

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年3月31日現在

機関番号：32643

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20300249

研究課題名（和文） 数学的活動を組織化し促す教材パッケージ「数理探究」の開発に関する
基礎的研究研究課題名（英文） Basic research for development of teaching material packages
“Math inquiry” to organize and encourage mathematical activities

研究代表者

清水 静海 (SHIMIZU SHIZUMI)

帝京大学・文学部・教授

研究者番号：20115661

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、中学校数学科の授業改善に資するため、数学的活動を組織化し促す教材パッケージ「数理探究」を提案することである。そのため、まず、国内外の先行研究を整理及び数学教育の動向を確認し、教材パッケージ「数理探究」の必要性を明らかにした。そして、「数理探究」の構成要素を抽出した。さらに、図形の性質の探究（小学校第5学年）、方程式の利用（中学校第1学年）など具体的事例を提示した。

研究成果の概要（英文）：The main aim of this research is develop teaching material packages “Math inquiry” to organize and encourage mathematical activities for improving teaching mathematics at junior secondary level. For achieving this aim, at first, checking the trends of mathematics education and referring studies with regarding to mathematical activities, and identify the elements consisting of the packages. Secondary, concrete examples of teaching material packages “Math inquiry” are developed such as Inquiry into geometrical figures (5th grade) and Application of linear equations (7th grade).

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成20年度	1,700,000	510,000	2,210,000
平成21年度	1,100,000	330,000	1,430,000
平成22年度	1,100,000	330,000	1,430,000
平成23年度	1,100,000	330,000	1,430,000
総計	5,000,000	1,500,000	6,500,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学

キーワード：数学的活動、算数的活動、探究、教材開発

1. 研究開始当初の背景

(1) 日本における学校数学教育の状況から

わが国の学校数学カリキュラムは、戦後の一時期を除き、1950年代以降今日まで、主として数学の世界を強く意識したもの、すなわち「数学を創る」視点を重視したものとなっており、今日のように高等学校への進学率が

97%を超え、数学についての生徒のニーズや学習状況の多様化が急速に進展する中でそれらに適切に対応できる状況とはなっていない。また、こうしたことが生徒の数学離れを加速化させ数学嫌いを増加させるものになっているとも推測される。2001、2003年度国立教育政策研究所実施の教育課程実施状

況調査の意識調査の結果、OECD-PISA2003 や TIMSS2003 の結果にも現れている。最近、緩やかな改善の兆しは見えてきているが、依然として課題となっている。このような状況の中で、学校数学のカリキュラムを「数学を使う」視点を加えて両者の均衡と調和のとれたものに再構成することが必要であるとの考えに至った。幸いにも、2008年改訂学習指導要領は算数的活動や数学的活動(以下、単に数学的活動とする。)を教育内容として明確に位置づけており、この方向で算数・数学教育の改善と充実を図るためには、探究型の教育のあり方及びその実現のための方策について総合的に検討されなくてはならない。

1998年改訂学習指導要領においても、教育の質的向上が一層重視され、「ゆとりの中で生きる力をはぐくむこと」を教育の基調とし、「自ら学び自ら考える力」や知の総合化が強調され既習のことを活用した主体的な学びが強調された。学校数学についても数学的活動が教科目標に盛り込まれるなど、子どもたちの主体的な学びが一層重視される方向が打ち出された。しかし、現状では、その趣旨が必ずしも十分に実現されていない状況にあり、中央教育審議会教育課程部会審議経過報告(2006)においても、生きる力をはぐくむことを基調とする基準の趣旨を引き継ぎ、その確かな実現のため、人間力の育成を視点として加え、子どもたちの現在及び将来を視野に入れ「言葉の重視」、「体験の充実」を新機軸とする方向が明らかにされた。同教育課程部会(2006)では、数学的活動を一層重視する観点から「活動に関する領域」の新設が提案され、2008年改訂学習指導要領では数学的活動が教育内容として明示された。

こうした期待や要請に的確に応え、子どもたちに授業を通してしっかりと数学的リテラシーをはぐくむため、とりわけ、子どもた

ちの生活や他教科等との関連をも視野に入れ、数学的活動を組織し促すための基本枠組みを理論的に構成し、それに基づいて教材パッケージ「数理探究」を開発し、「数理探究」を用いた学習指導及びその評価についての具体的事例を提案していくことが急務であると考え、2008年改訂学習指導要領による教育の全面実施が小学校で2011年度、中学校で2012年度に予定されていることに鑑み、4年計画での開発研究に取り組むこととした。(2) 国内外の研究での本研究の位置づけから数学的活動の重要性は理念的、理論的にはすでにかなり多くのことが明らかにされ、意図レベルのカリキュラム研究では成果を挙げてきている。しかし、その成果は実施及び達成のレベルのカリキュラムへの具体化までには及んでいない。本研究の試みは、実施レベルのカリキュラムを視野に入れつつ、意図レベルと達成レベルのカリキュラムの橋渡しをし、実質的な授業改善に結びつけようとするものである。

数学的活動についての国内における実践的研究としては、ここ数年にわたる日本数学教育学会研究部によるものがあり、教材の開発とそれに基づく授業実践による検証をとまなうものである。また、個人研究では実践的なもので黒澤俊二(2002)によるもの、理論的なもので根本博(2003)によるものが代表的である。しかし、いずれにおいても、教科横断的に活動を設定するという新しい視点は含まれておらず、算数・数学の世界での議論に留まっている。

また、先進諸外国の試みで本研究を推進する上で参照すべき成果としては、オランダのフロイデンタール研究所の開発した教科書教材”Realistic Mathematics”及びそのアイデアを基にアメリカのウイスコンシン大学教育開発センターが開発した教科書教

材” Mathematics in context” を挙げる
ことができる。さらに、フロイデンタール研究所
が実施している「数学 A-lympiad」(数学の利
用)や「数学 B-lympiad」(数学の探究)は、中・
高校生がグループで社会的事象の記述や問
題の解決及び数学の世界での問題の解決に
既習の数学を活用して一日がかりで挑戦す
るもので、本研究が描く教材パッケージ「数
理探究」及びその評価の仕方のイメージに近
いものであり、多くの示唆を与えてくれる。

内外の諸研究と動向からみて、子どもたち
が主体的に取り組む数学的活動を組織化す
る教材パッケージ「数理探究」の開発への挑
戦は斬新なものであり、学校数学における授
業実践の改善に貢献できると確信した。

2. 研究の目的

本研究では、中学校の生徒を中心とし、小
学校高学年の児童までを視野に入れて、かれ
らの数学の学びに焦点を当て、発達段階や学
習内容の適時性などに配慮しつつ、数学的活
動が学校数学において一層意味を持つよう
するため、数学的活動を子どもたちが自ら展
開できるようにするため、数学的活動を組織
化しそれを促すための基本枠組みを理論的
に構成し、それに基づき教材パッケージ「数
理探究」を開発するとともに、その学習指導
とその評価の在り方についても検討し、授業
実践を通して検証しつつ典型的な事例を提
案することを目的とする。

数学的活動の基本的な柱としては、「数学
を創る」、「数学を使う」及び「筋道を立てて説
明する」の大きく三つの活動があるが、本研
究では、主として「数学を創る」と「数学を
使う」活動に焦点を当てる。その際、「数学を
使う」場面や状況としては、子どもたちの現
在及び将来を視野に入れた「生活(OECD-PISA
型)」に配慮し、「状況」としては他教科にかか
わる問題状況にまで広げて構想し、開発する。

そして、小学校高学年及び中学校を中心とし
て実践研究を重ね、実現可能性を確認し、具
体的実践事例としてまとめ提案する。

本研究は、数学的活動を組織化しそれを促
すための基本枠組みを理論的に構成し、それ
に基づいて、数学を使って処理したり判断し
たりする活動を活性化するための教材をパ
ッケージの形で開発するとともに、具体的な
事例を開発し提案するものである。

諸外国の先導的研究及び実践と我が国の
過去の実践、例えば、戦後まもなくの 1940
年代後半に生活单元による学習が叫ばれた
一時期以降、教科の個性や系統性が重視され
る中で失われ、関心が薄れてきた子どもたち
の経験の再構成による教材の組織化、あるい
は戦前の国民学校理数科における理科との
合科的な教材構成にも射程を拡げ、それら
の分析、検討を踏まえて本研究は実施される。
本研究は、1 で触れた学校数学及び広く義務
教育が抱える今日的課題に応えるものとし
ても意義がある。

3. 研究の方法

学校数学のカリキュラムは、「数学を創る」
視点と「数学を使う」視点の二つから構成さ
れた調和と均衡のあるものでなくてはなら
ない。しかし、近年の国際調査(TIMSS2003 や
OECD-PISA2003)や国内調査(小中高等学校教
育課程実施状況調査報告：小・中学校の
2001, 2003 年度調査、高等学校の 2004, 2007
年調査：国立教育政策研究所教育課程研究セ
ンター)の結果から見て、上述の二つの視点
からの子どもたちの学習状況は必ずしも十
分とはいえない状況にある。とりわけ、数学
的に解釈したり説明したりすることや実生
活と数学を結びつけて考察したり処理し
たりすること、及び既習のことから発展的に考
えることについての学習及びその指導にお
いては、一層の改善が期待されている。また、

全国学力・学習状況調査(2007～)の結果においても、数学の活用力、数学的な説明力などに課題があることが明らかにされている。

これまでの諸研究では、数学の適用範囲が既存の教科の枠内、あるいは学校内での諸経験や現在の生活に留まっており、これらの課題の解決にはもっと広い視座からの検討が必要である。こうした状況にあつて、本研究では、「数学を使う」視点から、数学を使う状況や場面を子どもたちの現在及び将来の生活に広げたり他教科等子どもたちが学校で学び体験している様々な事象を視野に入れたりして設定し、そこで数学的活動を子どもたちが主体的に展開できるような教材をパッケージ「数理探究」の形で開発・構成し、授業実践による検証をしつつ提案する。

4. 研究成果

(1) 教材パッケージ「数理探究」の枠組み

子どもたちの数学的に考える力、すなわち、「数学的活動を遂行するために必要な資質や能力の総称」を育成することは、知識基盤社会を生き抜くために必要な能力とされている。この能力は、生涯にわたって必要な数学を学ぶことだけでなく、広く物事を考えたり判断したり、それらを説明したりする際にも重要な働きをする。また、数学的に考える力は、OECD-PISAの数学的リテラシー「多様な状況あるいは文脈において、数学を使用して問題を設定し、形式化し、解決し、解釈することのできる能力」とも深く関わっている。

① 数理探究の基本的枠組み

ア G. ポリアの「帰納」における着想を基軸

数理探究の基軸には、G. ポリヤ(Polya; 1887-1955)が提案している探究の方法としての「帰納」をおいた。「帰納」は「帰納的手続き」(認知)と「帰納的な態度」(情意)に分けられ、前者は「暗示的な接触」及び「支持的な接触」で、後者は「知的な勇気」、「知

的な正直さ」及び「賢明な自制」でそれぞれ構成されおり、これらの着想を数理探究を記述し構成する際の基軸とした。

イ G. ポリアの「帰納的手続き」の精緻化

「帰納的手続き」は、基本的に問題解決の形で展開されるので、この趣旨をよりよく実現するため、OECD-PISAの数学的リテラシーにおける「数学科のプロセス」及び問題解決能力における「認知プロセス」の枠組みを採用し精緻化することとした。

まず、「数学的プロセス」は「実世界の文脈に基づく問題に取り組み、数学的探究が行えるように問題の特徴を見つけ出し、関連する数学的な能力を活発に使い、問題を解決すること」にかかわり、このプロセスを支える8つの能力、「思考と推論」、「論証」、「コミュニケーション」、「モデル化」、「問題設定と問題解決」、「表現」、「記号による式や公式を用い演算を行うこと」及び「テクノロジーを含む道具を用いること」を参照し、特に、「思考と推論」、「コミュニケーション」、「モデル化」及び「表現」に着目した。

そして、「問題解決能力」については「問題解決の道筋が瞬時には明白でなく、応用可能と思われるリテラシー領域あるいはカリキュラム領域が数学、科学、または読解のうちの単一の領域だけには存在していない、現実の領域横断的な状況に直面した場合に、認知プロセスを用いて、問題に対処し、解決することができる能力」と定義づけられ、この認知プロセスは「問題を理解し、特徴づけ、表現し、解決し、熟考し、解決を伝えることなど問題解決行動の多様な構成要素やその基盤となっているプロセス」とし、その要素として、「問題の理解」、「問題の理解」、「問題の特徴づけ」、「問題の表現」、「問題の解決」、「問題の熟考」及び「問題の解決を伝えること」を挙げており、パッケージ「数理探究」

を支える重要な要素として、「問題の特徴づけ」、「問題の熟考」及び「問題の解決を伝えること」を取り上げ位置づけた。

② 数理探究を支える諸要素

教材パッケージ「数理探究」には、その支えとして環境及び問題状況の設定が必要である。まず、環境の設定については、人的環境、言語環境及び物的環境への配慮が必要である。人的環境では、グループで協働的に問題解決に挑戦する環境、言語環境では、事実、方法、理由や根拠の説明についての能力を向上させ、説明の持つ役割の認識とその活用を促すことがそれぞれ重視される必要がある。

次いで、問題状況の設定では、教科内での「数学を創る」文脈と他教科等との関連を視野に入れた「数学を使う」文脈が必要である。とりわけ、他教科との関連では理科における力学的内容、社会科における資料活用の文脈との関連が重要である。

(2) パッケージ「数理探究」の開発

パッケージ「数理探究」の開発については、小学校高学年の算数科での図形や数量関係の領域に関する事例、例えば、図形の性質の定性的な探究、図形の性質の関数的(定量的)な探究、中学校数学科での数と式、図形の領域に関する事例、例えば、方程式を利用した日常事象の探究、図形の性質の探究などについて、実践を行った。いずれも算数・数学科の教科の枠内でのものに限定され、その枠を大きく超えた事例については、その構想に留まっており、実践・検証まで進展していない。

(3) 研究の評価と今後への課題

研究環境の変化や東日本大震災による計画変更などがあったが、当初の計画に沿っておおむね順調に研究が進められ、基礎的研究として一定の成果を上げることができたと考えている。数学的活動の充実は今後の数学教育の重点であり、その動向の中で、数学科

の授業改善に対し、本研究は貢献できると確信している。しかし、教材パッケージ「数理探究」の枠組みの理論的構成の精緻化並びに事例の開発においては、まだ課題が残されており、今後それらの解決に挑戦していきたい。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計5件)

- ① 清水静海「数理的な処理のよさに気付く」(授業を見る視点Ⅲ)、『新しい算数研究』査読無、No. 493、2012、pp. 98-101。
- ② 清水静海「式のよさに気付く、活かす」(特別公開授業第6学年)、『新しい算数研究』査読無、No. 493、2012、pp. 155-157。
- ③ 清水静海「新しい教育の方向から見た算数・数学教育の課題」、『日本数学教育学会誌』数学教育、査読有、66-2、2012、pp. 66-71。
- ④ 清水静海「問題解決：教育の目標、内容、そして方法—それは、子どもたちの自立のために—」、『初等教育研修会要項』(筑波大学附属小学校)、査読無、2011年度、pp154-155。
- ⑤ Shizumi SHIMIZU: “Curriculum Development in Mathematics Education in Japan”, “EARCOME5 Proceedings” 査読有, Vol. 1, 2010, pp39-48。

[学会発表] (計9件)

- ① Shizumi SHIMIZU: “Developing Subject Matter for mathematical Activity: An example” (招待講演), APEC-Tsukuba International Conference VI: Innovation of Mathematics Education through Lesson Study” Challenges to Emergency Preparedness for Mathematics, 2012. 2. 15, 筑波国際会議場
- ② Shizumi SHIMIZU: “Mathematical Problem Solving for Pupils’ Independence” (招待講演), APEC-Ubon

- Rachathani International Symposium
2011 : Innovation on Problem Solving -
Based Mathematics Textbooks and
E-Textbooks, 2011.11.2, Ubon
Rachathani University(Thailand)
- ③ Shizumi SHIMIZU: “Mathematical
Problem Solving and Materials
Development” (招待講演), APEC-Ubon
Rachathani International Symposium
2011 : Innovation on Problem Solving -
Based Mathematics Textbooks and
E-Textbooks, 2011.11.1, Ubon
Rachathani University(Thailand).
- ④ 清水静海「新しい教育の方向から見た算
数・数学教育の課題」(招待講演)、日本
数学教育学会(第7回算数数学教育を考
える会)、2011.8.20、帝塚山大学(奈良)。
- ⑤ 清水静海「算数科への期待」(小学校部会
招待講演)、日本数学教育学会(第93回
日本数学教育学会全国算数・数学教育研
究(神奈川)大会)、2011.8.2、横浜国立大
学人間科学部附属横浜小学校。
- ⑥ Shizumi SHIMIZU: “Curriculum
development in Mathematics Education
in Japan”(招待講演), 2010.11.27, 大
邱大学(韓国)
- ⑦ Shizumi SHIMIZU: “Curriculum
development in Mathematics Education in
Japan”, EARCOME5(東京オリンピック記
念青少年センター・代々木), Vol.1,
2010.8.19, pp39-48.
- ⑧ 清水静海「算数科に期待したいこと」(招
待講演)、日本数学教育学会(第92回日
本数学教育学会全国算数・数学教育研究
(新潟)大会)、2010.7.31、新潟大学。
- ⑨ Shizumi SHIMIZU: “The Challenges
for School Mathematics in Japan”
(招待講演), ICME11, 2008.7.9, Univ.
of Autonoma(メキシコ)
- [図書] (計5件)
- ① 清水静海「中学校数学科の理念と数学的
活動の実現」、清水・磯田他編著『中学校
新数学科数学的活動の実現』(第1、2、
3学年)、pp5-18、2010.9、明治図書。
- ② 清水静海「算数的活動の意義」、新算数教
育研究会編集『講座 算数授業の新展開
7』(算数的活動)、pp6-21、2010.4、東
洋館出版社。
- ③ 清水静海「新算数科授業づくりのポイン
ト」、清水編著『新算数科の考え方と授業
展開』、pp8-26、2010.1、文溪堂。
- ④ 清水静海「算数科で育てる言語力」、梶
田・甲斐編著『新学習指導要領対応 言語
力を育てる授業づくり 小学校』、
pp130-145、2009.9、図書文化。
- ⑤ 清水静海「数学科で育てる言語力」、梶
田・甲斐編著『新学習指導要領対応 言語
力を育てる授業づくり 小学校』、
pp158-173、2009.9、図書文化。
6. 研究組織
- (1) 研究代表者
清水静海(SHIMIZU SHIZUMI)
帝京大学・文学部・教授
研究者番号: 20115661
- (2) 研究分担者(2008年度のみ)
清水美憲(SHIMIZU YOSHINORI)
筑波大学大学院・教授
研究者番号: 90226259
磯田正美(ISODA MASAMI)
筑波大学大学院・准教授
研究者番号: 70212967
- (3) 連携研究者(2010年度のみ)
永田潤一郎(NAGATA JYUNICHIRO)
国立教育政策研究所・教育課程調査官
研究者番号: 30413909