

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 24 年 6 月 5 日現在

機関番号：3 2 6 0 6
 研究種目：基盤研究 B
 研究期間：2008～2011
 課題番号：2 0 3 4 0 0 1 4
 研究課題名（和文） 4次元多様体とリーマン面

研究課題名（英文） 4 - MANIFOLDS AND RIEMANN SURFACES

研究代表者

松本 幸夫 (MATSUMOTO YUKIO)
 学習院大学・理学部・教授
 研究者番号：2 0 0 1 1 6 3 7

研究成果の概要（和文）：閉曲面に複素構造を入れたものをリーマン面という。リーマン面の同型類はモジュライ空間と呼ばれる複素軌道体をなし、それに「境界」を付け加えてコンパクトにすることができる。おもな研究成果は、コンパクト化されたモジュライ空間上に「リーマン面の普遍退化族」が構成できたことである。論文は準備中であるが、この成果はリーマン面によるファイバー構造を持つ 4 次元多様体の研究に多くの応用が期待できる。

研究成果の概要（英文）：A Riemann surface is a closed surface carrying a complex structure. The isomorphism classes of Riemann surfaces make a complex orbifold called the moduli space. It can be compactified by adding certain “boundaries”. The main achievement is that we have succeeded in constructing a “universal degenerating family of Riemann surfaces” over the compactified moduli space. A paper is now in preparation, but the result is expected to be applied in many problems of 4-manifolds which are fibered by Riemann surfaces.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2 0 0 8 年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2 0 0 9 年度	2,300,000	690,000	2,990,000
2 0 1 0 年度	2,300,000	690,000	2,990,000
2 0 1 1 年度	2,600,000	780,000	3,380,000
年度			
総 計	9,800,000	2,940,000	12,740,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：位相幾何学、4次元多様体、リーマン面

1. 研究開始当初の背景

(1) リーマン面が複素パラメータに沿って次第に退化して行く軌跡としてとらえ、その位相幾何学的性質を追求していた。

(2) 一方、リーマン面が複素パラメータに沿って退化する時の位相形の分類はいわゆる「松本・モンテシノスの定理」により完成し

ていた。

2. 研究の目的

リーマン面によりファイバー構造の入った 4 次元多様体の位相幾何学的研究を根本的に進化させるために、リーマン面の全ての退化形を実質的に含む「普遍退化族」を構成することを主な目的とした。

3. 研究の方法

目印の付いた(退化する前の)リーマン面の同型類を全て並べた空間はタイヒミュラー空間と呼ばれ、戦前から研究されている。この空間には、閉曲面の写像類群が複素解析的に作用し、その商空間はモジュライ空間と呼ばれる。ドリーニュとマンフォードによりそのコンパクト化が構成されているが、このコンパクト化の上に「普遍退化族」を構成するために、「擬周期写像類」を手がかりとした。この写像類は「松本・モンテシノスの定理」とベアスによる写像類群の作用の研究とに共通に現れるものである。これと佐武一郎による「 V 多様体」の構造を考慮することにより所期の「普遍退化族」を得ようとした。

4. 研究成果

(1)研究目的との関連でもっとも大きな成果は、ドリーニュとマンフォードによりコンパクト化されたモジュライ空間上にリーマン面の全ての退化形を実質的に含む「普遍退化族」が構成出来たことである。この成果は一見「常識」に反するので、説明が必要である。通常はドリーニュ・マンフォードのコンパクト化(DMコンパクト化)の上にはいわゆる「安定曲線」と呼ばれる特別な退化形だけを含んだ「安定曲線の族」があり、リーマン面の全ての退化形を含む「普遍退化族」は存在しないと考えられている。しかし、一般に存在が認められている「安定曲線族」を厳密に構成しようとする、まず種々のタイプの滑らかな安定曲線族を考え、それらを写像類群の作用に従って張り合わせなければならない。その際、始めにとった安定曲線族を自己同型で割る必要が出てくる。しかし、安定曲線族を自己同型で割ると、その商空間として得られるリーマン面の退化族が「普遍退化族」の性質を持つようになるのである。そのことを「松本・モンテシノスの定理」と「足利の精密還元定理」を基礎にして証明したことが成果につながった。この成果については、過去数年間にいくつかのシンポジウムで講演し^{3, 6, 9}、概要は論文¹にまとめたが詳細論文はまだ書き上げていない。なるべく早い完成を目指して準備中である。この成果が理解されればそのインパクトは小さくないと思われる。

そればかりでなく、普遍退化族の存在が証明されたことは、リーマン面をファイバーとするファイバー構造を持つ4次元多様体のトポロジーの研究にも多くの応用が期待される。例えば、特異ファイバーの分裂問題などがそれである。

(2)研究分担者の足利 正は論文⁷において、リーマン面の退化族に関する「局所符号数欠損公式」を証明した。この証明に「松本・

モンテシノスの定理」が有効に使われた。(3)足利は同じ論文⁷中で、古くから知られているリーマン面の退化族に関する「安定還元定理」を精密化した「精密安定還元定理」を証明した。ここでも「松本・モンテシノスの定理」が効果的に応用されている。足利の精密安定還元定理こそ、「リーマン面のどんな退化形も安定曲線をその自己同型で割って得られる」ということを保証する定理に他ならない。

(4)研究代表者の松本は増田一男と共同で、従来研究されてきた「レフシェツファイバー空間」の構造と対極をなす「軸性ファイバー空間」の構造を発見し、特に3次元複素射影空間のフェルマー型超曲面の軸性ファイバー構造に現れる全ての特異ファイバーの型と位置を完全に決定した。これについては⁴の講演で発表した。詳細論文は投稿中である。

(5)以上、研究代表者と研究分担者の成果に限って述べたが、連携研究者も多くの重要な成果を挙げた。それらについては以下の「主な発表論文等」を参照されたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)以下論文は全て査読有・受理

[雑誌論文](計 27件)

¹ Y. Matsumoto, On the universal degenerating family of Riemann surfaces, to appear in Proceedings of the 5-th Franco-Japanese Singularity Symposium

² N. Kawazumi and Y. Kuno, The center of the Goldman Lie algebra of a surface of infinite genus, to appear in Quarterly J. of Mathematics

³ K.-I. Yoshikawa, K3 surfaces with involution, equivariant analytic torsion, and automorphic forms on the moduli space II, to appear in Journal für die reine und angewandte Mathematik

⁴ M. Hirasawa, N. Kamada and S. Kamada, Bridge presentations of virtual knots, J. Knot Theory Ramifications 20 (2011) 881-893, DOI: 10.1142/S0218216511009017

⁵ H. Endo, T. E. Mark and J. Van Horn-Morris, Monodromy substitutions and rational blowdowns, J. of Topology 4 (2011), 227-253

⁶ T. Ashikaga, Local signature defect of fibered complex surfaces via moduli and monodromy, Demonstratio Math. XLIII, (2010) 263-279

⁷ T. Ashikaga, Local signature defect of fibered complex surfaces via monodromy and stable reduction, Comment. Math.

Helv. 85 (2010) 417-461

8 A. Bartholomew, R. Fenn, N. Kamada and S. Kamada, New invariants of long virtual knots, Kobe J. Math. 27 (2010) 21-33

9 S. Kamada and K. Oshiro, Homology groups of symmetric quandles and cocycle invariants of links and surface-links, Trans. Amer. Math. Soc. 362 (2010) 5501-5527

10 H. Endo and Y. Z. Gurtas, Lantern relations and rational blowdowns, Proc. of Amer. Math. Soc. 138 (2010), 1131-1142

11 T. Ashikaga and K.-I. Yoshikawa, A divisor on the moduli spaces of curves associated to the signature of fibered complex surfaces (with appendix by Kazuhiro Konno), Adv. St. Pure Math. 56 (2009) 1-34

12 N. Kawazumi, A. J. Bene and R. C. Penner, Canonical lifts of the Johnson homomorphisms to the Torelli groupoid, Adv. Math., 221 (2009) 627-659

13 K.-I. Yoshikawa, Calabi-Yau threefolds of Borcera-Voisin, analytic torsion, and Borcherds products, Asterisque, 328 (2009), 355-393

14 N. Kawazumi, Canonical 2-forms on the moduli space of Riemann surfaces, "Handbook of Teichmüller theory" ed. by A. Papadopoulos, II, EMS Publishing House, Zurich (2009), 217-237

15 N. Kawazumi, Twisted Morita -Mumford classes on braid groups, Geometry & Topology Monographs 13 (2008), 293-306

16 A. Ishii, N. Kamada and S. Kamada, The virtual magnetic Kauffman bracket skein module and skein relations for the f-polynomial, J. Knot Theory Ramifications 17 (2008), 675-688

17 H. Fang, Z. Lu and K.-I. Yoshikawa, Analytic torsion for Calabi-Yau threefolds, J. Diff. Geom. 80 (2008), 175-259

[学会発表](計 20件)

1 足利 正、「Dedekind 和に関する Zagier 相互律の拡張と巡回商特異点間の双対性」代数幾何ミニワークショップ、2012 年 2 月 11 日、兵庫県多可町

2 足利 正、Extended Zagier reciprocity for Dedekind sum via cyclic quotient singularities, Topology of Singularities and Related Topics III, 2012 年 3 月 26 日、Dalat Vietnam

3 松本幸夫、「タイヒミュラー・モジュライ空間のコンパクト化とその上の普遍退化族について」Mejiro mini-workshop on geometry and topology, 2011 年 5 月 28 日、

学習院大学

4 松本幸夫、Axial fibrations of the Fermat surfaces and their singular fibers (with Kazuo Masuda) IRMA セミナー、2011 年 2 月 28 日、Univ. Strasbourg

5 松本幸夫、Low dimensional topology and complex analysis, The 7-th East Asian School of Knots and Related Topics, 2011 年 1 月 11 日、広島大学

6 松本幸夫、On the universal orbifold family of Riemann surfaces over the compactified moduli space, 「リーマン面・不連続群論」研究集会、2011 年 1 月 8 日、大阪国際交流センター

7 足利 正、「特異点に関する高次元連分数と Zagier 相互律」リーマン面に関する位相幾何学研究集会、2011 年 9 月 4 日、東京大学

8 足利 正、Planer continued linear fraction for 3-dimensional cyclic quotient singularities, 第二回東北復旦代数幾何交流シンポジウム、2010 年 6 月 3 日、復旦大学

9 松本幸夫、On the universal degenerating family of Riemann surfaces over the compactified moduli space, The 5-th Franco-Japanese singularity symposium, 2009 年 8 月 21 日、Univ. Strasbourg

10 足利 正、Another geometric proof of the reciprocity law of Dedekind sum (jointly with M. Ishizaka), 第一回東北復旦代数幾何交流シンポジウム、2009 年 11 月 26 日、東北大学

11 足利 正、Signature divisor on moduli space of curves and its application, The 5-th Franco-Japanese singularity symposium, 2009 年 8 月 27 日、Univ. Strasbourg

12 松本幸夫、On the universal degenerating family of Riemann surfaces, Geometry of singularities and manifolds, 2008 年 9 月 16 日、草津セミナーハウス

[図書](計 2 件)

1 松本幸夫・Jose Maria Montesinos-Amilibia, Springer-Verlag, Pseudo-periodic maps and degeneration of Riemann surfaces, 2011, 235, vii-235

2 鎌田聖一、曲面結び目理論、丸善出版、2012, 247

{

{その他}

ホームページ等

6 . 研究組織

(1)研究代表者

松本 幸夫 (MATSUMOTO YUKIO)
学習院大学・理学部・教授
研究者番号：20011637

(2)研究分担者

足利 正 (ASHIKAGA TADASHI)
東北学院大学・工学部・教授
研究者番号：90125203

(3) 連携研究者

鎌田 聖一 (KAMADA SEIICHI)
広島大学・理学系研究科・教授
研究者番号：60254380
河澄 響矢 (KAWAZUMI NARIYA)
東京大学・数理科学研究科・准教授
研究者番号：30214646
遠藤 久顕 (ENDO HISAKI)
東京工業大学・理工学研究科・教授
20323777
吉川 謙一 (YOSHIKAWA KEN-ICHI)
京都大学・理学研究科・教授
研究者番号：20242810
高村 茂 (TAKAMURA SHIGERU)
京都大学・理学研究科・准教授
研究者番号：20362436
岩瀬 順一 (IWASE ZJUNICI)
金沢大学・自然科学研究科・助教
研究者番号：70183746