

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 6 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20340008

研究課題名(和文) 離散群のコホモロジーと平坦束の特性類の研究

研究課題名(英文) Cohomology of discrete groups and characteristic classes of flat bundles

研究代表者

秋田 利之 (AKITA TOSHIYUKI)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号：30279252

研究分野：位相幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：コホモロジー、特性類、線型表現、Mackey 関手

1. 研究計画の概要

離散群の有限次元線型表現が与えられると、離散群の分類空間上に平坦束が定まる。分類空間のコホモロジーは群のコホモロジーと一致するので、平坦束の特性類は群のコホモロジー類を定める。本研究では離散群のコホモロジーとの関わりに焦点を絞り、分類空間の平坦束の特性類の性質を明らかにすること、得られた結果を具体的な群のコホモロジーの計算・コホモロジー類の構成などに応用する。

2. 研究の進捗状況

本研究は(i) 線型表現の特性類 (ii) 離散群の線型表現の有限近似 (iii) 特性類に対する Riemann-Roch 型の定理の3つのテーマにわかれる。これまでに得られた主要な成果を述べる。

(1) 有限群の閉曲面への作用はトポロジー・関数論・代数幾何にまたがる研究対象であり、多くの研究が成されてきたが、全ての作用を同時に扱うようなフレームワークはなかった。

本研究では、有限群 G の閉曲面への作用全体の集合を用いて有限生成な Mackey 関手 $B(G)$ を構成した。閉曲面の写像類群という離散群の有限部分群は $B(G)$ の元に対応しており、 $B(G)$ の構成はテーマ(ii) に関する主要な成果となっている。

(2) また群作用の特性類((Mumford・森田・Miller 類)とホモロジー表現が、 $B(G)$ を定義域とする Mackey 関手の自然変換として記述できることを示した。この結果により、群作用の特性類が線型表現の特性類の「高次化」であることがわかった。

さらに特性類の mod p 還元がある種の周期性を満たすことを示した。これらがテーマ(i)の主要な結果である。

(3) 最後にテーマ(iii)に関しては、 $B(G)$ の性質と Ib Madsen の結果を用いて、有限群 G の閉曲面への作用に付随する二種類の特性類(Mumford・森田・Miller 類と Newton 類)の関係を明らかにした(整数係数あるいは素数 p に対する p 局所的な Riemann-Roch 型の公式)。また G が有限巡回群の場合には Bernoulli 数の整数論的な性質を用いて、より精密な公式をえている(研究代表者と河澄響矢氏との共同研究)。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

本研究は3つのテーマに分かれるが、前項でも述べたように各テーマで現時点では十分な結果を得ている。

4. 今後の研究の推進方策

研究の進捗状況欄で述べた結果を更に進展させる。とくに閉局面上の群作用の特性類の性質を、線型表現の特性類の高次化の視点から明らかにする。また、これまでの研究成果は主に2次元の多様体の対称性に付随するものだったが、残された期間で得られた結果を高次の多様体の対称性に拡張したい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

1. Toshiyuki Akita, Periodicity for

Mumford–Morita–Miller classes of surface symmetries, Publ. RIMS Kyoto Univ. (2011) 印刷中, 査読有

2. Tadayuki Watanabe, On Kontsevich's characteristic classes for higher-dimensional sphere bundles. II. Higher classes. J. Topol. 2 (2009) 624–660, 査読有

3. Toshiyuki Akita, Nariya Kawazumi, Integral Riemann–Roch formulae for cyclic subgroups of mapping class groups, Math. Proc. Cambridge Phil. Soc. 144 (2008) 411–421, 査読有

4. Toshiyuki Akita, On mod p Riemann–Roch formulae for mapping class groups, Advanced Studies in Pure Math. 52 (2008) 111–118, 査読有

5. Toru Ohmoto, Generating functions of orbifold Chern classes I: Symmetric Products, Math. Proc. Cambridge Phil. Soc. 144 (2008) 423–438, 査読有

[学会発表] (計 17 件)

1. 秋田利之, Mackey functors associated with surface symmetries, 第 6 回代数・解析・幾何セミナー, 2011 年 2 月 15 日、鹿児島大学理学部

2. 大本亨, Chern class for singular spaces, JSPS–VAST Japan–Vietnam Bilateral Joint Projects Topology of singularities and related topics II, 2011 年 1 月 6 日、東北大学大学院理学研究科

3. 大本亨, Vassiliev type invariants revisited, The 11th International Workshop on Real and Complex Singularities, 2010 年 7 月 27 日, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ブラジル)

4. 渡邊忠之, Quantum algebra related to various topological field theories in geometries, 2009 年 2 月 16 日、京都大学理学部

5. 秋田利之, Surface symmetries and group cohomology, 福岡微分幾何研究会, 2008 年 11 月 23 日, 福岡大学セミナーハウス