

自己評価報告書

平成23年 4月12日現在

機関番号：12401

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2008~2011

課題番号：20340026

研究課題名(和文) 完全非線形方程式の粘性解理論とその応用

研究課題名(英文) Viscosity solution theory for fully nonlinear equations and its applications

研究代表者

小池 茂昭 (KOIKE SHIGEAKI)

埼玉大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：90205295

研究代表者の専門分野：非線形偏微分方程式

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：粘性解、完全非線形方程式、最大値原理、ハルナック不等式、比較原理

1. 研究計画の概要

完全非線形2階楕円型偏微分方程式の粘性解の性質を研究する。

- (1) 一様楕円型方程式の場合に、一階微分項に非有界係数が時の L_p 粘性解の弱ハルナック不等式を導く。また、一階微分項が一次以上の増大度を持つ場合にも研究する。
- (2) 最大値原理・弱ハルナック不等式の応用として、粘性解の強最大値原理や局所最大値原理を導く。更に、Phragmen-Lindelof の定理等の L_p 粘性解の定性的性質を研究する。
- (3) 退化楕円型方程式の場合に、一階微分に関して一次以上の増大度がある時の非有界領域での粘性解の比較原理を導く。更に、方程式系等への一般化の研究もする。

2. 研究の進捗状況

(1)(2)(3)(4)に関しては、概ね期待していた結果が得られた。

- (1) 完全非線形一様楕円型偏微分方程式の一階微分項に非有界係数がある場合の弱ハルナック不等式が成立することを証明した。さらに、一階微分項が一次以上の増大度を持つ場合は、まず、対応するプッチ方程式の強解の存在定理を示すことにより、弱ハルナック不等式が成り立つことを示すことに成功した。更に、臨界指数の場合の最大値原理・弱ハルナック不等式の証明を試みた。以上は Swiech(ジョージア工科大学教授)との共同研究による。
- (2) (1)の応用として、Swiech との共同研究で、一般的な条件下で強最大値原理を示した。また、境界弱ハルナック不等式を

示した。一方、この境界弱ハルナック不等式を応用して、中川(当時、埼玉大学博士後期課程)と Phragmen-Lindelof の定理を一般化した。更に、Vitolo(サレルノ大学教授)・中川(埼玉大学非常勤研究員)と一般化に取り組んでいる。

- (3) まず、一階微分項が凸の場合に、従来の結果を含むように適切な関数空間を設定し、比較原理が成立することを示した。また、凸性が成り立たない場合もいくつかの部分的な解決を得た。更に、方程式系への一般化も研究した。一方、関数空間が適切であることを示すために、関数空間を広げた場合に比較原理が成り立たない例を見つけた。以上は Ley(レンヌ大学教授)との共同研究である。

3. 現在までの達成度

概ね順調に計画を達成できたと考える。その理由として、複数の共同研究者との連携が極めてうまく行ったことがあげられる。また、2009年度は、代表者の勤務大学(埼玉大学)からサバティカルを1年間頂き、研究に集中でき、海外の共同研究者と通常より長期間研究打ち合わせができた。

弱ハルナック不等式を得ることができたため、申請時の予定を軌道修正して、最終年度申請をし、採択されたので新たな研究方向でスタートする。

4. 今後の研究の推進方策

従来通り、共同研究者と研究打ち合わせの行い推進する。特に、海外の研究協力者とは少なくとも年に一度は訪問(または招聘)し、有意義な成果を上げる。また、関連研究の情報収集も怠らないため、研究集会への参加、

専門知識の提供を随時遂行する。更に、研究集会での発表も積極的に行う。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① S. Koike, Weak Harnack inequality for fully nonlinear PDEs with superlinear growth terms in Du, 数理解析研究所講究録 1695 巻「微分方程式の粘性解理論とその周辺」(2010年), 139-147(査読無)
- ② S. Koike, Recent developments on maximum principle for Lp-viscosity solutions of fully nonlinear elliptic/parabolic PDEs. Recent Progress on Reaction-Diffusion Systems and Viscosity Solutions, 131-153, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2009年(査読有)
- ③ S. Koike and K. Nakagawa, Remarks on the Phragmen-Lindelof theorem for Lp-viscosity solutions of fully nonlinear PDEs with unbounded ingredients. Electron. J. Differential Equations, 146 巻,(2009年) 1-14(査読有)
- ④ S. Koike and A. Swiech, Weak Harnack inequality for fully nonlinear uniformly elliptic PDE with unbounded ingredients. J. Math. Soc. Japan 61 巻 (2009年)723-755(査読有)
- ⑤ S. Koike and A. Swiech, Existence of strong solutions of Pucci extremal equations with superlinear growth in Du. J. Fixed Point Theory Appl. 5 巻 (2009年) 291-304(査読有)

[学会発表] (計6件)

- ① 小池茂昭「On viscosity solutions of fully nonlinear elliptic PDE with measurable and unbounded ingredients」2011年1月14日, Nonlinear PDE's, Valparaiso (Chile)
- ② 小池茂昭「完全非線形楕円型偏微分方程式のLp粘性解について」研究集会「微分方程式の総合的研究」・2010年12月18～19日・京都大学
- ③ 小池茂昭「On the weak Harnack inequality for fully nonlinear PDEs with unbounded ingredients」2010年7月21日・研究集会「Viscosity methods and nonlinear PDE」北海道大学
- ④ 小池茂昭「Weak Harnack inequality for fully nonlinear PDEs with unbounded ingredients」2010年6月2日・Positivity: A key to fully nonlinear equations Conference・Salerno(Italy)

- ⑤ 小池茂昭「Weak Harnack inequality for Lp-viscosity solutions of fully nonlinear PDEs with unbounded ingredients」, 2009年12月2日・The Second Chile-Japan Workshop on Elliptic and Parabolic Equations・明治大学
- ⑥ 小池茂昭「Weak Harnack inequality for Lp-viscosity solutions of fully nonlinear elliptic PDEs with unbounded ingredients」, 2009年7月18日・Providence University・台湾・The Second International Conference of Reaction Diffusion Systems and Viscosity Solution.

[図書] (計1件)

- ① International Conference for the 25th Anniversary of Viscosity Solutions, GAKUTO International Series, Mathematical Sciences and Applications, 30 巻 edited by Y. Giga, K. Ishii, S. Koike, T. Ozawa, N. Yamada, Gakkotosho, (2008年) Tokyo Japan

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]