

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20500020

研究課題名(和文) ネットワーク上での情報フロー制御問題に対する高性能近似アルゴリズムの研究

研究課題名(英文) High-performance approximation algorithms for information-flow control problems on networks

研究代表者

浅野 孝夫 (ASANO TAKAO)

中央大学 理工学部 教授

研究者番号：90124544

研究成果の概要(和文)：インターネットに代表されるネットワーク上での情報フロー制御に関連して生じる問題は、経路決定や情報転送のスケジュール作成などの問題を含んでいて、高速に解くのはきわめて困難である。そこで、実際の運用においては、近似解、特に、解の品質が保証された近似解を用いることが多い。本研究では、情報フロー制御に関連する問題に対して、品質が保証できるような近似解を求める高性能な近似アルゴリズムの研究調査をし、数理計画法に基づいてアルゴリズムを提案し、得られた成果を学術書等で発表した。

研究成果の概要(英文)：Problems arising from information-flow control on networks like the Internet include finding routing paths and scheduling packets at nodes. Thus, they are hard to solve efficiently, and in most practical applications, approximate solutions with performance guarantee are often used. In this project, surveying researches on high performance approximation algorithms for problems arising on networks, we proposed algorithms based on mathematical programming formulation, and included obtained results in books which were published in representative publishers in Japan.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：離散アルゴリズム

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論、近似アルゴリズム、ネットワーク、NP-困難、数理計画法、ラウンディング、性能保証、フロー

1. 研究開始当初の背景

インターネットに代表される情報ネットワークにおいては、複数の端末からほぼ同時に生じる要求が、特定の通信回線やウェブサイトに集中して、要求が満たされるまでに大幅な遅延が生じてしまうことも、しばしば経験されてきている。宛先のそれぞれ異なる多数の packets がネットワークに複数の端末

から投入されるときも、同様のことが起こりうる。パケットの通るルートを決めるパケットルーティングだけでは、遅延対策には不十分なのである。途中のノードで複数のパケットが同時に到着して一度に中継できないことも起こりうるので、パケットを送り出すためのパケットスケジューリングも必要になるからである。実際、かなりうまく制御され

たパケットルーティングとパケットスケジューリングを行うと、システムは安定的に動作するが、十分でない工夫ではシステムが不安定に陥るような例も理論的に研究されている。しかしながら、情報ネットワークにおいて生じるこの種の様々な問題は、NP-困難であることが多い。したがって、小規模サイズの問題でも厳密解を求めるのは長い計算時間を要し、ごく普通に起こるサイズの問題は、実用時間の範囲では解けないと言われている。一方、情報ネットワークでの通信と情報の獲得は実時間の高速性が要求されるので、パケットルーティングとスケジューリング等に長い計算時間を費やすことはできない。そこで近似解を求めて利用することになるが、その際重要になるのが、解の品質である。品質の悪い解はいくら高速に求められても使いものにならないことが多いからである。厳密解に匹敵する高品質な解を求める研究が高性能近似アルゴリズムの研究であるが、従来、試行錯誤的に展開されてきた近似アルゴリズムの設計法に対して、最近では、数理計画法に基づく系統的設計法の有用性が注目を浴びてきていて、現在は主流になりつつある。

一般に、NP-困難な問題の多くは整数計画問題として定式化でき、その整数条件を外して線形計画問題や半正定値計画問題に緩和して解き、その最適解の値を元の整数計画問題の最適解の値の下界あるいは上界として用いて、解の品質を保証するというものが、数理計画法に基づく高性能近似アルゴリズム設計法である。緩和問題にすることにより、厳密解を求めるアルゴリズムで使用された数理計画の理論的手法が、近似アルゴリズムでも適用可能になり、高性能近似アルゴリズムも多数提案されるようになってきている。一方、緩和問題から得られる解は、小数部分を含む解となるのが普通であり、そこで、品質の高い近似解を得るには、解の品質を十分に保ちながら整数解に戻すラウンディングの操作が必要である。このラウンディングに関しては、ランダム化法に基づくものが多かったが、最大フロー問題に帰着して整数解にするという例も最近見られるようになってきた。そして、これらの手法により、従来の近似性能が最近大幅に改善されてきている。

2. 研究の目的

本研究では、上記の研究背景に基づいて、ネットワークでの情報フロー制御に関連する問題に対して高性能近似アルゴリズムの研究を行う。より具体的には、複数の端末から同一の情報を持つ複数のミラーサイトへのアクセスをモデル化した合流フロー問題での負荷均等分散化問題、ミラーサイトの設置箇所の効果的な決定をモデル化した施

設配置問題、オンデマンドの複数のコンテンツ配信をモデル化した遅延最小のブロードキャストスケジューリング、回線容量を考慮したパケットルーティング、などのネットワーク利用でごく自然に生じるNP-困難問題に対して、数理計画法に基づいて定式化して、得られた小数解の高品質性を保ちながら、整数解にラウンディングして近似解を求める。特に、得られた小数解の高品質性を保ちながらラウンディングを行う手法に焦点を当てた研究調査に基づいて研究を行う。すなわち、ラウンディングの手法として、ランダム化法、フロー法、その他の方法の有用性とその限界を詳細に検討する。そして得られたアルゴリズムに対しては理論的性能解析を行うとともに、大規模な実物データを用いて計算機実験を行いその実用性も実証する。さらに、それらの成果を、サイトを単位とする枠組みの高品質なウェブ情報検索手法に取り入れる。最終的には、得られた研究成果を国内外の学術論文・学術図書として発表し、高度情報化ネットワーク社会の基盤技術となるアルゴリズムの発展と普及に貢献する。

3. 研究の方法

ネットワーク上での情報フロー制御に関連して生じる様々なNP-困難問題に対して、数理計画法に基づく高性能近似アルゴリズムを研究調査してアルゴリズムを提案することが本研究の目的である。これを踏まえて、以下の研究を実行した。

(1) 数理計画法で定式化されて得られる解は小数解であるので、整数解にラウンディングして近似解とするが、このラウンディングの手法に注目して、高性能近似アルゴリズムを研究調査し、分類・整理・検討した。さらにその限界が何によるのかを詳細に検討した。

(2) 情報ネットワークシステムで現在用いられている基礎技術・応用技術をアルゴリズムの観点から研究調査し、分類・整理・検討した。

(3) ウェブ上の情報検索に対する現在の基礎技術および将来要望される応用技術を分類・整理・検討し、情報フロー制御の観点から高性能近似アルゴリズムの適用可能性と限界を詳細に検討した。

(4) 高性能近似アルゴリズムとウェブ情報検索の分野で最先端の研究をしている内外の研究者と情報およびアイデアを交換した。とくに、コーネル大学のJ. Kleinberg, E. Tardos, D.P. Williamson, ボン大学のB. Korte, J. Vygen と情報およびアイデアを交換し討論した。

(5) 以上の研究調査・検討に基づき、情報ネットワークやウェブ情報検索の分野で理論的にも実用的にも要求度の高い問題に対し

て、高性能近似アルゴリズムと有効な新技法を提案し、実際的なデータによる計算機実験を通してその有効性を検証した。そして、得られた成果を学術図書等で発表した。

4. 研究成果

上記の研究方法に基づいて研究を遂行して得られた研究成果について述べる。とくに、情報フロー制御と関連する研究を通して、日本の情報科学における研究水準を世界のトップレベルにすることを目指して研究調査し、今後の研究指針を与えた。すなわち、情報科学の世界的権威の国際会議である ACM の STOC (Symposium on Theory Of Computing)、IEEE の FOCS (Foundations Of Computer Science)、SIAM の SODA (Symposium On Discrete Algorithms) などで、日本からの研究論文を数多く発表できるまでの研究水準に到達することを目指して研究調査し、その成果を研究指針とともにまとめている。なお、上記の国際会議では、きわめて高品質な論文しか採択されないため、これまでは日本からの論文が採択されることはごく限られていた。その状況が、2002年にシュプリンガー東京より出版された研究代表者の「近似アルゴリズム」(2001年に Springer から出版された V.V. Vazirani による Approximation Algorithms の日本語版)以来、変化が生じている。原書に対する研究代表者の深い洞察に基づいた多くのコメントを含むこの日本語版は、日本における近似アルゴリズムの若手の育成に大きく貢献したのである。今回の研究調査の成果からもそれが期待できるが、得られた成果は膨大であるので、より系統的で理解しやすくするために、主として図書としてまとめている。そこで、まず、5. の主な発表論文等の[図書]に挙げているものから4件を選んで、それらの概要を与える。さらに、論文等としては発表していないが、予備的な実験を通して得られている成果の概要を述べる。

(1) ①のサイエンス社から出版された「離散数学」では、ネットワークの土台となるグラフ理論と、高性能近似アルゴリズム設計法の中核をなす離散確率とその応用を、取り上げている。情報フロー制御に関連する NP-困難な問題を整数計画問題として定式化して、数理論法に基づいて解の品質を保証する高性能近似アルゴリズムの設計法では、整数条件を外して、線形計画問題に緩和して解いて、その最適解の値を元の整数計画問題の最適解の値の下界あるいは上界として用いる。したがって、ラウンディングが重要な役割を果たしている。とくに、最適解の各変数は0から1の値をとることが多いので、それをその変数が1をとる確率と見なしてラウンディングするのが、基本になっている。そして、

チェルノフ限界を適用して、解の品質を抑える手法が用いられる。しかしながら、高度な準備が要求されるため、アルゴリズムの専門家でも、これを自由にこなせる研究者は少ない。「離散数学」では、独自の研究調査と深い洞察に基づいて、これを系統的にまとめている。これは、世界的な文献でもきわめて手に入りにくい内容を含んでいるので、アルゴリズムの研究者には、きわめて貴重になると思われる。さらに、情報フロー制御と関係するグラフ構造、および効果的な配分計画に必要なブロックデザインも関連づけて、まとめている。したがって、ネットワークとアルゴリズムの専門家のみならず、この分野の実務に当たる企業や大学の教員および学生に重宝する内容が、理解しやすい形で学べるものにもなっている。

具体的な構成は、第0章 離散数学の予備的な基本概念、第1章 一筆書きとオイラーグラフ、第2章 二部グラフとマッチング、第3章 木とデータ構造、第4章 有向無閉路グラフとトポロジカルソート、第5章 グラフの行列、第6章 グラフの連結性、第7章 半順序と同値関係、第8章 束、第9章 論理と命題、第10章 正多面体と平面グラフ、第11章 グラフの彩色、第12章 ラテン方阵とブロックデザイン、第13章 パーフェクトグラフ、第14章 離散確率、第15章 確率的方法、および演習問題解答からなっている。

(2) ③のコロナ社から出版された「情報数学：組合せと整数およびアルゴリズム解析の数学」では、世界的権威の国際会議の論文等で、第一線の研究者がごく自然に利用しているものの、これまで出版されている情報数学関係の図書等では、あまりきちんと記述されてこなかった情報数学を、独自の研究調査と深い洞察に基づいて、より系統的で理解しやすい形でまとめている。とくに、アルゴリズムの設計と解析の本質である、母関数、漸近評価とスターリングの近似式、オイラーの和公式、素数定理などを、基礎から発展まで系統的にまとめている。この本の内容に習熟することにより、世界的権威の国際会議の論文等における、アルゴリズムの設計と解析が容易に理解できるようになるとともに、個人やグループでの研究においても、従来では思い浮かばなかった新思考が、可能になるものとなっている。

具体的な構成は、第1章 和の公式と数学的帰納法、第2章 鳩の巣原理と背理法、第3章 不等式、第4章 包除原理、第5章 順列と組合せ、第6章 分割：集合と整数の分割、第7章 最大公約数と中国の剰余定理、第8章 母関数、第9章 漸化式、第10章 漸近評価とスターリングの近似式、第11章 発展：ベルヌーイ数と整数の m 乗和、第12章 発展：オイラーの和公式、第13章 発展：素数

定理へのアプローチ、および問題解答からなっている。

(3) ④のシュプリンガー・ジャパンから出版された「組合せ最適化第2版：理論とアルゴリズム」は、2007年にSpringerから出版されたボン大学のB. Korte and J. VygenによるCombinatorial Optimizationの日本語訳である。インターネットに代表される情報ネットワークの情報通信や鉄道・道路網に代表される物流などで生じる自然な問題は、整数計画問題として定式化できることが多い。その意味でこれらの問題は本来数理計画の問題であるが、現存の数理計画のソルバー(ソフトウェア、アルゴリズム)では計算時間の観点から大規模な問題を解くのは極めて困難であると言われている。この打開策として、ネットワークの構造を利用するグラフ理論やネットワークの接続行列のもつ性質(完全ユニモジュラー性など)に基づいて、組合せ的なアルゴリズムが展開され、大きな成功をおさめてきている。

また、情報科学のアルゴリズム理論においても、数理計画問題としてモデル化して、数理計画法の双対定理や最適相補条件の双対理論に基づいた組合せ的アルゴリズムが理論と応用の両面から脚光を浴びている。実際、情報科学の分野の国際規模の代表的な学会であるACM、IEEE、SIAMおよびMPSが主催する世界的権威の国際会議などでも、組合せ的アルゴリズムは最も発表件数が多く主たる研究テーマと認識されている。

原書は、現在このようにアルゴリズム研究の最先端を行く組合せ最適化の分野の最新の成果を、系統的にかつ直観的にわかりやすくまとめて解説し、現場の仕事の応用やこの分野のさらなる発展への道標になることを目的としている。一方、日本のこの分野における研究は世界的にも第一線のものであるが、日本の研究者・学生にこのことが広く認識されているとはいえない。そのような点から、これからの日本の情報技術を担う現場の人々や大学・研究所の情報科学・数学系の学生・研究者が、日本が大きく貢献している組合せ最適化の分野に関心をもち、その学習・研究により一層の手助けになってくれることを願って原書の日本語訳をしたものである。なお、日本語版の利便性を考えて、原書の記法一覧のほか、原書で取り上げられた問題とアルゴリズムに番号を付けて検索しやすいようにした一覧も含めている。さらに、原書の特徴である簡潔性と明快性を保ちながら、日本語による内容の理解がより確実にできるように、コメントを訳注として加えている。したがって、この日本語版も、原書に対する研究代表者の深い洞察を含む内容で、日本のアルゴリズム研究および教育に大きな影響を与えつつある。

具体的な構成は、第1章はじめに、第2章 グラフ、第3章 線形計画法、第4章 線形計画アルゴリズム、第5章 整数計画法、第6章 全点木と有向木、第7章 最短パス、第8章 ネットワークフロー、第9章 最小費用フロー、第10章 最大マッチング、第11章 重み付きマッチング、第12章 b-マッチングとt-ジョイン、第13章 マトロイド、第14章 マトロイドの一般化、第15章 NP-完全性、第16章 近似アルゴリズム、第17章 ナップサック問題、第18章 ビンパッキング問題、第19章 多品種フローと辺素パス、第20章 ネットワーク設計問題、第21章 巡回セールスマン問題、第22章 施設配置問題、からなっている。

(4) ⑤の共立出版から出版された「アルゴリズムデザイン」は、2005年にAddison-Wesleyから出版されたコーネル大学のJ. Kleinberg and E. TardosによるAlgorithm Designの日本語訳である。アルゴリズム的な考え方は、情報科学分野はもちろん、実社会の様々な分野に広く浸透してきている。実際、伝統的な旧来の分野にとどまらず、インターネットのルーティングプロトコル、ゲノムインフォマティクス、組合せ的オークション、ウェブの広告バナーの提示、等の新規分野の至るところでアルゴリズムが利用されている。しかし一方で、現実にかかる問題が、きれいに定式化された数学的な形式の問題として現れることは極めてまれである。むしろ、煩雑な細部が大量に付随しているのが普通であり、その中には本質的なものも余分なものもあったりする。したがって、アルゴリズムデザインの実践的な作業は、問題の中の、数学的な核となる部分を見出す仕事と、問題の構造に基づいた適切なアルゴリズムデザイン技法を見極める仕事という、二つの基本的な構成要素からなっている。これら二つの構成要素は相互に関連し合っている。すなわち、様々なアルゴリズムデザイン技法に習熟すればするほど、問題に潜んでいる煩雑な情報からきれいな定式化を導き出すことができるようになる。さらに、アルゴリズム的な考え方により、通常では見えなかったものまでが見えてくるようになる。潜んでいる問題を明快に表現する言語を習得でき、そしてそれを用いて、さらなる展開への扉が開けるという点に、アルゴリズム的な考え方の最大の効用がある。

このような世界観に基づいて、様々な分野で生じる複雑な形式の問題から明快な定式化を発見する方法と、その定式化に基づいて実際の問題に対する効率的なアルゴリズムをデザインする方法をわかりやすく提供することが原書の目標であるとしている。従来のアルゴリズムの書籍では、この観点を取り上げられることはほとんどなかった。すなわ

ち、効率的なアルゴリズムだけをトップダウン方式で提示するものが多かったのである。しかし、アルゴリズムの有用性と可能性を真に理解し、様々な現実の問題に応用できるような実力を養成するためには、そこで生じる複雑な形式の問題から明快な定式化を発見する方法が極めて重要なのである。アルゴリズムデザインの世界におけるこの目標設定と、それを達成するための工夫が、原書の画期的な特徴となっている。より具体的には、以下のとおりである。原書では、情報科学や関係する分野の応用から生じた重要な問題を題材として取り上げている。それらの問題に対して、まず問題の背景を入念に説明し、定式化を導き出すためのアイデアを読者が自然と獲得できるように記述している。そして、その定式化に基づいて、その問題に対するアルゴリズムのデザイン法を解説し、その後そのアルゴリズムの解析にも力点を置いて記述している。さらに、本文で学んだ方法論をより確実にして展開できるようにするための演習問題にも特徴がある。演習問題は、コーネル大学の授業の一環として、実際にレポート課題や試験問題として取り上げられたものであるので、原書の全体構想に極めて適合する問題となっている。すなわち、最初に問題の本質を抽出して必要な記法を用いて数学的に定式化し、次にアルゴリズムをデザインし、そして最後に、そのアルゴリズムの解析を行って正当性を証明する訓練ができるようになってきている。また、解答付き演習問題を各章で取り上げ、演習問題に対する解答の書き方についても学べるものになっている。さらにこの日本語版には、原書に対する研究代表者の深い洞察に基づいた多くのコメントが鏤められていて、日本のアルゴリズム研究および教育に大きな影響を与えつつある。

具体的な構成は、第1章はじめに：いくつかの代表的問題、第2章アルゴリズム解析の基礎事項、第3章グラフ、第4章グリーディアルゴリズム、第5章分割統治法、第6章動的計画法、第7章ネットワークフロー、第8章NPと計算困難性、第9章PSPACE：クラスNPを超える問題のクラス、第10章計算容易性の拡大、第11章近似アルゴリズム、第12章局所探索、第13章乱択アルゴリズム、第14章永遠に動作するアルゴリズム、からなっている。

(5) 情報フロー制御と関連するパケットルーティング、パケットスケジューリング、アドホックネットワーク、センサーネットワーク、施設配置、インターネットフローの混雑最小化、遅延最小ブロードキャストスケジューリングなどに対する研究も行い、アルゴリズムを提案してきている。そして、提案したアルゴリズムを実装し、実際的なデータでの

計算機実験を通して、その性能評価を行った。ここでは、その中の一つである、非一様並列機械型スケジューリング問題に対する近似アルゴリズムの実験的評価の概要を与える。

非一様並列機械型スケジューリングとは、 n 個の仕事が存在し、異なる処理能力を持つ任意の m 台の機械にその仕事を割り振る問題である。本問題の目的は、すべての仕事を機械に処理させ、最後に処理を終えた時刻、すなわち、最大完了時刻 C を最小化することである。各仕事の処理時間は仕事に割り当てられる再生可能な資源（作業員）の数によって決まる。さらに、作業員のような再生可能な資源 s 人($s=0, 1, \dots, k$)を仕事に割り当てることにより、仕事と機械の組み合わせの処理時間 p_{ij} を p_{ij0} を p_{ijs} に短縮することができる。言い換えれば、最大で k 人の作業員を仕事に割り当てることにより、仕事を処理する時間を短縮することができる。また、いかなる時も利用可能人数の k 人を上回ることはないとしている。すべての仕事 j とすべての機械 i に対する処理時間は単調で $p_{ij0} \geq p_{ij1} \geq \dots \geq p_{ijk}$ となる。処理を開始してから完了するまでは、仕事に割り当てられている作業員の人数は変わらない。したがって、仕事 j の開始時刻と完了時刻をそれぞれ S_j と C_j としたとき、仕事 j に割り当てられている作業員が s だと、 S_j と C_j との間にある他の仕事は、それぞれ $k-s$ 人しか利用可能ではない。

この問題は、整数計画問題として定式化できる。なお、 s 人の作業員が仕事 j に割り当てられ、さらにその仕事 j が機械 i に割り振られるとき、 x_{ijs} は1となり、割り振られないときには0である。本研究では、2005年に、Grigoriiev, Sviridenko and Uetz (Unrelated Parallel Machine Scheduling with Resource Dependent Processing Times, Integer Programming and Combinatorial Optimization, 2005, pp. 182-195)で提案された、線形計画法に基づくラウンディングとグリーディ法を組み合わせ得られる初の定数倍近似アルゴリズムについて、計算機実験を通してその性能を評価した。さらに、提案手法を与え、近似率の観点からその性能を比較評価した。

Grigoriiev, Sviridenko and Uetzによって提案されたLP-GREEDY法は、線形緩和した整数計画問題を解き、その解を利用して2フェーズのラウンディングを行い、最後にグリーディリストスケジューリングアルゴリズムを用いて全ての仕事をスケジューリングする。一方、スケジューリングする際、作業員の人数制約と仕事がどの機械で処理されるかが重要視されてくる。ランダムに仕事をスケジューリングしていくことにより、スケジューリングの終盤で作業員の人数制約が満

たされなくなつて、処理中でない機械が出てしまう場合がある。これは、作業員が割り当てられている仕事が、スケジューリングの終盤まで残されてしまい、作業員の人数制約が満たされなくなつてしまうからである。そこで、提案手法では、仕事に割り当てられている作業員の人数が多い順からスケジューリングしていく。このことにより、機械の空白の時間を出来るだけなくし、最大完了時刻 C を改善する。

LP-GREEDY 法と提案手法を、近似性能の観点から計算機実験を通して比較した。実験の入力には、仕事数、機械数、作業員の人数、処理時間をそれぞれ与えている。また、それぞれの入力に対し、実験を行い、比較を行った。なお、最適解としては整数計画問題を線形計画ソフト NUOPT で解くことにより得られる整数解を用いた。結論として、提案手法では、Grigoriev, Sviridenko and Uetz の LP-GREEDY 法に対する最大完了時刻を、より短縮することができた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[図書] (計 5 件)

- ① 浅野孝夫、サイエンス社、離散数学：グラフ・束・デザイン・離散確率、2010、267
- ② 浅野孝夫、丸善、現代数理科学事典：

3.4.1 近似アルゴリズム；5. 計算幾何学、2009、422-425；1206--1215

- ③ 浅野孝夫、コロナ社、情報数学：組合せと整数およびアルゴリズム解析の数学、2009、235
- ④ 浅野孝夫、浅野泰仁、小野孝男、平田富夫、シュプリンガー・ジャパン、組合せ最適化第 2 版：理論とアルゴリズム (B. Korte and J. Vygen, Springer, Combinatorial Optimization (4th ed.), 2007, 697 の日本語訳)、2009、717
- ⑤ 浅野孝夫、浅野泰仁、小野孝男、平田富夫、共立出版、アルゴリズムデザイン (J. Kleinberg and E. Tardos, Addison-Wesley, Algorithm Design, 2005、838 の日本語訳)、2008、802

[その他]

ホームページ等

www.ise.chuo-u.ac.jp/ise-labs/asano-lab/asano

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浅野 孝夫 (ASANO TAKAO)
中央大学・理工学部・教授
研究者番号：90124544