

機関番号：32601

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008 ～ 2010

課題番号：20500019

研究課題名 (和文)：組合せ最適化問題に対する分散計算の手法の開発

研究課題名 (英文)：Distributed Computation for Combinatorial Optimization Problems

研究代表者

宋 少秋 (SUNG SHAO CHIN)

青山学院大学・理工学部・准教授

研究者番号：80303329

研究成果の概要 (和文)：本研究課題では，分散計算手法による組合せ最適化問題の解法の開発を目的としている．対象とした問題として，高画質モノクロ画像を出力するディザ行列の高速並列探索，ヘドニック・ゲームにおける安定集団構造の探索，ジャストインタイム・ジョブ荷重和最大化のための分枝限定法の開発などである．さらに，探索実験で得られたデータに基づき，ディザ行列の新たな尺度の提案，安定集団構造をもつ新たなゲームドメイン，並列機械ジャストインタイムスケジューリングのための近似アルゴリズムの開発などの研究成果が得られた．

研究成果の概要 (英文)：The objective of this project is to develop parallel and distributed computation techniques for combinatorial optimization problems, including high speed parallel search of dither matrix for producing high quality monochromic images, searching algorithm for stable coalition structures in hedonic coalition formation games, and branch and bound algorithm for maximizing weighted number just-in-time jobs on parallel machines. Based on data obtained from searching experiments on high performance computers, results, including proposal of new measurement for dither matrices, a new domain of games with stable coalition structures, approximation algorithm for parallel machines just-in-time scheduling, are obtained.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論，分散計算

## 1. 研究開始当初の背景

生産スケジューリング，VLSI設計，遺伝子ネットワークの構築，安定な社会構造の探索など様々な分野で組合せ最適化問題が扱われている．しかし，その多くは理論的に困難（つまりNP-困難）であり，効率的な解法が存在しないと予想されている．そのた

め，このような組合せ最適化問題を解くには膨大な計算時間を要する．

そこで，困難な組合せ最適化問題を解く際，可能な限り無駄な計算を排除するなど計算時間を短縮させる様々な工夫が提案されており，その代表的な手法として分枝限定法，制約充足などがある．これらの手法は逐次計

算を前提としている。つまり、これらの手法は一つのプロセッサ上で実行される計算である。一方、計算の観点から逐次計算のアプローチ以外に分散計算のアプローチがある。つまり、マルチコアCPUを搭載した計算機、さらに、複数台このような計算機で構築されたシステム上で実行される計算である。近年、マルチコアCPUを搭載した計算機が普及しつつある。そこで、本研究では、このような計算機環境において困難な組合せ最適化問題の解法を開発することを試みる。

## 2. 研究の目的

本研究課題では、組合せ最適化問題に対する分散計算手法の開発を目的としている。その上、無駄な計算を排除するなど計算時間を短縮する工夫を考案する。特に、汎用性を重視して組合せ最適化問題全般に適用できる分散計算の手法の発見を試みる。さらに、探索実験により、扱う組合せ最適化問題の本質の導出や近似アルゴリズムの開発などを試みる。

## 3. 研究の方法

本研究では、理論的に困難であると示されている組合せ最適化問題を対象に最適解を複数台の計算機で高速に探索するアルゴリズムを開発し、その実験結果に基づいて、問題の本質の導出や近似解法の開発などを試みる。なお、対象とした問題として、高画質モノクロ画像を出力するディザ行列の高速並列探索、ヘドニック・ゲームにおける安定集団構造の探索、ジャストインタイム・ジョブ荷重和のための分枝限定法の開発などである。また、マルチコアCPU搭載の計算機を複数台用いて中規模の計算機実験を行う際、特に計算時間の短縮やメモリの節約など計算資源の効率的な利用法・工夫について検討する。

## 4. 研究成果

本研究で得られた成果は以下の通りである。

### (1) 画像処理関連の研究成果：

デジタル・ハーフトーニングによる出力画像の質を向上させるため、ディザ行列の新たな尺度として一様度を導入した。 $N \times N$  ディザ行列とは、0 から  $N^2 - 1$  までの整数がそれぞれちょうど一つ含む  $N \times N$  行列である。

画像のモノクロ変換を行う際、画像内の

各ピクセルをディザ行列の成分に対応させ、ピクセルの輝度とディザ行列の成分に基づいて、白あるいは黒のピクセルに変換する。

$$\begin{pmatrix} 0 & 8 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & 14 & 6 \\ 3 & 11 & 1 & 9 \\ 15 & 7 & 13 & 5 \end{pmatrix}$$

4×4 ディザ行列の例



入力画像

出力画像

その出力画像の画質を向上させるため食違い度が提案された。本研究ではまず食違い度を最小のディザ行列を探索し、結果として得られたディザ行列を用いて画像のモノクロ変換を行い、その分析を行ったが、食違い度を最小としてディザ行列がすべて質の良い画像を出力することは限らないことがわかった。

そこで、本研究では、さらなる画質の向上を実現するための尺度として一様度を提案した。そのうえ、探索実験を行い、食違い度を最小とするディザ行列のうち、一様度を最小のものを探索した。なお、ここで行った探索実験では、制約充足的手法を用いて、探索空間を効果的に縮約することで計算時間の短縮を行った。また、データ構造として、双方向リストを用いて、探索中のデータ管理を行った。さらに、制約充足的手法の特徴として、行列の各成分に対する選択枝を絞り込むため、それらの選択枝毎に個別の探索プロセスを実行することによって並列・分散計算の実現した。

その結果、より高画質の出力画像が得られることを検証した。また、理論的解析として、探索で得られた一様度が高いディザ行列間の関係に着目し、一様度が高いディザ行列の効率的な構成法を提案した。

### (2) ゲーム理論関連の研究成果：

ヘドニック・ゲームにおける存在判定問題について新たな充分条件を導出した。この研究成果については、安定集団構造の並列探索実験を行った。探索実験における前処理として、順列および分割を生成するグレイコードを

用いて、自明な事例や同型な事例などを探索対象から排除した。さらに、メタプログラミングの手法を用いて、多数回繰り返される複雑な計算を実現するコードをあらかじめ変数にリテラルを設定する代入文など自明なコードに変換し、計算時間を大きく短縮させた。また、もう一つのメタプログラミングの手法として、探索対象に応じて、プログラムの自動生成を行い、並列・分散計算を実現した。

実験で得られたデータの分析により、安定集団構造をもつヘドニック・ゲームの分布から導出したモデルに対して、理論的な解析を行って導出したものである。具体的には、成果重視社会およびリスク重視社会をモデル化したヘドニック・ゲームの理論的解析を行い、安定集団構造が存在するための必要充分条件を導出した。なお、その存在証明は構成的手法によるものである。

その他、従来のハウスメイト問題を拡張し、一般化ハウスメイト問題をモデル化し、そのモデルにおける公平性の概念を提案し、公平解の探索実験に基づき解法の開発を行った。具体的には、対象とした公平の概念は比例性であり、まずは従来のハウスメイト問題に対して提案された比例性を一般化ハウスメイト問題に対応するよう一般化を行った。また、比例解が満たすべき条件を導出し、それに基づいて解法を開発した。さらに、グレイコードによるハウスメイト問題の事例生成を行い、提案解法の正当性および精度を実験による評価を行った。なお、理論的解析はまだ成功していないが、提案解法に対する実験的評価では 100% の精度が示されている。

### (3) スケジューリング関連の研究成果：

並列機械モデルにおけるジャストインタイム・ジョブ荷重和最大化問題に対する近似解法を開発した。

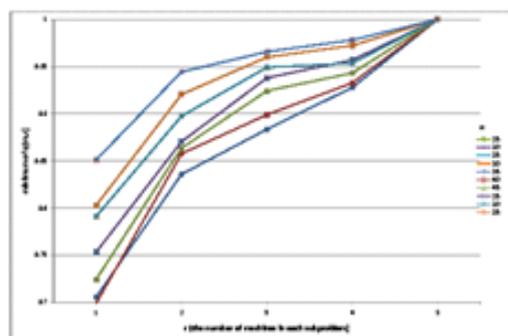
本研究では、まず単一機械モデルのための解法の繰り返し適用する解法を開発した。この提案解法は最適解を出力するとは限らないが、最適解の 1/2 以上の精度をもつという実験的評価が得られた。この実験では、提案解法で得られた解の精度を評価するため、最適解を求める必要がある。そこで、本研究では、並列機械モデルにおけるジャストインタイム・ジョブ荷重和最大化問題に対する分枝限定法を開発し、それを用いて最適解を求めて、それを提案解法の解と比較して精度を評価した。なお、この分枝限定法の実装では、計算時間を短縮させるため、ビット演算や双方向リストなどを利用したうえ、提案

手法の解を初期解として利用した。なお、この提案解法に関する実験データの裏付けとなる理論的な研究成果の導出に成功している。その研究成果とは、提案手法は 1/2 の近似率をもつ近似解法となることであり、平成 23 年度中に学会などで発表する予定である。

本研究では、実装環境に応じてメモリや計算機の台数などの計算資源の使用量を調整できるようパラメータをもつ近似解法も開発した。そのパラメータとは、解法内で解く部分問題の機械数  $r$  であり、メモリ容量の大きい環境においては  $r$  を大きく設定して解の精度を上げ、そうでなければ  $r$  を小さく設定して計算資源を節約しながら、ある程度良い解が得られる。この解法について実験的評価を行い以下の表とグラフで示すように高い精度の解が得られている。

平均精度				
機械数	3	4	5	6
r=1	0.959	0.935	0.931	0.926
r=2	0.994	0.989	0.986	0.983
r=3	1.000	0.998	0.997	0.995
r=4		1.000	0.999	0.998
r=5			1.000	0.999

ジョブ数 30 の場合の実験データ



パラメータ  $r(1\sim 5)$  に対する解の精度 (0.7~1.0)

上の表では、ジョブ数 30 の場合では、平均精度は 0.9 以上であり、最適解に近い質をもつ解が得られていることが分かる。なお、最適解について分枝限定法を用いて求めている。また、本研究では、この提案解法についても理論的解析を行い、得られる解の精度が  $r/m$  以上であることを示した。ただし、 $m$  は並列機械モデルの機械数であり、 $r$  は実装環境依存するパラメータである。理論的な解析においても、パラメータ  $r$  を大きくすることで、より高い質の解が得られることを示している。なお、この研究成果について、平成 23 年 7 月に開催される国際会議 ISS2011 において発表する予定である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表] (計6件)

- ① K. Suzuki, S.C. Sung, Hedonic Coalition Formation in Conservative Societies, The 6th Pan Pacific Conference on Game Theory, Tokyo(Japan), 2011年2月28日
- ② Y. Kawamata, Y. Kase, T. Shigezumi, S.C. Sung, Fair Solution for Generalized Housemate Problems, The 13th Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making in Service Science, Otaru(Japan), 2010年11月5日
- ③ T. Shigezumi, K. Higo, S.C. Sung, A New Requirement for the Dither Method, the 13th Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making in Service Science, Otaru(Japan), 2010年11月5日
- ④ Y. Kase, K. Suzuki, S.C. Sung, Core membership testing for additive hedonic games, The 12th Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making under Uncertainty, Litomysl (Czech Republic), 2009年9月12日
- ⑤ K. Suzuki, S.C. Sung, Essential coalitions for stabilities on hedonic coalition formation games, EURO Conference in Bonn 2009, Bonn(Germany), 2009年7月6日
- ⑥ K. Suzuki, S.C. Sung, Coalition Formation with Unconcerned Players, The 11<sup>th</sup> Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making under Uncertainty, Sendai (Japan), 2008年9月16日

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

宋少秋 (SUNG SHAO CHIN)

青山学院大学・理工学部・准教授

研究者番号：80303329