

機関番号：34315

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2008～2010

課題番号：20340100

研究課題名（和文） 多次元トンネル効果のカオス理論：基礎と応用

研究課題名（英文） Multi-dimensional tunnelling and chaos in complexified phase space

研究代表者

池田 研介（IKEDA KENSUKE）

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：40151287

研究成果の概要（和文）：

量子世界には軌道は存在しない。しかし、量子現象のもっとも不思議な現象であるトンネル効果が、系が複雑なカオス運動をする場合でさえ、"複素数の空間"を走る軌道によって完全に理解できる事が明らかにされた。

研究成果の概要（英文）：

There are no orbits in quantum world. It reveals that the tunnelling phenomena, a most wonderful quantum phenomenon, can be completely understood in terms of the orbits which are running in the "complexified space", even when the system exhibits very complex chaos motion.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	3,900,000	1,170,000	5,070,000
2009 年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
2010 年度	3,400,000	1,020,000	4,420,000
年度			
年度			
総計	10,800,000	3,240,000	14,040,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理学、物性基礎論

キーワード：非平衡・非線形物理学, カオス, トンネル効果, 半古典理論, 複素力学系理論

1. 研究開始当初の背景

量子力学の著しい現象であるトンネル効果が発見され既に 80 年になるうとしているが、トンネル効果の理論は単純な一次元障壁をトンネルするモデルから余り進歩していない。インスタントン理論を始め多次元トンネル効果への拡張を目指す半古典理論は多数存在するが、系が完全可積分で相空間が多次元トーラスによって覆われ尽くす事を暗黙の前提にしており、基本的に一次元障壁問題を越えていない。しかしながら、一次元系と本質的に異なって多次元系ではトーラスが

破壊されるのが普通の状況で、複雑なカオス領域がトーラスと共存する。(混合相空間) そのような一般的状況の下ではトーラスは自然境界によって破断されインスタントン軌道は意味を失う。多次元トンネル効果の理論はカオスの存在を考慮せざるをえない。一方カオスやその起源である非線型共鳴の存在がトンネル確率を著しく増大させる現象が「chaos assisted tunneling」や「resonance assisted tunneling」の名で知られ、光学格子中の冷却原子やマイクロキャビティで制御されたトンネル実験も可能になって、その研究が非常に活発になってきた。これに対し

我々日本のグループ首藤(分担者)、高橋(分担者)と池田(代表者)はここ20年以上費して「複素領域半古典論」とよばれる方法を提唱し、インスタントン理論の制約(いわゆる Wick 回転)を外し、全古典力学変数を複素変数とする複素古典力学と半古典理論を組み合わせた方法によって多次元性=カオスが関係するトンネル現象を半古典過程、即ち「chaotic tunneling」(CT と略)の立場から記述する研究を進展させて着実に成果をあげてきた。この方法はカオスという古典力学概念とトンネルという量子概念を自然に統合し、その根底的統合的理解を達成する唯一の方法である。

首藤(分担者)と池田(代表者)は時間領域複素半古典論を様々な写像系に、高橋(分担者)と池田は時間連続 1.5 自由度障壁モデルに適用し、複素古典軌道によって、カオスに影響される複雑なトンネル波動関数が完全に記述される事を示した。これらの研究によってカオス状況で見られる非常に複雑なカオスのトンネル効果(chaotic tunneling: CT と略)といえども、フルに複素相空間を使う事を許せば、古典軌道によって正確に記述できる事が世界で初めて証明された。上記時間領域複素半古典理論の成功以降、CT に寄与する古典軌道の力学構造の<枠組>が代表的なモデル系に対して研究され始めた。数学者の石井(分担者)が研究に参加し、純粋数学分野で Bedford らが精力的に推進してきた複素力学系の理論がトンネル問題に適用可能である事を指摘し、その中心概念である「ジュリア集合」 J が非可積分系のトンネル問題で中心的役割を演ずることが明らかにされた。(Shudo, Ishii and Ikeda 2002) トンネル確率の本質的部分はカオス中に豊富に存在する周期サドルの複素安定多様体に沿う作用積分で近似できる事が明らかにされた (Takahashi and Ikeda 2004, SII 2006)

2. 研究の目的

上述の CT の機構は、更に次のような一般原理に由来すると考えられる。ジュリア集合 J の安定集合 J_+ と対をなすのがその不安定集合 J_- である。任意の量子状態は(古典的な意味で) J_+, J_- と交差し

「任意の状態から J_+ に導かれ J_- を彷徨し J_- を経て任意の他の状態に達する複素軌道が必ず存在し、トンネル経路はそれらの中から選ばれる。」

これが「カオスのトンネル(CT)軌道形成原理」である。本研究の目的はこの指導原理の普遍性を明らかにし、それが保証する膨大な

軌道達のどのクラスが様々な状況の下で実際にトンネル効果に寄与するのかを解明し、さらにその応用をめざす事である。以下研究テーマを列挙する。

(0)カオスのトンネル(CT)軌道形成原理の厳密性、普遍性の研究

多項式写像等の数学的証明可能性が期待できる系、連続時間系に対しては、複素 Melnikov 摂動理論や数値的方法によって様々な系に対して検証する。このテーマは本研究計画を貫く主調音である。

(1)理想カオス極限に於ける CT 原理の数理と物理の解明。

カオスのトンネル効果の理想極限モデルの探求。

(2)混合相空間(カオス-トーラスの混在状況)に於ける CT 原理の数理と物理の解明。

これは現実的非可積分状況の研究という意味でもっとも重要。

(3)2 次元以上のトンネル問題への CT 原理の適用。

多次元化による decoherence の効果や Arnold 拡散のトンネルへの効果

(4)非可積分性の増大によるインスタントン機構から CT 機構への遷移の解明。

この遷移問題は後述するように「古典力学の基本問題」に密接につながる極めて重要な課題である。

(5)CT 過程による新奇なトンネル現象の解明。

(6)原子分子のイオン化過程への応用と CT によるトンネル確率の効率的計算方法

の確立

「古典的」問題である水素原子のトンネルイオン化問題。

(7)量子遷移状態理論の CT 理論からの見直し。特に最近注目を集めている NHIM(法双曲不変多様体)理論への応用。

(8)半古典論の改良

多次元トンネル問題は化学反応、物性論、宇宙論等物理、化学の至るところに現れる基本的問題である。CT の問題に限っても、研究グループは仏、独、英などに世界各地に存在する。その中であって、我々が発展させつつある半古典理論と複素古典力学に立脚する方法は現象論的アプローチをとる他グループとは異なる本質論的地平から全く新しい観点と結果を提供しており、その独創性に於いて群を抜いている。

3. 研究の方法

本研究の一大特徴は複素領域に拡張した古典力学によって、もっとも古典現象から遠い量子現象であるトンネル効果を、もっとも古典的な現象であるカオスが存在する多自由度の混合相空間で研究するところにある。統

合的にいえば<CT=カオスのトンネル効果の軌道形成原理>を数学的厳密な概念に基づいて表現し、物理的現象としての普遍性の検証にあたる事である。言い替えば、我々が展開してきたカオスのトンネル効果(CT)の理論に関して、数学的に厳密で普遍的な意味づけを行い、更にその理論を様々な非可積分系に応用して具体的な場面において複雑な量子系のトンネル現象の記述にどれほど有効かを試す事である。

根本的困難を伴うエネルギー領域アプローチではなく時間領域アプローチをとる。乗り越えねばならない難問は(1)カオス的な複素古典力学の研究(2)古典力学を量子論に接続する複素半古典理論の研究の二課題であるが共に前人未踏の領域に属する問題である。本研究では数値計算による発見的に実験的仮説を提唱し、それに対し数学的な厳密な考察による演繹的展開とを行い、その結果を数値実験的に検証する一方、理論物理的構築を行う、数学、計算物理、理論物理を複合した重層的なアプローチを行う。計算物理、理論物理的研究は首藤、高橋、池田が担当する。連続時間モデルでの研究を高橋、池田が、不連続時間モデル(量子写像)の研究を首藤、池田が担当する。首藤、池田は数学面では現在、発展しつつある複素力学理論のBedfordらによる枠組を数学者の石井が本課題に応用する。(2)の根本的技術問題であるStokes現象の処理について我々が提唱した「剪定樹仮説」を最近発展しつつあるexact-WKB解析の手法を用いて、首藤池田が解明にあたる。特にStokes現象処理の現実的手法としての数値実験的検証とその理論的根拠づけにあたる。これに並行して、研究協力者の依口は1自由度系をモデルに発散のない高い収束性をもつ半古典理論の開発とその基礎づけに従事する。これは将来の多自由度系への応用を企図するものである。

4. 研究成果

成果

(1) 全体を通して最大の成果は我々の研究のいわば骨格をなすカオスのトンネル(CT)軌道形成原理が、特別なモデルに対してではあるがほぼ確立した事にある。CTに主に寄与する特徴的な軌道集合は「Laputa chain」と呼ばれる。数値計算による仮説提起と数学的推論を統合する事によって「Laputa chainの閉包は(前方)ジュリア集合 J_+ に一致する」事が定理のレベルで主張され、実際の系の様々な場合にその妥当性が数値的に確認された。

(2) これによって非可積分系トンネル過程

の典型であるCTを支配する力学過程が明示された。任意の量子状態は前方ジュリア集合 J_+ および後方ジュリア集合 J_- と交差する。CTは初期状態から J_+ を通して、エルゴード的集合であるジュリア集合 J 上を彷徨後 J_- に沿って任意の終状態に輸送される過程である事が提唱された。この過程は可積分系のトンネル過程であるインスタントン過程が初期状態からトラスを通して終状態に至る過程であるのと対極をなす。

(3) ジュリア集合がエルゴード集合である事を反映してCTでは自由閾達で多様な経路形成が行われ、且つ J_+ は軌道を指数関数的に実面に引きよせるのでトンネル確率は異常に増大する。多様な経路はCT特有の複雑な干渉パターンを形成する。

(4) 以上のシナリオは多項式型量子写像のモデルで確認されたが全く質を異にするとされた連続時間系でも全く同じシナリオが得られ上の結論は非可積分系に普遍的なシナリオと考えられる。

(5) 理想カオス極限でのStokes現象がexactWKB解析の意味で解明され半古典極限が存在する事が主張できた。この基礎的事実は我々の方法を支える「樹剪定仮説」によるStokes現象処理の基礎を与える。「樹剪定仮説」は非常に長いタイムスケールでも有効である事が現象的には確認されており、Laputa複素古典軌道を基にトンネル確率を計算するシステムチックな方法が非常に長時間でも確立した。

(6) 連続時間モデルでの障壁トンネル効果の問題でインスタントンがCTに転移する過程が解析的、数値的に解明された。CTへの転移はスペクトルに顕著なプラトー構造が現れる事で検証できる事が理論的に明確になった。

(7) トンネルにおける自由度間の時間スケールの問題が連続時間障壁トンネルモデルで詳細に論じられ、浴自由度の周波数とトンネル周波数が同じオーダーの時にCTが顕在化する事が理論的に解明された。

(8) 多自由度の存在によってelocalization機構が働く場合にCT確率が増大する事が示された。CTに対する多自由度効果が始めて確認された。

(9) CTの応用編として水素原子のイオン化問題の研究が開始され常用されてきたKepler写像の方法がトンネル問題では機能しないという問題が明らかになった。

(10) 高能率で収束する発散がないWKB法が開発された。この方法は未だ1自由度系にしか適用されていないが将来的には多自由度系に応用できる事が期待できる。

継続中の課題と今後の展望

(1) 目下継続中の重要な問題は実面にカオ

スとトラスが混在する現実的状況でインスタント過程がCTに転移する過程である。この問題はポアンカレのいわゆる力学の基本問題という古典力学の問題に密接に関連する。非可積分性があらわには見えない近可積分の場合でさえ、複素トラスには非可積分性が自然境界という形で顕在化しておりそれがトンネル効果に直接反映される事がわかりつつある。皮肉なことに「古典力学の基本問題」がトンネル効果という「量子効果の基本問題」になる可能性がある。

(2) 次に目下展開中の問題は、複素カオスのトンネル効果に於ける約割である。世界的にはCTをインスタントと実面カオスを折衷させ理解しようという根強い流れがあるが、複素空間のジュリア集合上を遍歴するカオスがトンネルを支配するならば、折衷案は崩壊せざるを得ない。長いtime scaleでは複素カオスがトンネル効果を支配する証拠がこの研究で見つかり始めており長時間発展の研究の展開が期待される。この問題はresonance assisted tunnellingを我々の立場でどう理解するかという問題にも帰着する。

(3) 上記折衷理論の代表としてDresden工大のグループの仮想的可積分アプローチがある。彼らはインスタントによるトンネル過程と障壁通過後のカオス輸送が完全に分離した2過程モデルを提唱しているが、彼らの現象論的描像は我々のCT像と矛盾する。彼らの理論に欠陥があるのか、あるいは我々の理論と統一的描像がつかれるのか今後の研究発展がのぞまれる。特に仮想的可積分アプローチと我々の理論との関係に関して一見トンネル的に見える回折効果と2過程モデルの関係に関して進展があった。

(4) 未解決の非常に重要な問題は連続時間系と時間不連続な量子写像のCTのつながりである。解析の結果、上述のようにいずれのモデルでもCTは $J_+ = J = J_-$ という共通の機構に従う。しかし連続時間系では、その解析の困難さの為に、実面にカオスが存在するもっとも重要な場合の様相が明らかにされていない。上記Kepler写像と実際の水素原子のトンネルに於ける結果の不一致等、時間連続系とその写像versionに著しいギャップが存在する事実も踏まえ、時間さえも複素化せねばならない連続時間系の解析困難さを越えてこの問題に踏み込まねばならない。

(5) 我々の半古典理論の技術的基盤を担うStokes現象処理に関する「樹剪定仮説」の正統性をexactWKB解析から基礎づける作業が理想カオス極限をのぞき未だに明確ではない。この仮説は我々が遭遇したいかに複雑な場合も機能しており、未だ破綻した明確な例がない。その理由は解明されるねばならな

い。(6) 3自由度以上の更に高次元の系のCTがどうなるかという問題。高次元非局在化の効果やdecoherence、アーノルド拡散がトンネル効果にどのような影響を及ぼすか? それはトンネル確率を増大させるのか否か? 古典準安定状態とトンネルの共存問題など高次元の効果はトンネル問題に新たな課題をもたらす。

世界の評価

本研究は殆ど未開拓ともいえる複素古典理論を方法の中心に据えたが、その先駆性のため、現象論が主流の世界の研究者から敬遠されがちであった。トンネル関係のレビューには必ず重要な貢献と紹介されながらその内容には触れられないという状況が続いてきた。しかし、カオスとトンネルという相対立する概念を統一的に記述しようとして、問題に正面から向き合えば、我々の方法をとらざるをせない事がようやくに認識されつつある。

一方、CT問題と深く関係する「動的トンネル効果」へのその関心が世界的に高まりつつあり、複雑系研究の世界的中心であるドイツドレスデンのMax-Planck複雑系研究所で大規模な国際研究集会が開かれてきた。2009年度の集会では首藤、高橋、池田が招待されて集中講義と講演を行い講演内容は動的トンネル効果の国際共同研究(独、仏、英、米、インド、日等)の一環として出版された成書「Dynamical Tunneling: Theory and Experiment」で二つの章に発表された。この共同研究は本年も滞在型研究として実施され、首藤は組織委員、招待講演者として、高橋、池田は招待講演者として参加する。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計11件)

著者:高橋公也,池田研介

表題:Structural change of the tunneling spectrum with perturbation frequency

雑誌名:J.Phys.A

査読:有

43巻 2010年

頁:192001-192010

著者:石川明幸, 田中篤司, 首藤啓

表題:Dynamical tunneling in many-dimensional chaotic systems

雑誌名:Physical Review Letters

査読:有

104巻 2010年

頁: 224102 (4 pages)

著者:石川明幸, 田中篤司, 首藤啓
表題:Recovery of chaotic tunneling due to destruction of dynamical localization by an external noise
雑誌名:Physical Review E
査読:有
80 巻 2009
頁: 046204 (13 pages)

著者:首藤啓,石井豊,池田研介
表題:Julia set and chaotic tunnelling I
雑誌名:J. Phys. A
査読:有
42 巻 2009 年
頁:265101-1~26

著者:首藤啓,石井豊,池田研介,
表題:Julia set and chaotic tunnelling I
雑誌名:J. Phys. A
査読:有
42 巻 2009 年
頁:265102-1-34

著者:高橋公也,池田研介,
表題:Spectroscopic signature of the transition in a tunneling mechanism from the instanton path to a complexified stable-unstable manifolds.
雑誌名: Phys.Rev.A
査読:有
79 巻 2009 年
頁:052114-1-5

著者:俵口 忠功,瀬戸 亮平,足立 聡
表題:Overlooked Branch Cut in Steepest Descent Method- Switching Line and Atomic Domain -
雑誌名: Prog. Theor. Phys.
査読:有
122 巻 2009 年
頁:1311-1346

著者:俵口 忠功,瀬戸 亮平,足立 聡
表題:Overlooked Degree of Freedom in Steepest Descent Method - Steepest Descent Method Corresponding to Divergence-Free WKB Method -
雑誌名: Prog. Theor. Phys.
査読:有
122 巻 2009 年
頁:1347-1376

著者:首藤啓,石井豊,池田研介
表題:Chaos attracts tunneling trajectories : a universal mechanism of chaotic tunneling,

雑誌名:Euro. Phys. Letter,
査読:有
81 巻 2008 年
頁:50003-50007

著者:首藤啓,池田研介
表題:Stokes geometry for the quantum Henon map,
雑誌名:Nonlinearity
査読:有
21 巻 2008 年
頁:1831-1880

著者:高橋公也,池田研介
表題:A plateau structure in the tunnelling spectrum as a manifestation of a new tunnelling mechanism in multi-dimensional barrier systems
雑誌名: J. Phys. A
査読:有
41 巻 2008 年
頁:095101-095135

[学会発表](計 0 件)

[図書](計 2 件)

首藤啓,池田研介
書名:P.Schlagheck and S.Keshavamurthy 編
`Dynamical Tunneling: Theory and Experiment` 7 章
ページ:139-17
発行年:2011
出版社:CRC Press

高橋公也
書名:P.Schlagheck and S.Keshavamurthy 編
`Dynamical Tunneling: Theory and Experiment` 5 章
ページ:95-117
発行年:2011
出版社:CRC Press

6. 研究組織

(1) 研究代表者
池田 研介(IKEDA KENSUKE)
立命館大学・理工学部・教授
研究者番号: 40151287

(2) 研究分担者
高橋 公也(TAKAHASHI KIN'YA)
九州工業大学・情報工学部・准教授
研究者番号: 70188001

首藤 啓(SHUDO AKIRA)
首都大学東京・大学院理工学研究科・教授
研究者番号: 60206258

石井 豊 (ISHII YUTAKA)
九州大学・大学院数理学研究院・准教授
研究者番号：20304727

(3) 連携研究者
なし

(4) 研究協力者
俵口 忠功 (HYOUGUCHI TADANORI)
立命館大学・総合理工学研究機構・リサーチ
アシスタント