

自己評価報告書

平成 23 年 5 月 9 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2008～2012

課題番号：20340007

研究課題名（和文） 頂点代数、特にW代数の総合的研究

研究課題名（英文） A comprehensive research of vertex algebras, especially the W-algebras

研究代表者

荒川 知幸 (ARAKAWA TOMOYUKI)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号：40377974

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：群の表現論、頂点作用素代数

1. 研究計画の概要

代表的かつ基本的な頂点代数の族の1つに W 代数がある. W 代数は様々な側面を持つが、我々は次の視点から W 代数を研究する.

I) アフィン Lie 環のモジュラー表現論との関わりにおいて

II) アフィン Lie 環の臨界レベルの表現論との関わりにおいて

III) アフィン Lie 環の最高ウェイト表現の随伴多様体との関わりにおいて

IV) モンスター群との関わりにおいて.

2. 研究の進捗状況

(1) Peter Fiebig 氏との共同研究により、臨界レベルのアフィンリー環の表現論について次の成果が得られた。

① 公表されていなかった Feigin-Frenkel 予想を定式化し、restricted Verma 可群の構造を subgeneric の場合に決定した (arXiv:0812.3334[math.RT], to appear in Trans. Amer. Math. Soc.).

② Feigin-Frenkel 予想の一部である restricted category における linkage principle を証明した (arXiv:0909.4214 [math.RT]).

(2) Dmytro Chebotarov 氏 及び Feydor Malikov 氏との共同研究により、捩じれたカイラル D 加群の概念を導入し、これを用いて臨界レベルのアフィンリー環の G 可積分な表現の旗多様体上への局所化に成功した (Selecta mathematica, new series, vol.17, no. 1, 1-46, 2011).

(3) (2)の続編として、Feydor Malikov 氏との共同研究により以下の成果が得られた。

① 旗多様体上の捩じれた D 加群の高次コホモロジーの計算に成功し、臨界レベルのアフィンリー環の指標公式に応用した (arXiv:0903.1281 [math.AG]).

② 上記結果と Lie algebra コホモロジーとの関係を明らかにした (VIII International Workshop [AIP Conf. Proc.], Vol. 1243, pp. 151-164. 15-21 Jun 2009)

(4) 頂点代数の C_2 有限性条件と Beilinson-Feigin-Mazur の lisse 条件との同値性を明らかにした (Math. Z. (online first).)

(5) W 代数の C_2 有限性条件とアフィン Lie 環の最高ウェイト表現の随伴多様体との関係を明らかにし、多くの場合に W 代数の C_2 有限性条件を証明した (arXiv:1004.1554[math.QA]).

(6) Bershadsky-Polyakov 代数の有理性を証明した (arXiv:1005.0185 [math.QA]).

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

特に研究計画の概要における II), III) については上述の通り十分な成果が出ていると考えている。

4. 今後の研究の推進方策

III)については予定通り研究を進めたい。

II)については予想以上に視野が広がったので今後はより幅の広い研究を進めていきたいと考えている。

I), IV)については II), III)の研究が予想以上に忙しくなり、相対的に力を入れ方が弱くなっていたと思う。今後は少しずつこちらの方にも力を入れていきたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

1. T. Arakawa and P. Fiebig, On the restricted Verma modules at the critical level, to appear in Trans. Amer. Math. Soc. 査読有
2. T. Arakawa, A remark on the \mathbb{C}_2 -cofiniteness condition on vertex algebras, Math. Z. (online first). 2011 査読有
3. T. Arakawa, D. Chebotarov and F. Malikov, Algebras of twisted chiral differential operators and affine localization of \mathfrak{g} -modules, Selecta mathematica, new series, vol.17, no. 1, 2011, 1-46. 査読有
4. Ching Hung Lam, Gerald Höhn, Hiroshi Yamauchi McKay's E7 observation on the Baby Monster International Mathematics Research Notices, Vol.rnr009, 2011, 1-47. 査読有
5. T. Arakawa and F. Malikov, Vertex Algebra Attached to the Flag Manifold and Lie Algebra Cohomology, VIII International Workshop [AIP Conf. Proc.]. Vol. 1243, pp. 151-164. 15-21 Jun 2009.

[学会発表] (計 44 件)

1. Tomoyuki Arakawa, Kac-Wakimoto conjecture and associated varieties of modules over Kac-Moody algebras, Research in to Vertex Operator Algebras, Finite Groups and Combinatorics(Kyoto), 2010年12月16日
2. Tomoyuki Arakawa, Rationality and smoothness of W-algebras, Representation Theory of Algebraic Groups and Quantum Groups '10 (Nagoya), August 2 - 6, 2010.
3. 荒川 知幸 旗多様体上のカイラル微分作用素とアフィンリー環の表現論, 代数学シンポジウム 2009年8月6日 明治大学 (駿河台キャンパス)
4. Tomoyuki Arakawa, Affine W-algebras and Zhu's Poisson varieties associated with Kac-Moody vertex algebras", Algebraic Lie Structures

with Origins in Physics, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK, March 23, 2009

5. Tomoyuki Arakawa, "Representations of W-algebras and conjectures of Kac-Wakimoto", Conference "Symmetries in Mathematics and Physics" to honor the 65th birthday of Prof. Victor G. Kac (June 22-28), Cortona, Italy, June 24, 2008.

[図書] (計 0 件)