

機関番号：22604

研究種目：基板研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20530158

研究課題名（和文） 非分割財の効率的な配分に関する研究

研究課題名（英文） Study on the Efficient Allocation of Indivisible Goods

研究代表者 飯村 卓也 (IIMURA TAKUYA)

首都大学東京・社会科学部研究科・教授

研究者番号：50279634

研究成果の概要（和文）：従来の市場モデルでは価格や数量を連続変数として、効率的な資源配分が達成される条件が考えられてきた。本研究では、分割不可能な財（非分割財）が市場で取引される際、どのような条件が整うと取引主体の効用最大化と両立する、効率的な資源配分が実現するかを考察した。本研究は、従来からあるような市場モデルの適用範囲を、離散変数の世界にも可能にすることを企てたものであり、そのような目的に関連したいくつかの知見を得ている。

研究成果の概要（英文）：Efficient allocation of resources has traditionally been considered under the assumption of continuity on the part of variables of the model. In this study, a condition for an efficient allocation of resources of indivisible goods, which is consistent with the maximization of utility, was investigated. This study aims at extending the applicability of market models to discrete variables, and has obtained some findings relevant to such a purpose.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	100,000	30,000	130,000
2009年度	100,000	30,000	130,000
2010年度	100,000	30,000	130,000
年度			
年度			
総計	300,000	90,000	390,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：非分割財，均衡理論

1. 研究開始当初の背景

経済理論では伝統的に連続変数のモデルを使って分析を行ってきたが、近年、オークション理論や市場モデルの研究においては、財の非分割性を前提にした離散変数のモデルがよく研究されるようになってきている。そのような場合にも伝統的な分析が適用できるとよいのであるが、離散モデルではまず、

均衡の存在条件から吟味する必要があった。本研究の開始当初、非分割財の交換における均衡の存在条件としては、経済主体の効用関数が準線型で非線形部分はポリマトロイド凹ないしMナチュラル凹というものが、既知の条件としてあった。この結果は1996年に室田氏（東京大）が始められた離散凸解析の枠組みの中で理解できる。一方、連続モデルにおける均衡の存在条件を想起すれば、そこ

には需要対応の定義域や値の凸性による部分と、連続性による部分とがある。研究代表者は当時、離散モデルにおける連続性のアナロジーともいえる方向保存性の概念によって、離散版の不動点定理などを考案し、経済モデルへの応用を考えていた。本研究の開始当初はこうして離散版の凸と連続の概念が別々にではあるが、揃ったところであった。

2. 研究の目的

非分割財の一定量を各自が有し、また各自の選好に従ってそれらを満足ゆくように交換するというのは、非分割財を効率的に配分することに他ならない。本研究の主目的はそれがどのような条件下で可能であるかを考究することであった。具体的には、離散変数による交換モデルを考察して、均衡の存在の十分条件を探ることが主要な課題である。

離散変数による分析にはまた、いくつかの点で連続量による分析よりも優れた点がある。まず、非分割財に限らずとも、それは現実の描写により近いものを与える。次に、均衡の計算において、もしあれば、近似ではなく厳密な解を与える。さらにまた、われわれは連続性、場合によっては微分可能性までモデルに仮定して分析を行うが、便利さを理由に持ち込まれたそれらの数学的性質に依存することなく、経済理論を構築できるのだろうかといった興味関心がある。そのような理由から、本研究の目的にはまた、広く連続を離散で置き換える可能性を探るということもあった。

3. 研究の方法

背景のところで述べたように、均衡問題は連続性と凸性を構成要素とするという視点に立ち、本研究では離散版の連続性に関するもの（離散の不動点定理等）と凸性に関するもの（離散凸解析）を意識して進められた。

研究分担者や協力者という位置づけではなかったが、不動点に関する研究についてはその方面の専門家である楊氏（ヨーク大学）と共同研究を行い、離散凸解析の方面については室田氏（東京大）や田村氏（慶応大）との共同研究が、最終年度にはあった。

4. 研究成果

以下、研究期間中に得られた成果についていくつか要約を述べる。

(1) Mナチュラル凹準線型効用関数を持つ主体からなる交換経済モデルの需要対応と、Lナチュラル凹利得関数を持つ非協力ゲームの最適対応とが、ともに方向保存性を持つことについて。（論文④）

均衡の存在問題に離散不動点の観点から接近を図る際、問題となるのは写像あるいは対応が不動点を有するのに十分な性質を備えているかどうかである。この十分条件にはさまざまなヴァリエーションを考えることができるが、一般に、方向保存性と総称できる性質を持つかが鍵となる。離散の不動点問題を考え始めた当初、この性質は仮定であったが、経済均衡モデルや非協力ゲームに応用するためには、この性質が自然な形でそれらのモデルの写像・対応に備わっていることが求められる。この論文（楊氏との共著論文）では、標記の交換経済モデルの需要対応、非協力ゲームの最適対応が、実際、方向保存性を持つことを証明している。その経済的意味合いは、交換経済モデルにあっては財の代替性を、非協力ゲームにあっては戦略的な補完性を意味する。それぞれにおける均衡の存在自体は、交換経済モデルにあっては離散凸解析の成果として、また非協力ゲームにあっては優モジュラーゲームの成果として、既に知られているものであるが、本論文はそれらに一つの統一的な視点を与えている。実際、本論文では離散の多変数平均値の定理をあわせて証明しており、ワルラス均衡やナッシュ均衡の存在を、方向保存性と離散平均値定理によって統一的な仕方でも証明している。なおこの論文の内容はIFORS 2011（於・メルボルン）においても報告が予定されている。

(2) 均衡の存在問題における貨幣の役割について、および多様な視点からの方向保存性について。（論文③）

離散の交換経済の均衡を考えると、需要対応の和に“穴がない”ことが、均衡の存在問題にとっての本質であるという見方がある。(1)で触れたような交換経済モデルは実際、その点をクリアしており、和に穴がないような需要対応に限定することで均衡の存在を保証していると見することもできる。一方、離散不動点の見方からすると、この要請は一見強すぎる条件のようにも思われる。この論文では、離散凸性を抜きにしてどこまで均衡の存在条件の議論が可能かを考えたものである。需要対応の代わりにそこからの選出関

数を想定して、いくつかの強弱ある条件を論じている。ここで分かったことの一つには、全ての財を非分割財とするにしても、貨幣あるいは価値尺度財を設けることによってワルラス法則の成立を保証してやることが出来、選出に対してもより少ない条件を与えて均衡の存在の十分条件としてやれることである。ただし、この論文における十分条件は個々の主体に課せられるものでなく、主体の集団に対して課せられるものなので、既知の結果との比較はできない。この論文ではまた、それまで或る点から写像・対応の像への、例えば最短点のようなものをとって、「方向」保存性を考えていたところを、例えば最も需要のある財と最も需要の少ない財の番号といったような、幾何的な「方向」とは異なるものに置き換えても、方向保存性による議論が可能であることを示している。

(3) 離散零点定理とスペルナーの補題の関係について、およびナッシュ混合戦略均衡の有理数解の存在について。(論文②)

離散不動点定理や零点定理には今日コンストラクティブな証明もあるが、当初はブラウアーの不動点定理を用いてノンコンストラクティブに証明されていた。ブラウアーの定理のよく知られた証明にはスペルナーの補題を使うものがあるが、その意味で、スペルナーの補題は離散不動点定理を導く。この論文はその逆が言えるかどうかを考えたものである(室田氏・田村氏との共著)。結果を述べると、ある弱い意味での方向保存性を定義すると、それを用いた離散零点定理としてスペルナーの補題と同値なものが得られる。これまで方向保存性の概念は、格子点の各点で方向保存的なベクトルの場を大域的に一斉に、矛盾無くとることが難しいため、適用が難しかったが、この論文で定義された弱い意味での方向保存性(単体分割における小単体ごとの方向保存性)は局所的な条件であり、離散の不動点・零点のロジックの適用可能性を広げる可能性があると考えられる。離散化された単体の他、離散化された単体の直積の上にも、類似の離散零点定理を作ることができる。この論文ではまた、離散単体上の零点定理には交換経済における整数均衡価格ベクトルの存在問題を、また離散の単体直積上の零点定理には有理数ナッシュ混合戦略の存在問題を、応用問題としてとりあげている。なおこの論文の内容はP P C G T 6で報告したほか、日洪離散数学シンポジウム(於・京都)において報告が予定されている。

(4) 和に穴のない離散集合のあるクラスについて。(論文①)

離散の需要集合の和をとり、その和の凸包をもって和の大まかな範囲を表すものと考えれば、和の範囲内にある財ベクトルが和自身に含まれることが、与えられた財の効率的な配分を可能にする必要かつ十分な条件と言える。この論文では、この基本的事実に立ち返って、それを可能にする性質(和に穴がない性質)を満たす離散集合のクラスをあらためて考えてみた。抽象的なレベルでは、そのような離散集合のクラスについてすでに知られている。この論文では、同一法線の超平面に含まれるような穴のない離散集合の集まりが、穴のない和を持つ条件を、法線ベクトルの成分を使って与えている。その条件は非常に制約的なものであるが、類似の条件をいわゆる拡張劣モジュラー多面体(需要集合の文脈では拡張優モジュラー多面体)への制約として用いると、依然制限付きではあるが、経済的に意味のある、和に穴のない状況をいうことができる。条件自体にも、限界代替率が需要集合内で確定していることという経済的意味を与えることができる。あまり一般的な状況とはいえないかもしれないが、可能な一つの場合として、示したものである。

本研究全体を通じては、主であるところの交換モデルについては離散凸解析の成果を再確認することが主となり、その更なる一般化の難しいこと、また、当初の予想以上に離散不動点の議論と親和性が高いことなどが分かった。離散の文脈における貨幣の役割の考察や、模索過程など、今後まだ整理して論文文化すべき課題をいくつか残してはいるが、科研費による研究としては、一旦ここまでの成果で止めておくことにしたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計4件)

① Takuya Iimura, "Sum of Sets of Integer Points of Common-Normal Faces of Integer Polyhedra," Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The IMECS 2011 (2011), 1462-1465, 査読有

② Takuya Iimura, Kazuo Murota, and Akihisa Tamura, "Sperner's Lemma and the Existence of Zero on the Discrete Simplex and Simplotope," METR 2010-09, University of Tokyo, (2010), 査読無

③ Takuya Iimura, "Discrete modeling of economic equilibrium problems, Pacific

Journal of Optimization," 6 (2010) 57-64,
査読有

④ Takuya Iimura and Zaifu Yang, "A study
on the demand and response correspondences
in the presence of indivisibilities,"
Journal of Fixed Point Theory and
Applications, 6 (2009) 333-49, 査読有

[学会発表] (計2件)

① 飯村卓也, "Sum of sets of integer
points of common-normal faces of integer
polyhedra", International Conference of
Operations Research 2011, 2011年3月17
日, 香港ロイヤルガーデンホテル

② 飯村卓也, "Sperner's lemma and zero
point theorems on a discrete simplex and
a discrete simplotope," The 6th
Pan-Pacific Conference on Game Theory,
2011年3月1日, 東京工業大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

飯村 卓也 (IIMURA TAKUYA)

首都大学東京・社会科学部研究科・教授

研究者番号: 50279634