

自己評価報告書

平成23年5月10日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2008 ~ 2012

課題番号：20340011

研究課題名 (和文) 原始形式に付随する導来圏と無限次元代数

研究課題名 (英文) Derived categories and infinite dimensional Lie algebras associated with primitive forms

研究代表者

齋藤 恭司 (Saito Kyoji)

東京大学 数物連携宇宙研究機構 特任教授

研究者番号 20012445

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学、幾何学

キーワード：原始形式の周期写像、無限次元リー環、熱力学的極限関数、

1. 研究計画の概要

当研究計画の目的は大きくは次の二点から成る。

(1) 原始形式をリー代数的に構成する為のリー代数のカテゴリカルな研究

(2) 基本群などのモノイド等の構造の理解とそれに付随する統計力学的極限関数の構成の研究

2. 研究の進捗状況

以下箇条書き的に行われた研究の進捗を述べる。

- ① ウェイト系に対する原始形式をリー環論的に構成するという一般的プログラムを書き下したのが文献[1]である。その方針に基づき現在楕円的、カスピダル、カスピダルリー環が既に構成され、その最高ウェイト表現の理論を現在執筆中である。
- ② 同じ方針に基づき、行列分解のカテゴリを高橋、梶浦との共同研究したのが文献[2]である。そこでは14個の例外型特異点に対するカテゴリの
- ③ ウェイト系に属さないが KP や KdV 等の可積分系との関連で新たな無限次元ルート系が登場した[8]。そのスペクトルは区間 $(0, 1)$ で、連続に成る等従来常識では考えにくい
- ④ 自由因子の補集合のなす基本群の或るクラスについて、そのザリスキファンカムペン生成系から生成されるモノイドは常に基本元を持つ事を石部との共同研究で示した[7]。
- ⑤ モノイド上統計力学的極限関数 (自由エネルギー関数) を構成する基本理論を[5]でかいた。そのご、物理学のダイマーモデルの理論に触発され、モノイドライクと呼ぶクラスの対象に対しても理論

が有効である事が分り現在その新理論を執筆中である。

- ⑥ ここで、5で述べる直接的定義では計算出来なかったモノイドについて、配列和の母関数とモノイドの増大母関数 (ポアンカレ級数) の比を取りその変数と特殊化する事により極限関数を求める方法が生まれた (投稿中)。それと、アルティンモノイドの増大関数の研究 ([3],[5]) とを組み合わせる事により、アルティンモノイドに対する極限関数が決定されるに至った (投稿中)。
- ⑦ 此れ等の計算に使われた一変数ベキ級数の収束境界に於ける特異性とその係数の振動との関係が一般的な理論と成った[10]。

3. 現在までの達成度

2. 大旨順調に進展している。

理由：研究目的 (1) に関して言うと、進捗状況の①でのべた、リー環の表現論の研究では従来に無い新たな理論が生まれつつ有ると自負する物である。しかし②については、カテゴリを決定する迄に至ったが、その後ルート系やリー環の構成等の進展がみられない。他方、③のように従来想定していなかった新たな重要と思われるクラスの対象が生まれる等面白い現象が見つかりつつ有る。また基本群に関しても、基本元をもつモノイドと言う視点から新たな分析が可能になったのは従来の視点を変える大きな収穫と言える。研究目的の (2) に関して言うと、⑤で行われた一般理論はこれ迄、全く知られていない研究であり非常な興味を持って取り組んでいる。しかし、現状では、具体的に計算された例が⑥で述べる程度しか無く、更に意味ある

例を増やす必要が有る。特に、元々の出発点であった、曲面の基本群に対する、Kramer-Wanier 理論や、Yang-Baxter 方程式について全く手がついていないのは残念である。

4. 今後の研究の推進方策

進捗状況の①や⑤で述べた様な一般的な構成の研究を引き続き行う一方、③、④ 或いは6の様個別の面白い現象にも着目してそれ等の例を更に深める作業も同時に行いたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

全て査読有:

1. T. Ishibe and K. Saito, Monoids in the fundamental groups of the complement of logarithmic free divisors in \mathbb{C}^3 , To appear in Journal of Algebra.
2. K. Saito, Coxeter Elements of Vanishing Cycles of Types $A_{\frac{1}{2}\infty}$ and $D_{\frac{1}{2}\infty}$, To appear in Annales de l'Institut Fourier.
3. K. Saito, Opposite sequences, To appear in European Journal of Combinatorics.
4. K. Saito, Limit elements in the Configuration Algebra for Cancellative Monoids, Publication RIMS Kyoto Univ. 46 (2010), no. 1, 37–113.
5. K. Saito, Growth functions for Artin monoids, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, Vol. 85, No. 7 (2009), 84–88.
6. H. Kajiura, K. Saito and A. Takahashi, Triangulated Categories of Matrix factorizations for Regular Systems of Weights with $\varepsilon = -1$, Advances in Math. 220 no. 5 (2009), 1602–1654
7. K. Saito, Towards a categorical construction of Lie algebras, Adv. Stud. Pure Math., 50, Math. Soc. Japan, Tokyo, (2008) 101–175.
8. K. Saito, Growth functions associated with Artin monoids of finite type, Proceedings of the Japan Academy, Vol. 84, Ser. A, No. 10 (2008), 179–183.
9. K. Saito and A. Takahashi, From Primitive Forms to Frobenius manifolds, Proceedings of the Japan Academy, Vol. 84, Ser. A, No. 10 (2008), 179–183.

[学会発表] (計9件)

1. Kyoji Saito, F-functions associated with cancellative monoids, Long Term Workshop Geometry and Analysis, Japan–France Sakura-project, Kyoto university, Kyoto Japan, March 7, 2011.
2. Kyoji Saito, The lattice of vanishing cycles of types $A_{\frac{1}{2}\infty}$ and $D_{\frac{1}{2}\infty}$, Conference on Derived Category, the university of Tokyo, Tokyo, Japan, January 26, 2011.
3. Kyoji Saito, Spectral decomposition of the Coxeter elements of types $A_{\frac{1}{2}\infty}$ and $D_{\frac{1}{2}\infty}$, Japan–Vietnam bilateral program, Tohoku university, January 5, 2011.
4. Kyoji Saito, Reflection groups of types $A_{\frac{1}{2}\infty}$ and $D_{\frac{1}{2}\infty}$, Lattices, Reflection groups and Algebraic Geometry, Nagoya university Japan, November 26, 2010,
5. Kyoji Saito, Singularities of the transcendental functions of types $A_{\frac{1}{2}\infty}$ and $D_{\frac{1}{2}\infty}$, Conference on Real Singularity, RIMS, Kyoto Japan, November 1, 2010.
6. Kyoji Saito, Limit partition functions associated with Cancellative monoids, Kinokuni symposium of Algebraic geometry, Kinokuni, Japan, October 25, 2010.
7. Kyoji Saito, Highest weight representation of Elliptic Lie Algebras, 4th International Conference on Representation Theory, Xian, China, August 13, 2010.
8. Kyoji Saito, Primitive forms of types $A_{\frac{1}{2}\infty}$ and $D_{\frac{1}{2}\infty}$, Conference on , Grenoble, France, June 4, 2010.
9. Kyoji Saito, The lattice of vanishing cycles of types $A_{\frac{1}{2}\infty}$ and $D_{\frac{1}{2}\infty}$, Conference in honor of Claus Ringel and Kyoji Saito, Xinhua university, Beijing, China, May 5, 2010