equations, UTMS, 査読無, 2011-5, 2011年, 1-194
- ② T. Oshima, N. Shimeno, Boundary value problems on Riemannian symmetric spaces of the noncompact Type, UTMS, 査読無, 2011-4, 2011年, 1-26
- ③ T. Oshima, N. Shimeno, Heckman-Opdam hypergeometric functions and their specializations, RIMS Kōkyūroku Bessatsu, 査読有, 2010年, 129-162

[学会発表] (計26件)

- ① 大島利雄, 常微分方程式と特殊関数の計算, 計算による数理科学の展開, 2011年1月8日, 神戸大学
- ② 大島利雄, Boundary value problems for Riemannian symmetric spaces, Special lecture, 2010年6月9日, 東北師範大学, 長春, 中国
- ③ 大島利雄, Kac-Moody root systems and linear algebraic differential equations, International workshop on representation theory and harmonic analysis, 2010年6月7日, 南開研究所, 中国
- ④ 大島利雄, 特殊関数と代数的線形常微分方程式, 日本数学会企画特別講演, 2010年3月27日, 慶應大学
- ⑤ 大島利雄, Fractional calculus of Weyl algebra and its applications, Representation Theory of Real

Reductive Groups, 2009年7月30日, The University of Uta

- ⑥ 大島利雄, 旗多様体を規定する微分方程式, 第50回 ラドン変換 -- 積分が拓く新しい世界 -- , Encounter with Mathematics, 2009年3月30日, 中央大学

[その他]

ホームページ

<http://akagi.ms.u-tokyo.ac.jp/~oshima>