

## 自己評価報告書

平成23年5月1日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2008~2011

課題番号：20340018

研究課題名 (和文) 地球科学的な熱対流系における流れパターン形成

研究課題名 (英文) Flow pattern formation in thermal convections appearing in earth and planetary sciences

研究代表者

山田 道夫 (YAMADA MICHIO)

京都大学・数理解析研究所・教授

研究者番号：90166736

研究分野：応用数学・流体力学

科研費の分科・細目：数学一般 (含確率論・統計数学)

キーワード：熱対流, 球殻内対流, 回転流体, 安定性, 分岐図

## 1. 研究計画の概要

回転球殻内のブシネスク熱対流のパターン形成問題を、主に数値解析的手法を用いて研究する。この系は、地球や惑星の内部対流を扱うための代表的数理モデルである。

ここでは、臨界パラメータ値から分岐する本質的に3次元構造を伴う熱対流解について、解の性格、安定性を調べ、分岐構造を数値的に求めることにより、球殻内熱対流の性質を研究する。

また球殻内対流の興味の一つは、外側境界である球表面付近に誘起される流れのパターンにもあるため、巨大惑星を念頭において、球表面付近に安定成層が存在する場合についても表面に誘起される流れの性質を研究する。

## 2. 研究の進捗状況

回転球殻内ブシネスク熱対流の3次元定常 (進行波) 解および3次元非定常解を求める数値コードを作成し、さらに3次元定常 (進行波) 解の線形安定性を求める数値コードを作成し、主として従来研究が乏しかった回転角速度の中間領域において、臨界点近傍の解の性質を組織的に調べた。

その結果、このパラメータ領域において、臨界パラメータ値で静止解から分岐する本質的に3次元の熱対流定常 (進行波) 解を得、この解の安定性を調べて分岐図を作成した。

分岐図より、この熱対流定常 (進行波) 解が、臨界レーリー数の数倍 (回転角速度に依存) 程度まで安定に存在することを見出した。

このとき同時に、対流パターンの東西伝播が、臨界対流においては、低回転角速度では回転球殻からみて西向き、高回転角速度では東向きとなり、伝播方向の転移が発生するこ

とを見出した。熱対流パターンの変化の詳細な検討から、この転移が解の分岐によるものではなく、同一の臨界モードの連続変形、特に、外側境界に沿って湾曲したコラム状対流が次第に回転軸方向に直線的に伸びたテイラーコラムに近づくときのポテンシャル過度の保存によって励起される東西伝播として説明できることが分かった。

さらに、レーリー数が臨界レーリー数から大きくなり非線形性が強まるとき、東西伝播方向は次第に西向きとなることを見出した。この西向きへの変化は、対流パターンとの関係を調べることにより、コラム状対流の変形によるものではなく、対流パターンの非線形相互作用によって励起される赤道面付近の西向き流れの強さによって決定されていることが分かった。

以上の結果より、対流パターンの東西伝播方向の転移は、解の連続変形に起因するものであり、東向きあるいは西向き伝播を引き起こす特徴的な機構が存在するわけではないことが結論される。

従来、このような球殻対流計算では内側境界と外側境界の回転角速度を一致させるのが標準的である。しかしここではさらに現実の地球惑星を考慮して、まずこれらの回転角速度を一致させた場合に熱対流が内側境界に与えるトルクを計算したところ、内球の回転角速度を短時間のうちに有意に変化させるほどの大きさを持つことを見出した。これは、これらの回転角速度も変数として扱う必要があることを示しており、現在このように拡張した計算を実行中である。

一方、球殻の外側境界の球表面付近に励起される流れパターンに着目し、球表面付近に強い安定成層が存在する場合について、高速

回転する球殻内の非定常対流の研究も行った。その結果、特に赤道付近において、回転球殻から見て西向きの流れが励起されることを見出した。またこのとき、強い安定成層は下の流体層に対し、一種の剛体境界として作用することが分かった。

### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

当初の計画では、まず3次元臨界対流の分岐図の作成を目的としていたが、研究の進展によって、分岐図作成の後、対流の東西伝播速度に特徴ある振る舞いがあることを見出しその機構を特定することに成功した。また、内外の境界の回転角速度を変数化する必要性を確認したが、これらはいずれも予想外の進展であり当初の計画以上の成果である。今後研究の4年目は、さらに大きなレイリー数における非定常解を調べ、内球回転に3軸回転、特に歳差運動が生じるかどうかまで検討する。もしこの歳差運動が見出されれば、地球や惑星の内核の運動を示唆する重要な結果となるので慎重に進めたい。

### 4. 今後の研究の推進方策

これまでの研究において、臨界レイリー数において静止解から分岐する定常(進行波)対流は、レイリー数を増加させるときホップ不安定となることを確認している。そこで今後は非定常対流解を対象にして、解の性質を調べると共に内外境界の回転角速度も変数にして内球の運動を研究する。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計12件)

- ① S. Takehiro, M. Yamada, Y.-Y. Hayashi, Retrograde equatorial surface flows generated by thermal convection confined under a stably stratified layer in a rapidly rotating spherical shell, *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 105, 61-81, 2011, 査読有.
- ② A. Chian, R. Miranda, E. Rempel, Y. Saiki, M. Yamada, Amplitude-phase synchronization at the onset of permanent spatiotemporal chaos, *Physical Review Letters*, 104, 254102: 1-4, 2010, 査読有.
- ③ K. Obuse, S. Takehiro, M. Yamada, Long-time asymptotic states of forced two-dimensional barotropic incompressible flows on a rotating

sphere, *Physics of Fluids*, 22, 05601:1-9, 2010, 査読有.

- ④ Y. Taniguchi, H. Kitauchi, M. Yamada, Stability of flow on a rotating polar cap, *Fluid Dynamics Research*, 41, 045511:1-16, 2009, 査読有.
- ⑤ Y. Saiki, M. Yamada, Time averaged properties along unstable periodic orbits and chaotic orbits in ordinary differential equation systems, *Physical Review E*, 79, 015201:1-4, 2009, 査読有.

[学会発表] (計69件)

- ① E. Sasaki, S. Takehiro, M. Yamada, Bifurcation structure of zonal flow solutions on a rotating sphere, *Dynamics Days Europe 2010*, 2010.9.9, Univ. of Bristol (UK).
- ② M. Inubushi, S. Takehiro, M. Yamada, Covariant Lyapunov analysis of chaotic Kolmogorov flows, *Dynamics Days Europe 2010*, 2010.9.9, Univ. of Bristol (UK).
- ③ K. Kimura, S. Takehiro, M. Yamada, Stability and bifurcation diagram of Boussinesq thermal convection in a rotating spherical shell, *12<sup>th</sup> Symposium of Study of the Earth's Deeps Interior (SEDI)*, 2010.7.21, Univ. of California (USA).
- ④ U. U. Kobayashi, M. Yamada, A characterization of a temporal intermittency of the GOY shell model turbulence, *Dynamics Days Asia-Pacific 6*, 2010.7.12, Sydney (Australia).
- ⑤ Y. Saiki, M. Yamada, Time averaged properties along unstable orbits in some systems of ordinary differential equations, *Dynamics Days 2009*, San Diego (USA).

[図書] (計0件)