

機関番号：24506

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20510139

研究課題名(和文) 有限グラフ上の探索問題に対する最適意思決定の解析的考察

研究課題名(英文) Mathematical Analysis of Optimal Decision-Making for Search Problems on Finite Graphs

研究代表者

菊田 健作 (KIKUTA KENSAKU)

兵庫県立大学・経営学部・教授

研究者番号：30126487

研究成果の概要(和文)：有限グラフ上の種々の探索問題とその関連問題について最適探索や最適管理のための数理的・基礎的考察およびネットワークの安全管理の数理的研究を行った。待ち伏せゲームにおいて侵入者が幅を持っているようなモデルの解析は、先行研究における侵入者が幅を持たないようなモデルの解析に帰着することを示した。調査費用や移動費用を伴う探索問題において探索者の最適戦略が満たすべき必要条件を得た。

研究成果の概要(英文)：We considered the basics of the mathematics for elucidation of optimal search and optimal management about the various kinds of search problems and the allied issues on a finite graph and we studied the mathematics of the security management of the network. We showed that the analysis of the model whom an infiltrator owned the width in an ambush game returns to the analysis of the model in the precedent study in which an infiltrator did not have width. We got the necessary condition that an optimal strategy should have satisfied of the explorer of a search problem with investigation expense and the movement expense.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,200,000	360,000	1,560,000
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：ゲーム理論、経営科学

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学、社会システム工学・安全システム

キーワード：探索理論、最適戦略、ゼロ和ゲーム

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 研究1：切り換え費用を要するグラフ上の探索の問題：研究開始以前の研究も合わせて、これまでに以下のような成果が得られていた。

- (i) リニヤ・グラフの場合にベイズ解(探索目標の存在確率を与えて探索者の期待費用の最小化)について見通しが得られていた。  
 (ii) グラフが根付き木である場合に、ミニマックス解(ゲームモデルの最適戦略)を求めた成果が公表されていた。(iii) これまでに

構造が簡単な根付き木の場合に最適値の性質等を調べていた。(iv) 根付き木はサイクルを含まないので、主体の戦略等について、リニヤ・グラフの場合から予想できる点がある。グラフが一つの閉路のみからなりノードの調査費用に制約がある場合、ミニマックス解を得ていた。

- (2) 研究2：Accumulation Game：査察・検証のモデルであり、研究成果を数編の論文として公表してきた。探索者の行動がグ

ラフ上に制約された状況でのミニマックス解に関する成果を得ていた。

(3) 研究3：ランデブー探索：Alpern氏の平成7年の論文以来、氏やBaston氏(海外共同研究者)、およびGal氏を中心にして多数の論文が発表されている。本研究課題に関しては、星型グラフ上のランデブー探索について成果を得ていた。

(4) 研究4：コーラム配置問題とその周辺：ネットワークで表現される分散システムの最適な安全管理について平成10年以来研究を続けてきた。いくつかの簡単なネットワークにおいてゲーム理論的な解が得られたので平成15年秋の学会で発表した。

## 2. 研究の目的

(1) 研究1：グラフが閉路を一つ含む場合にスペシャルケースにおいて成果が得られたが、これまでの研究により、一般のグラフの場合に解析的に解くのは困難であることがわかっている。今回は、移動費用および調査費用が大小2つの値しか取り得ない場合に、探索者の最適戦略を得ることを目指したい。

(2) 研究2：Quiet Case (情報が不完全な場合)で、探索者の行動領域がリニヤ・グラフ上に制限されているようにモデル化できるときの探索者の最適戦略を解析的に求めることについては部分的な成果が得られた。Noisy Case (情報量が大きい場合)やグラフが星型グラフ等の簡単な構造の場合に最適戦略を得ること等を検討したい。

(3) 研究3：星型グラフの場合に、探索に要する時間だけでなく探索主体の移動費用をも考慮したモデルを構築し、数理的解析を行った。他のグラフの場合に最適戦略を得ることを目指す等、研究を継続させたい。

(4) 研究4：最終的には任意のネットワークに適用可能なゲーム理論的な解の発見を目標とする。一方、協力ゲームとしてのモデル化が可能であるかどうか検討する。

## 3. 研究の方法

(1) 研究1について、グラフがツリーの場合には、ミニマックス解(ゲームモデルの最適戦略)が得られており、閉路をただか一つだけ含むようなグラフの場合に、ミニマックス解の解析的研究を行っているが、厳密に解を見つけるのは困難であることがわかっている。そこで、今回は、調査費用や移動費用が、高々2つの値しかとり得ない場合について、最適解を見つけること

を目指した。ミニマックス解とバイズ解(探索目標の存在確率を与えて探索者の期待費用の最小化)の2つの場合を数理的に検討した。

(2) 研究4の関連研究として、自己安定相互排除問題における局所発見不可能な故障のゲーム理論的分析を研究分担者と随時セミナーを開きつつ遂行した。得られた成果を国際会議等で報告した。

(3) 海外共同研究者との共同研究：電子メール等で意見交換を行いながら共同研究を遂行することを基本とした。Ruckle氏とは、探索者の行動をグラフ上に制限した場合の研究(2)の関連や有限グラフ上のランデブー探索の研究では、成果が得られつつあった。今回は、主として研究(3)について共同研究のために1度ずつお互いを訪問しあって意見交換した。Baston氏とは、侵入者の探知モデルの共同研究でこれまでに成果を得ていた。今回は研究(1)に関してBaston氏を訪問し共同研究を行った。Garnaev氏とは学会等でお会いしたとき意見交換を行っていた。また、メール等による交流があった。今回は特に研究(1)と関連する話題について氏とGarnaev氏を招聘し共同研究を行った。またメールにより意見交換をした。

## 4. 研究成果

(1) Screeningを考慮した探索モデル：海外共同研究者A.Garnaev氏と共同研究を行った成果である。探索者とhiderの間の2人ゼロ和ゲームのモデルである。有限個の地域がありhiderは1個を選びそこに隠れる。一方、探索者は各地域に探索努力を配分してhiderを発見する期待確率を大きくしたい。hiderは探索者から逃れるために最良の地域を見つけようとするばかりでなく、探索者が自分を見つけるのがより困難になるように、限られたscreening努力の配分を工夫する。このモデルの特徴は、screening努力の配分をhiderの戦略に組み込んだ点である。このモデルを数理的に分析し、ラグランジュ乗数法によって、ある戦略が両プレイヤーの均衡戦略であるための条件を与えた。また、各均衡戦略の形をラグランジュ乗数を用いて表現した。さらに、限られたscreening努力をすべての地域に配分すべきかどうかというような議論を行った。最後に地域の個数が2の場合の例を分析した。今後の課題として、非ゼロ和ゲームモデルの検討やネットワーク上のモデルの検討が残されている。

(2) 海外共同研究者 W.Ruckle氏との共同研究: (i) ランデブー探索の次のようなモデルの解析を行った(雑誌論文②)。探索空間(平面)上にseeker 1、2がおりseeker 1はある定まった点(点0)から出発する。この点はseeker 2に既知である。Seeker 2は有限個の点の1つから出発する。seeker 2が有限個の点のどこから出発するかが存在確率で与えられており、これをseeker 1は知っている、と仮定する。ここでの問題は、最小期待時間で両者が出会うことができるような行動計画を見つけることである。この問題に対して最適な行動計画が満たしておくべき4つの必要条件を与えた。次に、seeker 2が2個のうちのいずれかの点から出発する、という最も基礎的な場合を分析した。このモデルにおいて、seeker 2が有限個の点の1つから出発する、という部分を、seeker 2が連続な確率分布を考えた有界領域の1つの点から出発する、と置き換えた新しいモデルを考える。この新しいモデルの有界領域を有限個の部分領域に分割し、seeker 2は各部分領域の中央にまず移動する、というようにseeker 2の行動を限定する。このようにして新しいモデルの最適な行動計画を元のモデルの行動計画で近似できる可能性があり今後の検討課題である。

(ii) ランデブー探索の次のような研究を継続した。探索者が探索環境に関して持っている情報の量が探索戦略に及ぼす影響等についてさらに検討を重ねた。つまり、探索者がおかれた領域の形状に関する情報が探索戦略にどのような影響を及ぼすか、ということである。例えば、探索領域が平面上の長方形領域や円形領域の場合に探索戦略の例を与えた。今後さらに検討を続けていくべき課題である。

(3) Accumulation Game は査察あるいは検証の数理モデルの一つであり次のような状況を扱う。二つの意思決定主体、hiderと探索者、がいて、hiderは何回かに分けてある物品を数カ所に分けて密かに保管していく。探索者は、毎回数カ所を同時に調べるが、調べる場所の全体は各回で異なってもよい。各回において、調べた箇所物品を発見すると、探索者は発見したものをすべて没収する。発見されなかった物品はそのまま保管される。発見されずに保管されているものの総量がある水準に達するとhiderの目的は達成される、とする。一方、計画期間内にその水準に達しない場合は探索者の勝ちである。S.Alpern氏、R.Fokkink氏との共同研究による、Accumulation Gameにおけるhiderの最適戦略の性質を扱った論文が国際誌に掲載された(雑誌論文①)。そこでは計画期間が1である次のようなモデルが扱われている。探索の対象となる $n$ 個の箱がありhiderは総量 $h$ の

全部または一部を隠したい、とする。hiderの戦略は $w=(w_1, \dots, w_n)$ を決めることである。ここに $w_i$ は箱 $i$ に隠す量であり、 $w_1 + \dots + w_n \leq h, w_i \geq 0, i=1, \dots, n$ である。一般性を失うことなく、 $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$ を仮定する。探索者の戦略は $r$ 個の箱を選んでそれらを調べることである。探索者が選んだ箱の集合を $R$ とするとhiderが勝つのは $R$ に属さない箱に隠した量の合計が1以上のときである。また、 $n, h$ および $r$ はあらかじめ固定されている、とする。 $s=n-r$ とおく。このゲームの値を $V(n, s, h)$ と表すことにすると、これは両者が最適戦略をとっていると想定したときにhiderが勝つ確率である。ゲームに含まれる対称性により、探索者は $r$ 個の箱をランダムに選んで調べるのが1つの最適戦略である。一方、hiderが $w=(w_1, \dots, w_n)$ を決めると、箱の任意の集合に対してそこに隠された量の合計を対応させることができる。ゲームに勝つためにhiderは、隠した量の合計が1以上であるような箱の集合の個数が最大になるように $w=(w_1, \dots, w_n)$ を決めるという最適化問題を考えることになる。このような $w=(w_1, \dots, w_n)$ が決まったならば、 $w_1, \dots, w_n$ をランダムに入れ替えて隠すことがhiderの1つの最適戦略である。Ruckle氏は、最適戦略の中に、ゼロでない要素はすべて等しい値である、ようなものが存在する、という予想をたてた。雑誌論文①ではいくつかの特殊ケースにおいてこの予想が正しいことを示している。一般的にこの予想が正しいかどうか確認することはopen problem である。

(4) 自己安定相互排除問題における局所発見不可能な故障について: 自己安定システムでは故障から回復中の脆弱性を如何に克服するかという問題がある。従来故障にはランダムに異常値をとるというモデルが一般的であったが、システム側の弱点をついた悪意のある故障モデルも考えられる。このモデルの下で多段階2人ゼロ和ゲームを解析することにより、耐故障性のあるシステムを構築できることを示した。

(5) Ambush Game: ある海峡を密輸組織(Infiltrator)が密輸船(Agent)を侵入させることを目論んでいる。一方、当局(Defender)はこれを阻止するためにケーブル等の探知装置(Detector)を設置する場所を検討している。Infiltratorは探知されないようにAgentの侵入地点を決めたい、一方、Defenderは探知する可能性が大きくなるようにDetectorの設置場所を決めたい。この状況をInfiltratorとDefenderの間の2人ゼロ和ゲームとして定式化したものをAmbush gameと呼ぶ。具体的には、Defenderが有限区間(上述の海峡をモデル化したも

の)においていくつかの部分区間(上述のケーブル等)を選ぶ。Infiltratorは有限区間内にいくつかの点(Agentの侵入地点)を選ぶ。Infiltratorが選んだすべての点がDefenderが選んだ部分区間の和集合に属するとき(すべてのAgentを捕捉するとき)、Defenderは利得を得る。今回の研究(雑誌論文(5))では、Infiltratorも部分区間を選ぶような新たなモデルを考えた。そして、Agentが幅を持つ場合は、従来のAgentが点の場合の分析に帰着することを示した。扱ったモデルでは探索領域は連続であるので、探索領域が離散の場合に研究することが課題として残っている。

(6) 切り替え費用を要するグラフ上の探索問題では、探索領域が有限完全グラフ上のノード全体であり探索者の移動がグラフの辺上に制限され、さらに探索者がノードを調べるとき調査費用が、辺上を移動するときに移動費用が発生するような探索モデルである。静止目標物がどのノードにあるのか、の事前情報として各ノード上の存在確率が与えられている。探索者の戦略はノードの探索順序であり、発見確率は1としているので1種の順序付け問題である。本研究課題では、調査費用は2つ、移動費用は3つの値のいずれかしか取り得ないようなモデルを考えて、最適な探索順序が満たすべき必要条件を与えた(雑誌論文(6))。また、目標物がノードに存在する確率が与えられていない状況、つまり探索ゲームモデル、での探索者の方策の検討を始めた。不完全グラフ上での同様の探索問題の研究が今後の課題である。また、目標物が2個の場合の探索のあり方の検討を始めた(学会発表(10))。さらに、グラフが車輪型であり、目標物がノードに存在する確率が不明の場合、探索ゲームとしての検討を行った(学会発表(11))。上記のモデルではすべて探索者の初期位置が特定されている。これを探索者がどのノードからも出発できる、というようにすると探索者、hider双方の戦略にある程度の対称性を考えることができ分析が容易になる可能性がある。このモデルの検討を始めた(学会発表(7))。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計7件)

- ① S. Alpern, R. Fokkink, K.Kikuta, On Ruckle's conjecture on accumulation games, *SIAM Journal of Control and Optimization*, 査読有、48巻、2010、pp.5073-5083.
- ② W. Ruckle, K.Kikuta, Two point one sided rendezvous, *European Journal of*

*Operational Research*, 査読有、207巻、2010、pp.78-82.

③ K.Kikuta, On shift-invariant solutions for TU-games, *International Journal of Mathematics, Game Theory and Algebra*, 査読有、19巻、2010、pp.390-400.

④ J.Kiniwa and K.Kikuta, Analysis of an intentional fault which is undetectable by local checks under an unfair scheduler, R. Guerraoui and F. Petit (Eds.), 査読有、SSS 2009, LNCS 5873, 2009, pp.443-457.

⑤ V.Baston and K.Kikuta, An ambush game with a fat infiltrator, *Operations Research*, 査読有、57巻、2009、pp.514-519.

⑥ K.Kikuta, Search problem with two levels of examination costs, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 査読有、69巻、2008、pp. 595-606.

⑦ 菊田健作、簡単なグラフ上のランデブー探索問題、*数理解析研究所講究録*、査読無、1589巻、2008、pp. 143-148

[学会発表](計16件)

① J.Kiniwa and K.Kikuta, A network model for price stabilization, The 3rd International Conference on Agents and Artificial Intelligence (ICAART), 2011年1月28日、Rome, (イタリア)

② 木庭淳, 菊田健作, Price stabilization and simulation results, 日本オペレーションズ・リサーチ学会2010年秋季研究発表会、平2010年9月16日、コラッセふくしま

③ 菊田健作, 探索ゲームにおける戦略の性質について、京都大学数理解析研究所共同研究事業「不確実性下における意思決定問題」研究集会、京都大学数理解析研究所共同研究事業「不確実性下における意思決定問題」研究集会、2010年11月24日、京都大学数理解析研究所

④ 菊田健作, ネットワーク上の探索ゲーム、日本オペレーションズ・リサーチ学会「数理モデルとその応用」研究部会第8回研究集会、2010年10月2日、金沢学院大学大学院サテライト教室

⑤ 菊田健作, Shapley Valueの種々の性質、日本オペレーションズ・リサーチ学会研究グループ「不確実環境下での柔構造最適化モデリング」2010年8月29日、研究会～「DP部会40年記念シンポジウム」～、千葉大学西千葉キャンパス

⑥ 菊田健作, グラフ上の種々の探索問題、国際数理学協会「確率モデルと最適化」研究部会、日本オペレーションズ・リサーチ学会「不確実性下の意思決定モデリング」研究部会、2010年3月23日大阪大学吹田キャンパスコンベンションセンター

⑦ 菊田健作、グラフ上の探索ゲームー探索者が初期ノードを選択できる場合ー、日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会、2010年3月5日、首都大学東京南大沢キャンパス

⑧ 菊田健作、ある探索問題における諸費用について、京都大学数理解析研究所共同研究事業「不確実・不確定性下での意思決定過程」研究集会、2009年11月11日、京都大学理学部

⑨ 菊田健作、グラフ上の探索問題とその周辺、日本オペレーションズ・リサーチ学会「防衛と安全」研究部会、2009年9月29日、防衛大学校

⑩ 菊田健作、グラフ上の探索ゲーム：目標物が2個の場合、日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会、2009年9月9日、長崎大学 文教キャンパス

⑪ 菊田健作、調査費用を考慮した車輪型グラフ上の探索ゲーム、日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会、2009年3月18日、つくば大学

⑫ 木庭淳、菊田健作、自己安定相互排除問題における局所発見不可能な故障のゲーム理論的分析、日本オペレーションズ・リサーチ学会「不確実性環境下での意思決定の理論と応用」研究部会、2008年12月20日、兵庫県民会館

⑬ 木庭淳、菊田健作、Game theoretic analysis of malicious faults which are undetectable by local checks、アルゴリズム・コンピューテーション合同研究会、電子情報通信学会技術研究報告 Vol.108、No.330、COMP2008-47、2008年12月3日、群馬大学

⑭ J. Kuniwa and K. Kikuta、Game theoretic analysis of malicious faults which are undetectable by local checks、10<sup>th</sup> International Symposium on Stabilization, Safety, and Security of Distributed Systems (SSS08)、2008年11月22日、デトロイト、米国

⑮ 菊田健作、待伏せゲームについて、京都大学数理解析研究所共同研究事業「不確実性と意思決定の数理」研究集会、2008年11月11日、京都大学数理解析研究所

⑯ 菊田健作、2種類の調査費用を考慮したグラフ上の探索ゲーム、日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会、2008年9月11日、札幌コンベンションセンター

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

菊田 健作 (KIKUTA KENSAKU)  
兵庫県立大学・経営学部・教授  
研究者番号：30126487

### (2) 研究分担者

木庭 淳 (KINIWA JUN)  
兵庫県立大学・経済学部・教授  
研究者番号：90177882