

## 自己評価報告書

平成23年 5月 2日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2008～2012

課題番号：20340005

研究課題名（和文） 高次元双有理幾何の分類に関する諸問題

研究課題名（英文） Various problems related to the classification in higher dimensional birational geometry

研究代表者

森 重文 (MORI SHIGEFUMI)

京都大学・数理解析研究所・教授

研究者番号：00093328

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：端収縮射、フリップ収縮射、因子収縮射、 $Q$  コニック束、 $Q$  デルペゾ束、  
端末特異点、デュバル特異点、一般象予想

## 1. 研究計画の概要

高次元双有理幾何における種々の分類問題を研究する。

特に森は、前科研費において得られた Iskovskikh 予想の解決をさらに発展させて、3次元において、

- (1)  $Q$  コニック束の底曲面の非特異点上の構造、
- (2) 可約なフリップ、
- (3) (因子を曲線につぶす) 因子収縮射の分類を目的とする。

また、松木は川ノ上と共に正標数の特異点解消の完全解決のため、アルゴリズムの定式化を目指す。

## 2. 研究の進捗状況

森は Prokhorov と共に、端末的 3次元射影多様体の端収縮射  $f: X \rightarrow Z$  を特異ファイバー  $C$  の近傍で研究した。まず、 $Z$  が曲面で  $C$  が既約な場合に Reid の一般象予想を証明した (2009)。これは、特異ファイバーの近傍で反標準線形系の一般元がデュバル特異点しか持たないという主張で、特異ファイバーの構造解明のステップになる結果である。

また、端収縮射全般への理解が進み、新たに (因子を曲線につぶす) 因子収縮射も小変形で安定であることがわかった。

その結果、局所分類で (IA) 型と呼ばれるもののうち、 $C$  が既約なものの分類が完成した。この場合には、 $C$  を含む、自明線形束の一般

元  $H$  の構造を決定する形で分類がなされた (2011)。さらに他の型の研究も、上記と同様に、 $C$  が既約と仮定し、 $C$  を含む一般元  $H$  の構造を決定するという形で分類を行っている。

まず、既に我々が解決した一般象予想の結果を適用して、 $H$  が正規であることが期待される、(IC) 型と (IIB) 型の端収縮射の分類に目途がついた。

(IIB) 型については、既知のフリップ収縮射の場合に加えて、因子収縮射、 $Q$  コニック束の場合にも  $H$  の構造を決定できた。(IC) 型については、因子収縮射ではない (既知) ので、 $Q$  コニック束の場合だけが未解決であった。今回の研究では、フリップの場合と異なり、指数 5 の場合しか起こらないことがわかり、さらに  $H$  の構造も決定した (執筆中)。これらは、1. 研究計画の概要で挙げた、(1) または (3) に属する場合である。また、(1)～(3) 以外に 3次元  $Q$  デルペゾ束についての結果も出版した (2010)。

なお、川ノ上と松木は 2008 年 12 月の研究集会において、正標数の局所特異点解消のための仮のアルゴリズムを提出した。

## 3. 現在までの達成度

③ やや遅れている。

理由：ある程度理解できているフリップ収縮や因子収縮の知識では存在しない筈の場合に、 $Q$  コニック束が (むしろそれらを補うよ

うに) 存在することがわかり、それらを分類していること。共同研究の流れで、計画外のQデルペゾ束についても研究したことなど。

#### 4. 今後の研究の推進方策

今までの共同研究の動きから考えると、研究計画の概要の項で挙げた(1)と(3)のうち、特異ファイバーが既約な場合の分類に力を注ぐのが最も現実的だと考える。しかも、同項の(2)に関する研究の経験上、特殊な場合を分類して片付けておくと、残る場合に適用できる一般論を作り上げることがより容易になる傾向がある。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① Shigefumi Mori and Yuri Prokhorov, Threefold extremal contractions of type (IA), Kyoto J. Math., 51 (2) (2011) 掲載確定 査読有
- ② S. Mori, Y. Prokhorov, Multiple fibers of del Pezzo fibrations, Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, 264, 131-145 (2009) 査読有
- ③ S. Mori, Y. Prokhorov, On Q-conic bundles, III, Publ. RIMS Kyoto Univ., 45, 787-810 (2009) 査読有
- ④ S. Mori, Y. Prokhorov, On Q-conic bundles, II, Publ. RIMS Kyoto Univ., 44, 955-971 (2008) 査読有
- ⑤ S. Mori, Y. Prokhorov, On Q-conic bundles, Publ. RIMS Kyoto Univ., 44, 315-369 (2008) 査読有

[学会発表] (計10件)

- ① 森重文, Three dimensional Q-conic bundles and related topics (joint work with Y. Prokhorov), International conference "Birational Geometry", December 8, 2010, ICMS (Edinburgh, UK)
- ② 森重文, Three dimensional Q-conic bundles and related topics (joint work with Y. Prokhorov), International workshop "Workshop on Moduli and Birational, Geometry", August 5, 2010,

Pohang University of Science and Technology (POSTECH), Korea

- ③ 森重文, Three dimensional Q-conic bundles and related topics (joint work with Y. Prokhorov), Mini-Workshop on MMP and RC, May 21, 2010, Princeton University
- ④ 森重文, On Q-conic bundles, International conference "Geometry of Algebraic Varieties" dedicated to the memory of Vasily Alexeevich Iskovskikh, 2009年6月29日, Steklov Mathematical Institute, Moscow
- ⑤ 森重文, Q-conic bundles and the General Elephant Conjecture.", IAS/Park City 数学研究所 (PCMI) 夏期学校, 2008年7月24日, 米国ユタ州パークシティ
- ⑥ 森重文, Q-conic bundles and the General Elephant Conjecture, 60Miles conference, 2008年7月16日, 連合王国 ロンドン University of College London

[図書] (計0件)